

ЗДРАВСТВУЙ, ДОРОГОЙ ЧИТАТЕЛЬ!

Ты уже в 5 классе и про натуральные числа знаешь очень многое. А в учебной книге тебя ждут новые числа. Ты будешь изучать их вместе с героями повести «Шляпа волшебника», которую написала финская сказочница Туве Янссон. Давай-ка мы тебя с ними познакомим!

Есть на свете сказочный Муми-дол, в нем стоит чудесный Муми-дом, а в Муми-доме живут симпатичные существа.

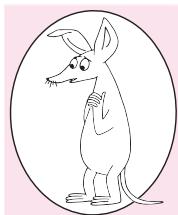
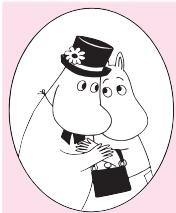
Муми-мама и сын Муми-троль доброжелательны, любознательны, обстоятельный. Муми-троль обожает всякие приключения и озорные забавы. Муми-родители относятся к забавам молодёжи с большим пониманием.

Снусмумрик — неутомимый путешественник, умница, верный, друг и выдумщик. Вот только путешествует он в одиночку, заставляя тосковать в разлуке друзей и самого себя.

Снорк — энергичный, напористый, любит и умеет командовать; его сестра фрё肯 Снорк — само обаяние, она застенчива, но может храбро отстоять своё мнение. У неё с Муми-троллем особые отношения.

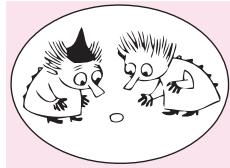
Хемуль лыс от рождения, ходит в платье своей тётки. И ещё он постоянно, старательно и очень азартно что-то коллекционирует.

Снифф талантлив, как все обитатели Муми-дома (и как вообще все дети), нетерпелив, вспыльчив, обидчив, но не злопамятен. Ах, если бы не лень, которая ему свойственна, то он блистал бы так же, как всеобщий любимец Снусмумрик!



Здравствуй, дорогой читатель!

Тофсла и Вифсла — самые маленькие и совершенно неразлучные. Науки их пока не очень интересуют, но всё-таки они по мере сил участвуют в общем деле. Они иностранцы и говорят с акцентом, ко многим словам прибавляя частицу «слा».



Оннстр — философ, знаток многих наук. Пользуется всеобщим уважением, несмотря на некоторую вздорность характера.

У этой компании есть Волшебная Шляпа. Главная особенность её поведения — непредсказуемость. Любая вещь, попавшая в Шляпу, может превратиться во всё, что угодно. И это часто заставляет наших героев совсем по-другому смотреть на происходящее.

Маленькие герои поначалу знают гораздо меньше, чем ты,уважаемый читатель. Считают они до десяти, а записывать числа и вовсе не умеют. Они живут-поживают и постепенно узнают, для чего нужны числа, как они устроены, как с ними действовать. Вместе с героями ты, читатель, повторяя всё, что тебе известно о натуральных числах, изучишь новые числа — десятичные дроби.

В практикуме каждый раздел начинается с задания, отмеченного значком . Это задание поможет тебе понять, что ты усвоил хорошо, а что требует тренировки. Тренировочные задания могут быть и лёгкими, и трудными — в практикуме они разделены на три ступени с помощью значков , и .

Можно начинать работу с первой ступени и выполнять задания по порядку, а можно начинать с любого задания и выполнить их столько, сколько нужно для успеха в дальнейшей работе.

Желааем удачи!

ГЛАВА 1

ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН И ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТОВ

Был конец июля. Обитатели Муми-дома изнемогали от жары и скуки. Даже у Волшебной Шляпы поля поникли от зноя. И ничего волшебного, ну ничегошеньки, не происходило. Правда, в Шляпе объявилась большая красивая Книга «Десятичные дроби». Все её страницы были чистыми, и как с ней поступить, не мог придумать даже большой ценитель всяких необычных вещей Снифф.

Муми-тролль, Снифф, Снумумрик, Снорк с сестрой, Тофсла с Вифслой уселись в кружок вокруг Шляпы. Каждый по очереди бросал в неё всё, что ему попадалось под руку. Но никаких превращений не происходило.

И Книга была всё так же пуста.

В конце концов разозлённый Снорк вытряхнул содержимое Шляпы на пол и наступил при этом (разумеется, случайно) на хвост Сниффу.

Фрё肯 Снорк возмутилась, Снифф обиделся за свой хвост и кинулся выяснять отношения. Тофсла с Вифслой на всякий случай заплакали. Закипала общая ссора.

Тогда Муми-тролль нахлобучил себе Шляпу на голову, сунул бесполезную Книгу под мышку и отправился к маме.

— Мама, — сказал он, — придумай для нас что-нибудь. А то мы только ссоримся да изнываем от этой жары.

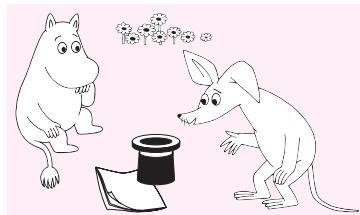
Мама прежде всего сняла Шляпу с головы сына (чтобы чего-нибудь непредвиденного с этой головой не случилось), положила Книгу в Шляпу и ответила:

— Да, моё золотко. Это я уже заметила. А не пожить ли вам денёк-другой в гроте? Помнится, раньше вам это нравилось.

— И ночевать тоже в гроте? — восхищённо спросил Муми-тролль.

— Ну конечно! И не показывайтесь мне на глаза, пока не станете опять милыми и хорошими.

В самом центре грота лежал необыкновенной красоты шест, сверкающий и притягательный.



Глава 1. Измерение величин и запись результатов

— Ой, красотища! — завопил изо всех сил Снифф. — Чур, я первый нашёл.

— Похоже на жезл волшебника, — сказала фрёкен Снорк.

— Из этого выйдет мировецкая мачта на нашу лодку, — заявил Снорк. — Смотрите, какой он ровный и гладкий!

— А красливый-то! — пропищали Тофсла с Вифслой.

Снифф попытался поднять шест, да не тут-то было. Не только Сниффу, но и никому из всей компании не удалось этого сделать. Ни каждому в отдельности, ни всем вместе. Было решено с сообщением о находке отправить в Муми-дом Снусмумрика.

Муми-мама с волнением выслушала все подробности.

— Ваша находка замечательно будет смотреться на синей крыше Муми-дома. Мы к ней приделаем флюгер, а на флюгере напишем: «Добро пожаловать!» Идёт?

— Идёт-то идёт, но есть сложности с доставкой шеста, — сказал Снусмумрик, — нам нужна ваша помощь.

Ондратр, которого Муми-мама попросила отправиться в грот, был не в духе и заявил, что его опять беспокоят по пустякам, но если уж его помочь так необходима, то он, по крайней мере, хотел бы знать, что его ждёт.

— Ну, например, какая длина у вашей находки? — с оттенком иронии осведомился он.

Вопрос застал Снусмумрика врасплох.

— Измерь её как следует. Это успокоит Ондратра, и мы все вместе займёмся установкой флюгера, — сказала Муми-мама.

В кухне без дела хранился гладкий стерженёк. Хранился он как память о поварёшке, которую Муми-тролль засунул в Шляпу и которую Шляпа навек превратила в стержень. Этую бывшую поварёшку Муми-мама придумала выдать в качестве мерки для измерения шеста. Ещё она придумала выдать Снусмумрику яблочко на дорожку.

— Проблема шеста решена, — сообщил Снусмумрик, вернувшись в грот, — из него сделают флюгер. Только Ондратру потребовалось, чтобы мы этот шест измерили. Иначе он и шагу в грот не ступит.

— А его красоте это не повредит? — опасливо спросила фрёкен Снорк.

— Какая забота о красоте Ондратра! — хмыкнул Снорк.

Глава 1. Измерение величин и запись результатов

— Я имею в виду красоту шеста, — ледяным тоном ответила фрёкен.

Обмен колкостями прервал Снусмумрик.



— Давайте мерить!

Он взял мерку, аккуратно положил её на песок рядом с шестом и подвернувшейся щепкой нарисовал чёрточку на песке.

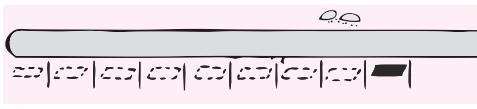
А Муми-тролль загнулся в палец. Глядя на Муми-тролля, то же сделала и фрёкен Снорк.

Снусмумрик тем временем переложил мерку, приставив её край к первой чёрточке, и нарисовал на песке ещё одну чёрточку.



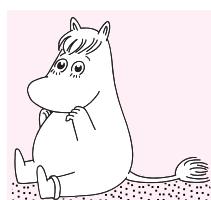
Муми-тролль и фрёкен Снорк загнули ещё по пальцу. Затем Снусмумрик ещё раз переложил мерку и прочертит щепкой по песку, а Муми-тролль и фрёкен Снорк опять загнули по пальцу.

Итак, все были при деле: Снусмумрикставил метки на песке, фрёкен Снорк с Муми-троллем загибали пальцы, Тофсла с Вифслой крутились около шеста, стараясь придумать, чем бы помочь. А Снорк со Сниффом беседовали о том, что флюгер с этим шестом, несомненно, будет самым лучшим в Муми-доле. Снифф ещё краем глаза следил, чтобы Снусмумрик ненароком не подцарапал меркой блестящую поверхность шеста.



Когда на песке уже появилось порядочно чёрточек, неожиданно разволновалась фрёкен Снорк.

— Как же я буду считать дальше? У меня все пальцы кончились! — воскликнула она, растерянно глядя на свои сжатые в кулаки лапки.



— Ничего, отмечай дальше, Снусмумрик, — успокоил всех Муми-тролль, — у меня ещё пальцы остались.

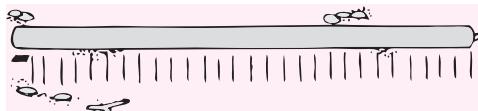
Снусмумрик нарисовал на песке ещё две чёрточки, и пальцы у Муми-тролля тоже кончились.

А шест ещё не был измерен.

Никто не знал, что же делать дальше, даже Тофсла с Вифслой перестали бегать и только крутили головами, сидя на песке.

Глава 1. Измерение величин и запись результатов

Один лишь Снусмумрик, несмотря ни на что, продолжал рисовать чёрточки и довёл свою работу до конца.



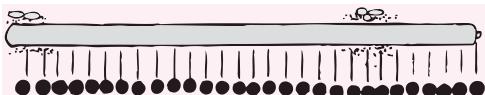
— Интересно, а как ты собираешься об этих чёрточках доложить Ондатру? — спросил Снорк.

— Да-а-а, — опешил Снусмумрик, — вот незадача-то.

Ни у кого пальцев не хватает. Кто бы мог подумать, что этот шест такой длинный! Вот у кого-нибудь выросло бы столько пальцев, сколько тут чёрточек!

Фрёken Снорк испуганно спрятала свои розовые кулаки за спину. А Снусмумрик внимательно обследовал лапы у всей компании и сказал, что если собрать пальцы всех присутствующих, то на чёрточки этих пальцев, пожалуй, хватит, но это не выход! Кто знает, какие ещё находки будут в жизни...

— Можно против каждой чёрточки положить по камешку. Вон их сколько тут без толку валяется, — пришёл на помощь Муми-тролль.



— Это уже лучше, — признал Снорк.

— Хм, а какой толк от этого Ондатру? — спросил Снифф.

— Мы потом эти камешки соберём, и кто-нибудь отнесёт их в Муми-дом вместе с меркой. Мама увидит и сразу всё про длину поймёт, — объяснил Муми-тролль, — она у меня сообразительная. Возьмёт и отложит от чего-нибудь, например, от дерева эту мерку столько раз, сколько у неё будет наших камешков. Вот Ондатр и увидит, какой длины шест.

Камни вызвались отнести Тофсла и Вифсла. К несчастью, носка оказалась им не под силу.

— Давайте я помогу, — предложил Снифф малышам. Но они, горя желанием участвовать в столь важном деле, а в глубине души рассчитывая получить яблочки на дорожку, пищали на своём языке:

— Нет, только мысла! Мыслы сами понесём!

— Ладно, понесёте, — сказал Снифф, — только подождите немного!

Глава 1. Измерение величин и запись результатов

С этими словами он подобрал несколько веток и наломал из них лёгкие одинаковые палочки, которые Снорк уложил на песке против ещё не затоптанных чёрточек. Палочек не хватило, тогда Снифф залез в кусты, отыскивая подходящие ветки. Наконец количество палочек, по которым Муми-мама могла бы узнать длину шеста, было найдено.

Охапку этих палочек вместе с меркой вручили Тофсле с Вифслой. Они помчались было домой, но тут же споткнулись о злополучный хвост Сниффа. Палочки рассыпались и перемешались с теми, которые уронил Снифф. Тофсла с Вифслой имели такой скорбный вид, что их даже не стали упрекать.

— Не плачьте, — ласково сказала фрё肯, — сейчас все палочки соберём.

Собрать-то палочки собрали, но никто не был уверен, что собрали столько, сколько было.

— Делать нечего, — сказал Снусмумрик, — придётся снова раскладывать палочки по чёрточкам.

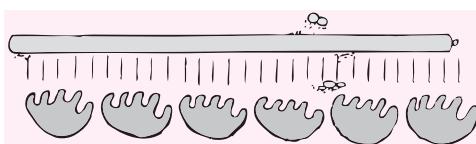
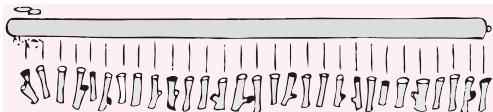
— Если они ещё есть, эти ваши чёрточки, — буркнул Снифф, — а то, чего доброго, и перemerять придётся...

— Быстрее к шесту! — скомандовал Снорк.

Около шеста прыгал Муми-тролль, почему-то на левой передней лапе.

— Смотри, не затопчи чёрточки! — закричал Снорк. — Предстоит повторный пересчёт.

— Я как раз и считаю, — невозмутимо заявил Муми-тролль, — посмотрите, как ловко выходит.



Все сгрудились у шеста. На песке возле чёрточек красовались отпечатки лап:

— Лап, лап, лап, лап, — стал считать Снусмумрик, — лап и ещё раз лап, но без пальца.

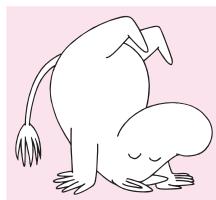
Ага, значит, в шесте уложилось вот сколько Муми-маминых мерок: пять Муми-троллевых лап и ещё четыре пальца.

Глава 1. Измерение величин и запись результатов

(Снусмумрик уже умеет считать до десяти. И Муми-тролль со Снорком тоже. Но записывать эти числа и выполнять с ними действия они пока не умеют. Они будут этому учиться, а ты, наблюдая за ними и помогая им, сможешь вспомнить и проверить свои знания.)

— А я не так считал, — возразил Муми-тролль, — мерок в шесте уложилось вот сколько: по два раза обе мои лапы и ещё девять пальцев, вот смотрите!

И Муми-тролль, заровняв отпечатки, ещё раз прошёлся по песку уже на обеих передних лапах.

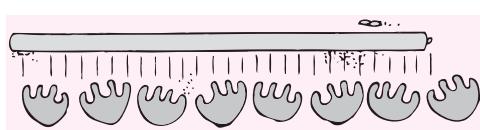


— Ага, так тоже можно сказать, — произнёс Снорк, — два раза все пальцы на передних лапах Муми-тролля да девять пальцев. Надо ещё раз проверить. А потом — в Муми-дом.

Муми-тролль снова прошёлся вдоль шеста на передних лапах, только на этот раз он начал с другого его конца.

— Вот, гляди, — сказал довольный Муми-тролль, обращаясь к Снорку, — опять получилось девять пальцев да ещё два раза все мои пальцы.

Тофсла и Вифсла, внимательно следившие за развитием событий, тут же вызвались сообщить результаты измерений Ондатру. Несмотря на неудачу с палочками, они всё ещё не теряли надежды на призовые яблоки.



— А ну подождите, я должен сам сосчитать чёрточки, — притормозил их Снорк и оставил на песке свои отпечатки.

(Не удивляйся, читатель. Просто Снорк — уж таковы все Снорки — всё всегда пересчитывает восемьками.)

Получилось вот что: три раза все пальцы Снорка и ещё пять пальцев.

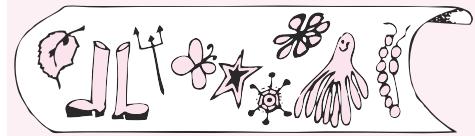
Глава 1. Измерение величин и запись результатов

Снорк удовлетворённо отряхнул лапы и скомандовал гонцам отправление.

Тофсле с Вифслой с восторгом помчались в Муми-дом. По причине быстрого бега и сильного желания заполучить яблоки они забыли, кому какой результат принадлежит. Забыли — и всё тут. Хорошо ещё, что со своим сообщением они сунулись не к Ондатру, а к Муми-маме. Мечтавшая о флюгере Муми-мама не могла по таким сведениям представить себе шест и, поразмыслив, дала Тофсле с Вифслой таблицу с цифрами.

Она попросила записать количество мерок, уложившихся вдоль шеста, цифрами из таблицы.

— Надо признать, что мы дали маху, — сказал Муми-тролль, когда в грот была доставлена таблица. — Обидно! Ведь я знал про эти цифры ещё в прошлом году...

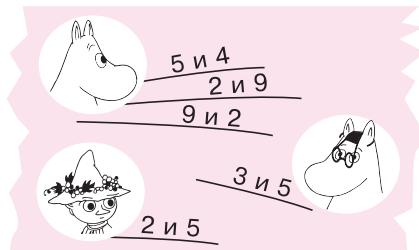


Самое важное в этой главе

Выразить результаты измерения можно по-разному.

ГЛАВА 2

ПОЗИЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



У Сниффа нашёлся клочок бумаги и карандаш, так что каждый записал результаты своих измерений, а напротив нарисовал свою рожицу, чтобы Муми-маме было понятно, где чей результат. Последнюю запись сделал Снусмумрик.

(Подумай, читатель, что она означает.)

Шест во время составления Записки не лежал себе без дел, а реагировал. Да ещё как!

Надписи «3 и 5», «2 и 5» он встретил бравурным маршем, «5 и 4» сопроводил хмыканьем, «9 и 2» наградил возгласом «Ох-хо-нюшки», а «2 и 9» сопроводил ярким сиянием под звуки Муми-дольского торжественного гимна «Браво, браво и ещё раз браво!»

Да-а-а! Чудеса в Муми-доме не редкость.

От удивления и восхищения никто, даже Снусмумрик, не задумался, почему шест воспринял записи по-разному. И напрасно.

Желание как можно быстрее дотащить говорящее чудо домой вспыхнуло с новой силой. Но шест по-прежнему не удавалось сдвинуть с места. Явно требовался Ондатр.

Тогда всей гурьбой отправились в Муми-дом. В гроте остались дежурить уже набегавшиеся вволю Тофсла с Вифслой.

Взрослые выслушали всеобщий гвалт. Звучал он примерно так:

- Снусмумрик! Мерил! Чёрточки! На песке!
- Столько и мерок! Вместе!
- Как! Сообщить! В Муми-дом!
- Камушки! Тяжело!
- Палочки! Рассыпали!
- Муми-тролль! Лапами!
- И пальцами! Понравилось!
- Все мерили! Получилось!
- Три и пять!

Глава 2. Позиционные системы счисления

- Два и девять!
- Мама! Цифра!
- Написали записочку!
- Шест!!! Говорящий!!! Почему-то!
- Вот записка! Пять! Разных! Результатов!
- Пожалуйста! Ондатр! В гrot! За шестом! Сил хватит!

Муми-мама про себя уже сокрушилась, что задала детям так много работы, и удивлялась, что Ондатр медлит с походом в гrot. Кроме того, текст записи её несколько беспокоил. Она подумала:

— Пять разных результатов? Должно быть, это у них от жары...

(А что об этом думаешь ты, читатель? Может, ты уже догадываешься, почему так получилось? И почему шест реагировал на записи наших героев по-разному?)

Ондатр же всерьёз заинтересовался сообщением про «три и пять», «девять и два». Он попросил записку, с огромным вниманием перечитал её и обратился к обществу с речью.

— Уважаемая молодёжь! Я безмерно рад! Вы столкнулись с проблемой, но не испугались, а попробовали справиться с ней самостоятельно. При этом вы проявили столько сообразительности и фантазии! Такие открытия за одно путешествие в гrot!

— Открытия? — изумился Муми-тролль.

— Конечно, — продолжал Ондатр. — Прежде всего вы открыли верный путь — стали считать пучками!

— А пучков никаких нет. Муми-тролль считал лапами, а не пучками, — робко добавила фрёken Снорк, глядя на Ондатра.

— Я не оговорился — снизошёл до ответа Ондатр, — пучки есть! Стоит только пристальнее взглянуть на лапу Муми-тролля.

Все уставились на круглую лапу Муми-тролля. Она и вправду смахивала на небольшой пучок из пяти пальцев.

— Лапы — это тоже пучки, — продолжал Ондатр, — пучки, которые всегда с нами. Мда...пучки... Я привык к этому слову, потому что меня учили считать на счётных палочках. Если бы кое-кто позаботился о том, чтобы в доме были счётные палочки, я бы показал вам, как их можно связать в пучки. Уверен, что тогда тайна говорящего шеста была бы разгадана.

Глава 2. Позиционные системы счисления

Тут Муми-мама очень выразительно посмотрела на Сниффа. И тот догадался, что палочки, которые он прихватил в гроте, могут сойти за счётные. Скрепя сердце, он отдал их Ондатру.

Снусмумрик, подумав, предупредил Ондатра, что палочек у Сниффа могло оказаться больше, чем было чёрточек на песке, а значит — чем мерок в шесте. Или, может быть, меньше.

(Ты же помнишь, читатель, палочки и рассыпались, и собирались, и смешивались...)

— Это не страшно, — сказал Ондатр. — Сейчас мы должны разобраться с вашей Запиской. Вот вы, фрёken Снорк, объясните, что означает эта запись: «3 и 5»?

— Три раза по восемь пальцев и ещё пять пальцев, — ответила фрёken Снорк.

— Ага, понятно, — сказал Ондатр и отсчитал восемь палочек. — Не разрешите ли, фрёken, вашу чудесную ленту в качестве безвозвездной жертвы на алтарь науки?

Фрёken не знала, что такое «алтарь науки», но ленты не пожалела, и Ондатр завязал отобранные палочки куском ленты в пучок. Подняв его, чтобы все видели, он торжественно сказал:

— Вот он, пучок! И таких пучков мы должны завязать, как вы и говорили, всего три.

Оставшиеся пучки фрёken Снорк связала сама.

Затем Ондатр ещё раз взглянул на ту строчку в Записке, которую сделал Снорк, и добавил к трём связанным пучкам ещё пять палочек.

Объединение предметов в группы при счёте — это и есть ваше **первое открытие!** — сказал Ондатр. Палочки объединяются в пучки, пальцы — в лапу.

— Обратите внимание — продолжил Ондатр, — группы предметов (пучки) вы пересчитывали точно так же, как и отдельные предметы (палочки): произносили те же слова, писали те же цифры. И это ваше **второе открытие!**

— Теперь разберёмся с вами, мой молодой друг, — и Ондатр протянул Записку Муми-троллю.

— Я попробую эти же самые палочки перевязать по-моему, — сказал Муми-тролль, развязал пучки и задумался.



Глава 2. Позиционные системы счисления

— В Записке ты написал «2 и 9». Вспомни, что такое 2 и что означает 9, — пришёл на помошь Ондатр.

— 2 означает два раза все мои пальцы, а 9 — это просто пальцы.



Муми-тролль глянул на рассыпанные палочки и вдруг заволновался: ему показалось, что палочек слишком мало.

— Вдруг здесь не будет «два раза все мои пальцы» и ещё девять? — подумал он. Но страхи оказались напрасными.

(Кстати, читатель, понятно ли тебе, сколько палочек в пучке у Муми-тролля и почему именно столько?)

— А что тогда значит запись «9 и 2»? — спросил Ондатр. — Непонятно. Или вы ещё что-то мерили? Неужели в гроте два шеста?

— Да нет, — ответил Муми-тролль, — это одно и то же.

И поменял местами пучки и палочки.

— Вот видите? То же самое.

— А вот и нет! — вдруг завопил Снифф. — Написано «9 и 2», значит, нужно было связать девять пучков и ещё две палочки.



Все уставились на Записку...

— Хм, — задумчиво сказал Снорк, переводя взгляд на палочки. — Пожалуй, на девять пучков тут не хватит.

— Ну вот, я же говорю! — торжествовал Снифф. — Муми-тролль неправильно всё сделал!

Муми-тролль был озадачен. В глубине души он был уверен, что всё сделал правильно, но всё же что-то было не так. Он нерешительно посмотрел на взрослых. Ондатр загадочно молчал, а Муми-мама смотрела на сына с тревожным ожиданием. Поняв, что просто так ему помогать не собираются, Муми-тролль вздохнул и снова сосредоточился на Записке...

(Читатель, попробуй чуть-чуть помочь Муми-троллю. Как ты думаешь, кто прав — Муми-тролль или Снифф?)

Муми-тролль потеребил лапой ленту, стягивающую пучок, ещё раз вздохнул для храбрости и начал рассуждать вслух:

Глава 2. Позиционные системы счисления

— Я-то знаю, что в записи «9 и 2» 2 — это про пучки, а 9 — про отдельные палочки. Нужно, чтобы и другие не спутали. Можно, конечно, написать полностью: «9 палочек и 2 пучка»... Но что-то очень длинно получается. Значит, нужно как-то по-другому выделить цифру про пучки. Может, писать её покрупнее? Например, «9 и 2» или «2 и 9». Так уже никто не спутает: пучки сразу видно. Ну как? — спросил он Снорка.

— По-моему, здорово. Только мне больше нравится вторая запись. Я всегда самое главное пишу сначала, а здесь цифра про пучки явно важнее.

— Шесту тоже больше понравилась запись «2 и 9», — напомнила фрёкен Снорк.

— Правильно, — отозвался Муми-тролль. — Давайте договоримся и будем всегда сначала писать цифру про пучки, а уж потом — про отдельные палочки. Будем записывать «2 и 9». О! Но тогда можно не писать цифру для пучков крупнее. Раз она всё время оказывается левее цифры про отдельные палочки, то тут уж не ошибёшься.

«2 и 9» — всегда будет означать 2 пучка и 9 палочек. А можно вообще короче: 29 — и всё понятно!

Муми-тролль победно посмотрел на Сниффа, который тут же сделал вид, что все эти разговоры его совсем не интересуют.

Ондатр уже не мог больше сдерживаться:

— Поздравляю! Вашу договорённость о порядке записи цифр в числе можно считать вашим **третьим открытием**. Такой порядок, доложу вам, общепринят. Если мы хотим в своих записях обойтись без слов «палочки», «пучки», но при этом желаем быть понятыми, то делаем так: слева пишем цифру, обозначающую количество пучков (групп предметов), а затем цифру, обозначающую количество отдельных палочек (отдельных предметов), которых слишком мало, чтобы связать нужный пучок.

Снифф с безразличным видом раздобыл ещё одну палочку и начал грызть её кончик.

Ондатр с пафосом воскликнул, что открывается некая перспектива, забрал палочку у Сниффа и добавил её к уже имеющимся.

— Два пучка и десять. Вот что мы теперь имеем! Десять снова связываем в пучок, получаем ровно три пучка! Восхитительно!

Глава 2. Позиционные системы счисления

— Как же это записать? — подумал Снусмумрик и подтолкнул в бок Муми-тролля.

— Пиши «3», — решил Муми-тролль, когда понял, в чём дело.

— Но ведь у нас не три палочки, а три пучка, три раза по десять палочек. Как понять это из такой записи, которую ты предлагаешь?

— А ты пиши левее.

— Левее чего?

— Левее того места, где должна писаться цифра, обозначающая количество палочек.

— Только тогда это место надо как-то отметить. Может, вот так: 3 $\underline{\text{—}}$, или 3 \square .

— Это что у вас за фигли-мигли? — не выдержал Снифф, увидев пустое окошечко.

— Ты можешь записать числом, что все палочки увязаны в три пучка и больше палочек нет? — осведомился Муми-тролль.

— Допустим, могу. А что?

— Для того, чтобы записать такое число, Снусмумрик и придумал окошечко. Оно огораживает место для отдельных палочек. Сейчас оно пустует.

— О! Давайте его назовём — «пустое место», — обрадовался Снусмумрик, — или можно короче — «пусто», в пустом месте ничего нет. «Ничего» — тоже подходящее название. Или — «никакой».

Тут ещё более довольный Ондатр сказал, что на древнем латинском языке слово «никакой» пишется «nullus».

Муми-мама поспешила добавить, что значок Снусмумрика часто используют в обществе и называют его коротко «нуль», но рисуют его не квадратиком, а овалом.



— Ну-с, друзья мои, — проговорил Ондатр, — в ваших руках **ещё одно открытие!** Новая цифра — нуль!

Теперь вы можете записывать числа с помощью десяти цифр: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Тут вмешался Снорк и сообщил, что способ счёта восьмёрками лучше, экономнее. Для него нужно уже не десять цифр, а меньше.

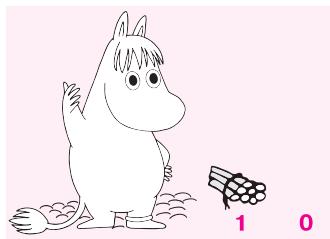
И Снорк начал выкладывать палочки перед собой.



Глава 2. Позиционные системы счисления

— Как восемь наберётся, я вяжу пучок, — сказал Снорк и без зазрения совести умыкнул у сестры последнюю ленту, — выходит, что мне цифра 8 уже не нужна, а цифра 9 и подавно, нужны только 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и 0.

— А как ты запишешь, что у тебя восемь палочек? — недоверчиво спросил Снифф.



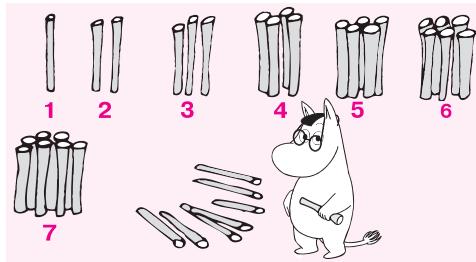
— Ну как ты не понимаешь? — удивился Муми-тролль. — Мы со Снорком пишем по одному и тому же правилу. Когда мы пишем «10», то 1 — это и у меня, и у него означает 1 пучок. Да только ведь пучки-то у нас разные!

— Понятно-понятно, что разные, — пробурчал Снифф, — да только как я про это узнаю? Вы бы хоть рожицы свои рядом нарисовали, что ли, как в Записке.

— И правда, — признал Муми-тролль, повернувшись к Снорку, — надо рисовать. Я-то знаю, что у меня пучки по десять, а как другие узнают?

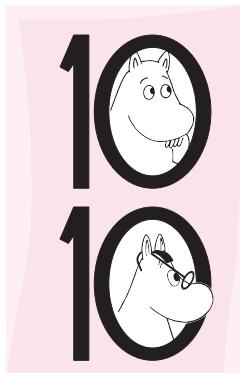
— Долго эдак-то рисовать каждый раз, — отметил Снорк, — может, лучше записать вот так: 10_{10} , 10_8 .

— Да, теперь всё понятно, так что даже Снифф не придерётся, — согласился Муми-тролль. — Я в своих записях не буду подписывать про то, что считал десятками. Не забуду же я, сколько у меня пальцев!



— Это будет один мой пучок и нуль палочек, то есть 1 пучок и 0 палочек, значит, восемь палочек запишется у меня так: 10.

— Ты, Снорк, совсем всё запутал, — возмутился Снифф. — У Муми-тролля десять палочек, у тебя восемь палочек, а пишете оба одинаково: 10. Как же так?



Глава 2. Позиционные системы счисления

А вот если Снорк принесёт мне какие-нибудь свои результаты, то там я подпишу: **10₈**.

Но Сниффу всё-таки очень хотелось к чему-нибудь придраться, поэтому он заявил:

— И всё равно, Снорк, тебе не хватит восьми цифр. Наверняка ты не сможешь записать, например, число наших палочек — 29.

— Да запросто! Смотри, Снифф, — я отсчитываю палочки. Как только набирается восемь — связываю пучок. Вот — один пучок, второй, третий. Осталось ещё пять палочек. Для пучка не хватает, поэтому оставляю их отдельно. Записываю результат — 35₈.

— А кто, хотелось бы мне знать, сделал при измерении шеста самую первую запись? — спросил Ондатр. — Вот эту, «5 и 4»?

— Это, — ответил Снусмумрик, — я, глядя на отпечатки Муми-троллевых лап, подумал, что он пересчитывает чёрточки одной лапой. Поэтому и написал так: 5 раз Муми-троллева лапа и ещё 4 пальца.

И Снусмумрик глубоко задумался.

— Он подумал, что я считаю пятёрками, — пояснил Муми-тролль, и тут его осенило. — А ведь тогда должно получиться ещё экономнее, чем у Снорка!

— Если вяжешь пучки по пять, то нужны будут только цифры 1, 2, 3, 4 и 0, — подхватил Снусмумрик. — Значит, стоп! Почему тогда у нас написано 5 и 4? Так не может быть!

— О! Я давно ждал, когда вы доберёtesь до этого, — удовлетворённо отметил Ондатр. — А дело в том, что в этой самой первой записи «5 и 4» нарушено важнейшее соглашение.

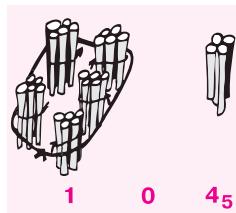
— Какое соглашение? — насторожился Снусмумрик.

— Да ведь вы сами к нему пришли, — продолжал Ондатр. — К тому, что как только у вас появляется возможность увязать что-то в пучок, нужно немедленно это сделать и считать этот пучок как новый предмет.

— Ага, — сказал Снусмумрик, которому хотелось довести дело до конца, — понятно! Я, можно сказать, вязал пучки по пять палочек, и таких пучков получилось пять штук. А раз пять — надо снова связывать! Получается пучок пучков?

— Вязанка! — подсказала фрёken Снорк.

Глава 2. Позиционные системы счисления



— Вот именно, вязанка, — обрадовался Снусмумрик подходящему слову. — Получается так: 1 вязанка из пяти пучков, отдельных пучков нет, да ещё 4 палочки, то есть 10_5 .

— Совершенно верно! — подтвердил Ондатр. — Из-за этого, я думаю, ваш шест и хмыкал.

Счёт пятёрками состоит в том, что каждые пять предметов (палочек) собираются вместе и рассматриваются как один новый предмет (пучок). Каждые пять новых предметов (пучков) снова собираются вместе и снова рассматриваются как один новый предмет (вязанка) и так далее.

Обратите внимание, что для записи числа нам потребовалась ещё одна позиция.

— Какая такая позиция? — отреагировал Снифф на новое слово.

— Ну, другими словами, место ещё и для вязанок, — объяснил Ондатр. — Место — это и есть позиция.

— Интересно, — задумался Снусмумрик, — когда Муми-тролль считает десятками, то ему нужно 10 цифр. Когда Муми-тролль считает пятёрками, ему требуется всего 5 цифр. А я считаю дюжинами. Выходит, мне нужно использовать 12 цифр?

Снусмумрик начал считать палочки:

— Раз, два, три, ..., восемь, девять, десять. Вязать пучок? Ой, нет! У меня в пучке должно быть двенадцать палочек. До пучка мы ещё не добрались, а цифры уже закончились.

— А я больше цифр не знаю, — растерялся Муми-тролль. — Но ты ведь должен как-то записать это число палочек. Может, сам придумаешь себе следующую цифру? Нарисуй какой-нибудь значок.

Снусмумрик задумался.

— Вообще-то я не очень люблю рисовать. Мне больше нравится писать. Пусть у меня вместо следующей цифры будет буква. Например, А. То есть, отсчитав десять палочек, я буду писать А. Здорово! Добавляй ещё одну палочку, Муми-тролль.

Теперь перед ними лежало одиннадцать палочек.

— Все ещё не пучок, — решил Снусмумрик. — Но теперь уже я знаю, что делать. Возьму следующую букву-цифру. Буду писать В.

Ондатр, с большим удовольствием следивший за рассуждениями друзей, подбросил им ещё одну палочку.

Глава 2. Позиционные системы счисления

— Нужна ещё одна цифра? — спросил Муми-тролль.

— Ну что ты! — ответил Снусмумрик. — Теперь же я могу связать пучок и записать 10_{12} . Ну а дальше уже всё понятно.

(Читатель, на всякий случай проверь, всё ли тебе понятно: попробуй записать числа 15, 23, 24 так, как это сделал бы Снусмумрик.)

— Действительно, Снусмумрику требуется не восемь цифр, как Снорку, и не десять, как Муми-троллю, а двенадцать, — уточнил Ондатр. — Вместо двух недостающих можно использовать любые символы.

— А какие символы общеприняты? — беспокойно спросила Муми-мама.

— Обычно, как и придумал Снусмумрик, используют две первые заглавные латинские буквы: А и В. То есть Снусмумрик будет пользоваться цифрами 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и буквами А и В. И ты, Муми-тролль, разумеется, тоже можешь пользоваться способом Снусмумрика.

— Нет уж, я лучше буду считать десятками, — заявил Муми-тролль к большой радости Муми-мамы.

— Пожалуйста, считай, — Ондатр был настроен великодушно. — Тем более, десятками считаю и я. Но всё равно не забывай, что у нас с тобой, и у Снорков, и у Снусмумрика получились **позиционные записи чисел**. С этими словами Ондатр встал и возглавил, наконец, процессию в гrot, где возле шеста томились Тофсла с Вифслой. В руках он нёс плакат, который сделали Муми-папа и Снорк. На плакате было написано:

В позиционных системах записи чисел значение цифры зависит от того, какую позицию в записи числа она занимает.

По дороге Ондатр рассуждал о том, что есть ещё замечательная позиционная система записи чисел — двоичная... Важно лишь не забывать про то, что при первой же возможности следует объединять предметы в группы («вязать пучки, вязанки и так далее»). И не забывать про позиции цифр.

В заключение Ондатр рекомендовал заполнить придуманную им таблицу.

Глава 2. Позиционные системы счисления

Таблица записи чисел в разных системах счисления

	1_2		1_5		1	1_{12}
		2_3		2_8	2	
			3_5		3	3_{12}
	100_2		4_5	4_8	4	
	101_2		10_5		5	5_{12}
		20_3		6_8	6	
	111_2		12_5		7	7_{12}
		22_3		10_8	8	
	1001_2		14_5		9	9_{12}
		101_3			10	A_{12}
			21_5		11	B_{12}
	1100_2	110_3	22_5	14_8	12	10_{12}
		111_3	23_5		13	
	1110_2			16_8	14	12_{12}
		120_3	30_5		15	
	10000_2			20_8	16	14_{12}
		122_3	32_5		17	
				22_8	18	16_{12}
	10011_2	201_3	34_5		19	
				24_8	20	18_{12}

(Читатель, попробуй заполнить таблицу пока процессия движется к гроту.)

Шест приветствовал вошедших сверканием и приятной музыкой. Муми-троллю пришло в голову выложить камешками 29.

Шест засверкал ещё ярче, на нём появилась надпись «29», и зазвучал торжественный гимн.

— Выходит, что у шеста тоже десять пальцев! — крикнул Муми-тролль, и все засмеялись.

Снорк немножко обиделся за свои восьмёрки, а Муми-мама полностью успокоилась. Она перестала всё время представлять себе, что ждёт Муми-тролля в жизни, если он не научится использовать общепринятую десятичную позиционную запись числа.

Самое важное в этой главе

В позиционной записи числа значение цифры зависит от её позиции.

ГЛАВА 3

ДЕСЯТИЧНАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

После всеобщего осознания важности десятичной позиционной системы счёта шест с большими хлопотами принесли в Муми-дом. Снусмумрик моментально приделал к нему флюгер и установил его на синей крыше. Флюгер крутнулся, а шест сообщил, что жара скоро спадёт.

(Он и дальше время от времени сообщал жителям Муми-дома разные разности: сводки погоды, даты дней рождений, имена победителей в разных спорах и прочую полезную информацию.)

Вдоволь налюбовавшись зрелищем и высоко оценив приятный голос шеста, все разбрелись кто куда.

Муми-тролль и Снорк уселись в одном из своих потайных местечек, и тут у них разгорелся спор про то, сколько шагов до моря. Снорк утверждал, что их больше тысячи, а Муми-тролль настаивал на том, что меньше. Честно говоря, они оба плохо представляли себе, что это за число — тысяча, но спорили очень убедительно.

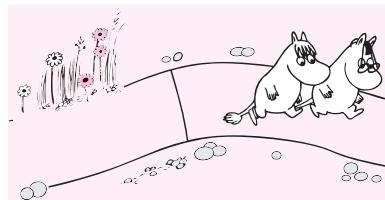
Однако никто из них другого не убедил, и единственный выход был в том, чтобы сосчитать шаги от Муми-дома до моря. Для верности заключили пари.

Прошагали три десятка и девять шагов, шагнули ещё раз. Сделали отметину — узкую бороздку поперёк тропинки (она была уже четвёртая от начала эксперимента). И пошли дальше, считая вслух.

— Четыре десятка и один, четыре десятка и два, четыре десятка и три...

Так добрались до четырёх десятков и девяти, добавили ещё шаг до пяти десятков, опять сделали поперечную бороздку и зашагали дальше в том же духе. Позади них тропинка принимала странный полосатый вид.

В конце концов, после десяти десятков шагов, ещё девяти и ещё одного, они запутались и даже испугались. Ещё бы! Так много слов для подсчёта шагов!



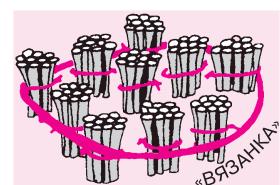
Глава 3. Десятичная система счисления

В это время на исчерченную тропинку набрёл изнывающий от жары Снифф, вытаращил глаза и помчался к Ондатру. Обеспокоенный Ондатр вышел на след, Снифф крался за ним. Таким образом, оба благополучно добрались до приунывших спорщиков.

— Все дело в том, что вы только начали постигать суть счёта десятками, — объявил Ондатр, разобравшись в причине уныния. — А суть в том, чтобы всегда соблюдать «соглашение о счёте группами предметов». А уж что считать — неважно! Хоть палочки, хоть шаги, хоть вот эти ваши бороздки... Вот вы, спорщики, должны были в этой ситуации считать пучками-десятиками.

— Так они ведь и считали, — подскочил Снифф. — У них после каждого десятка шагов бороздка!

— Я говорю не про десятки шагов, а про десятки ваших бороздок — десятки десятков шагов. Про десятки, так сказать, другого сорта. Их тоже надо было отметить, сделав, предположим, двойную борозду, — объяснил Ондатр.



— У нас уже было такое! Был пучок пучков, когда мы разбирались с палочками, это был большой пучок из пяти пучков. Пучок второго вида. Мы его называли «вязанка», — вспомнил Муми-тролль. — Значит, и сейчас у нас «вязанка» получилась. В ней 10 «пучков», а в каждом «пучке» — 10 бороздок.

— Правильно! — Но вы хотели что-то сказать про название, — напомнил Снорк.

— Название? Извольте: сто, hundert, hundred, cent, szimtas, hekaton, satam, centum, ...

— Пожалуй, многовато.

— Я перечислил далеко не все названия, ведь у каждого народа — своё. Выбирайте, что вам нравится.

— А что выбирает Муми-мама? — нашёл выход Муми-тролль.

— Она выбирает сто.

Снорк и Муми-тролль тоже решили выбрать сто.

(*А ты, читатель, поройся в словарях, разузнай, какие народы используют остальные названия. Может быть, ты знаешь ещё и другие названия для числа «сто»?*)

Глава 3. Десятичная система счисления

— Ну что ж, при вашем выборе дальнейший счёт шагов: сто и один, сто и два и так далее до ста и девяти, — продолжал Ондатр, — потом будет сто и десять и ещё один. Именно на этом шаге вы впали в уныние.

— Теперь будет полегче, — признал Снорк и зашагал, считая, дальше, — сто и десять и два, сто и десять и три, ... сто и десять и девять (Муми-тролль едва поспевал за ним), ... сто и два раза по десять, сто и два раза по десять и один...

Так они считали и делали бороздки, считали и делали... Досчитали до ста и девяты раз по десять и ещё девяты, шагнули ещё раз и хором воскликнули:

— Два раза по сто!

Сниффу надоело считать шаги, и он умчался разыскивать Снусмумрика. Ондатр не выдержал гонки и уселся отдохнуть прямо на тропинке. Муми-тролль, прошагав ещё три десятка и семь шагов, отстал от быстрого Снорка.

— Надо бы записать, сколько мы прошагали, — сказал он. — А то, того и гляди, забудешь. Как тогда доказать, что я выиграл пари.

Он вернулся к Ондатру, чтобы заполучить у него пару листочек. Ондатр всегда носил с собой блокнот для записывания всяких полезных сведений и своих философских мыслей. Ондатр сидел у двойной борозды, украшенной откуда-то взявшимся дорожным знаком, на котором было обозначено «Два раза по сто шагов».

Муми-тролль полюбовался на знак и решил, что это число шагов нужно записать ещё и цифрами.

— Сначала надо сообразить, как записать цифрами сто, — рассуждал Муми-тролль, — наверное, так: сто — это одна вязанка. Значит, сначала пишу единицу; отдельных пучков и отдельных палочек нет — значит, на их местах пишу нули.

Сто в десятичной позиционной системе Муми-тролль записал так: **«100»**.

— Тогда на том месте, где уселся Ондатр, нужно поставить знак с надписью **«200»**, — решил Муми-тролль, — ведь это два раза по сто.

— Ну что ж, знак в честь моего сидения — это не лишнее, — согласился Ондатр. — Но я хотел бы видеть на ней число **«двести»**, записанное другим способом.

— Как, другими цифрами, что ли? — удивился Муми-тролль.

Глава 3. Десятичная система счисления

— Да нет, можно и теми же цифрами, — возразил Ондатр. — Это записывается так:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{двести есть два раза по сто} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \underbrace{\quad}_{\cdot} & \downarrow & \downarrow \\ 200 & = & 2 & . & 100 \end{array}$$

— Мне нравится, — сказал Муми-тролль. — А можно записать ещё каким-нибудь способом?

— Можно, — сказал Ондатр. — Сто есть десять раз по десять:

$$100 = 10 \cdot 10 = 10^2.$$

Понятна ли тебе такая запись?

— То, что $100 = 10 \cdot 10$, понятно. Но вот десятка с двойкой наверху — это что такое? — спросил Муми-тролль. — Хотя сама запись мне нравится — короткая.

$$\boxed{\begin{array}{l} 200 \\ 2 \cdot 100 \\ 2 \cdot 10^2 \end{array}}$$

— Если нравится, — сказал Ондатр, — то легко поймёшь и запомнишь: число 2, записанное справа вверху от числа 10, означает, что 10 берётся множителем 2 раза, то есть получается десять десятков (пучок второго вида).

— Сделаю я ещё один дорожный знак в таком духе, — решил заинтересованный Муми-тролль и вернулся к последней прочерченной бороздке. Ондатр проследовал за ним.

— Итак, я прошёл шагов столько:

$$\begin{array}{cccccccccc} \text{два раза по сто и три раза по десять и семь} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \underbrace{\quad}_{\cdot} & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & . & 100 + 3 & . & 10 & + & 7 \end{array}$$

Теперь, как и Ондатр, запишу с помощью пучков разного вида: 100 — это 10^2 (пучок второго вида); 10 — это 10^1 (пучок первого вида).

Кажется, получилось: $2 \cdot 10^2$ и $3 \cdot 10^1$ и 7!

— В твоём числе есть 7. Так вот, чтобы запись выглядела красивой, договоримся каждую палочку считать пучком нулевого вида. Нулевого — потому что на самом деле пучка нет, всего одна палочка. А как это обозначается, ты, наверное, уже понял, — сказал Ондатр.

Глава 3. Десятичная система счисления

Муми-тролль, действительно, сообразил и быстро всё переписал. Вот что у него получилось:

$$237 = 2 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 7; \quad 237 = 2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0.$$

Ондрат добавил сюда ещё одну строчку: $237 = 200 + 30 + 7$.

(*Ты, читатель, конечно же, догадался, как получилась эта строчка.*)

— О! — сказал Муми-тролль, водружа свой дорожный знак. — Отменная у меня вышла табличка.

— Тогда, — заметил Ондрат, — раз уж ты так удачно назвал дорожный знак табличкой, то предлагаю твоё число шагов занести в специальную таблицу, которую математики называют **таблицей разрядов**. И всем будет видна позиционная запись числа «двести тридцать семь».

3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд
2	3	7

Тут объявились Снусмумрик со Сниффом, Тофсла с Вифслой и фрёжен Снорк. Снусмумрик разобрался с записью числа 237 и попросил объяснить, откуда взялось такое слово — разряд.

— Ну, для единиц взяли ряд, получилось: раз-ряд. Потом взяли ещё ряд для десятков: второй раз ряд, получился второй раз-ряд, потом третий раз-ряд, — попробовал объяснить Муми-тролль.

Эта версия понравилась даже Ондрату.

Самое интересное, что Муми-троллева таблица разрядов оказалась пригодной и для восьмеричной системы счёта.

Смотрите, как фрёжен Снорк использовала её для записи своих восьмеричных чисел: $35_8 = 3 \cdot 8 + 5$.

3-й разряд	2-й разряд	1-й разряд
	3	5
1	0	0

То есть

$$35_8 = 3 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0;$$

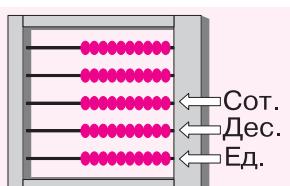
$$100_8 = 1 \cdot 8 \cdot 8 + 0 \cdot 8 + 0 = 8^2;$$

$$100_8 = 1 \cdot 8^2 + 0 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^0.$$

Глава 3. Десятичная система счисления

— Смотрите, смотрите, — удивился Муми-тролль, — у фрёкен Снорк получилось, что $35_8 = 29$.

(В этом равенстве, читатель, слева — число, записанное в восьмеричной системе счисления, а справа — в десятичной.)



Муми-мама призналась, что **таблица разрядов напоминает ей счёты**, на которых они с Муми-папой частенько пересчитывают всякую всячину.

Она осторожно, чтобы не разбудить задремавшего Муми-папу, принесла эти самые счёты. Инструмент был очень

прост — несколько железных прутиков, вставленных в деревянную раму, на каждом прутике нанизано по десять черешневых косточек.

— Кто это съел такую уйму черешен? — подумал Снифф. А Ондатр отложил на счётах несколько косточек.

— Разве счёты придуманы для запоминания полученных чисел? Вместо табличек? — спросил Муми-тролль.

— О, нет! На счётах мы всё в доме можем пересчитать, узнать, сколько всего предметов и на сколько одних предметов больше, чем других, — гордо сказала Муми-мама.

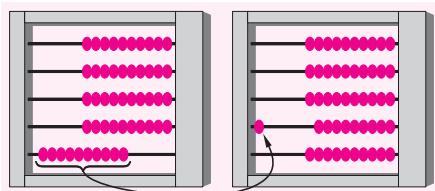
— Можсла, мы пересчитаем все банки с вареньем, которые стоят в подвале, а то никак не сообразишь — много их или мало? — предложили Тофсла с Вифслой.

Гурьбой спустились в подвал вместе со счётами и лихо отщёлкнули десять косточек на нижнем прутике, сдвинув десять банок в конец полки.

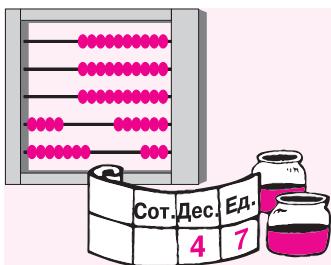
— Десяток косточек одного прутика заменяем одной косточкой на верхнем соседнем прутике, — подсказала Муми-мама.

(Обрати внимание, читатель: косточки на нижнем прутике *возвратились на место*.)

Тофсла с Вифслой насчитали ещё семь банок на полке, потом обнаружили на трёх других полках по десять банок, отложили всё это на счётах, и Снусмумрик записал общее число банок в таблицу разрядов.



Глава 3. Десятичная система счисления



— Надо же, какое замечательное устройство! — воскликнул Муми-тролль. — На нём «соглашение о счёте десятками» выполняется само собой. Ведь в одном разряде-прутике больше десяти никак не отложишь!

Десяток косточек прутика заменяется одной косточкой на верхнем соседнем прутике. А освободившиеся косточки возвращаем на место. И они

опять готовы для откладывания нового числа.

Очень просто-просто-просто!

Но для фрё肯 Снорк, привыкшей считать восьмёрками, счёты не были таким уж простым инструментом.

— Небольшая переделка, и наши десятичные счёты легко превратятся в удобные для тебя восьмеричные, — пришёл на помощь Муми-тролль и снял с каждого прутика по две косточки.

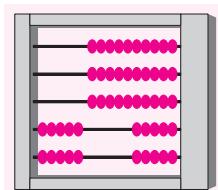
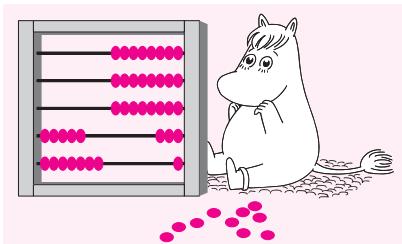
Фрёken Снорк отложила на переделанных счётах число банок.

Все нашли, что варенья, скопее, много, чем мало. Тофсла с Вифслой разлили одну банку. (Совершенно случайно, разумеется.) Но ничего страшного не произошло. Они же сами всё тщательно подлизали. После этого им захотелось пить. А всем остальным захотелось посчитать на счётах что-нибудь ещё, но тоже вкусное.

Снифф обнаружил пять орехов на подоконнике. Муми-тролль вернулся счётам десятичный вид и отщёлкнул пять косточек на первом прутике. Тут Снусмумрик вспомнил, что в его дорожном мешке лежит куча лесных орехов, он принёс мешок, вытряхнул его, и Муми-тролль, повозившись с этими лесными орехами, отложил тоже 5 косточек, но на соседнем прутике.

— И у Снусмумрика 5? — поразился Снифф, — но у меня же орехов гораздо меньше!

— У тебя 5 на прутике, где расположены единицы, а у Снусмумрика 5 — где десятки.



Глава 3. Десятичная система счисления

— У Снусмумрика пять раз по десять, — втолковывал Сниффу Муми-тролль.

— Это в десять раз больше, то есть на каждый орех Сниффа приходится десяток моих орехов, — добавил Снусмумрик.

— Ага, у Снусмумрика в десять раз больше, чем у меня... А если он найдёт ещё столько, что отложит 5 на третьем прутике! — Снифф чуть не плакал, глядя на свою маленькую кучку орехов.

— Тогда у Снусмумрика орехов будет в 10 раз больше, чем сейчас, и в 100 раз больше, чем у Сниффа.

— А у меня станет тогда в 100 раз меньше, чем у Снусмумрика, — всхлипнул Снифф.

— Давай я тебе отдам свои орехи, — успокоил Сниффа совершенно не знающий жадности Снусмумрик и занялся вписыванием полученных чисел в таблицу разрядов.

3-й разряд сотни	2-й разряд десятки	1-й разряд единицы
	5	5
5	0	0

— Как хорошо видно в таблице, 5 раз по 10 записывается коротко — 50: $5 \cdot 10 = 50$. 5 раз по 100 записывается 500: $5 \cdot 100 = 500$, — обрадовалась фрёжен.

— Приписываем справа один нуль, и число увеличивается в 10 раз.

$$5 \xrightarrow{\text{Увеличиваем в 10 раз}} 50$$

Получили число, в котором 5 десятков и 0 единиц, — вторил ей Снусмумрик. — Приписываем к 50 ещё 0, получим 500.

$$50 \xrightarrow{\text{Увеличиваем в 10 раз}} 500$$

Снова увеличение в 10 раз.

— А если взять 5 и приписать два нуля, то получится увеличение в 100 раз.

$$5 \xrightarrow{\text{Увеличиваем в 100 раз}} 500$$

Снифф, которому было немного стыдно за свою жадность, собрался с духом и решил подарить Снусмумрику свои орехи — те пять, которые нашёл на подоконнике.

Глава 3. Десятичная система счисления

— Я только припишу сейчас к пяти два нуля на свободные места в таблице. С таким количеством орехов Снусмумрику уже можно быть спокойным в походе!

Вот так:

Сотни	Десятки	Единицы
0	0	5

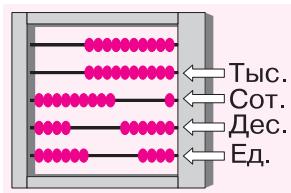
— Ну, посмотрим, что получилось: сотен — нуль, десятков — нуль, единиц — пять. Как было, так и осталось пять орехов, — вразумил его Муми-тролль. У Снусмумрика в таблице нули были приписаны к числу с правой стороны, они и означали увеличение числа. А ты приписал слева, но при этом число не изменилось — у тебя нули незначащие.

Два нуля в записи числа 500 означают, что число состоит из пяти сотен — в этой записи числа нули значащие. Получается, справа — значащие нули, слева — незначащие.

Тут Снифф уронил счёты на пол, чуть не разбудив Муми-папу. На Сниффа зашикали, счёты тихонько подняли. Число, которое на них отложилось, попробовали «распорошить» (представить в виде суммы разрядных слагаемых). Получилось 9 пучков второго вида и 4 пучка первого вида и шесть единиц.

Или девять сотен и четыре десятка и шесть единиц;

$$\begin{aligned}9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0; \\9 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 6; \\900 + 40 + 6; \\946.\end{aligned}$$



Свои пять орехов Снифф всё-таки подарил Снусмумрику! Их было мало, зато они были грецкие!

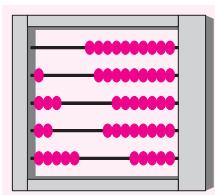
И вдруг Муми-тролль покраснел. Дело в том, что, занявшись вместе с фрёкен Снорк счётами, он забыл про её брата. Тот, видимо, всё ещё считал шаги до моря.

Муми-тролль вскочил, выбежал из дома и столкнулся лоб в лоб с вернувшимся Снорком.

— Ни слова, а то я собьюсь со счёта, — выдал скороговорку, похоже, нисколько не обиженный Снорк, — 10 сотен, ещё 3 сотни, да ещё 2 десятка, да ещё 5 шагов. Уф, это шаги ещё не

Глава 3. Десятичная система счисления

до самого моря, а только до одинокой сосны. Есть тысяча шагов или нет? Если нет, пойду шагать от сосны дальше к морю.



Снусмумрик взялся за счёты.

— Десять сотен — это 10 косточек на третьем прутике, которые я заменяю одной косточкой четвёртого прутика, ещё 3 сотни, ещё 2 десятка и ещё 5 шагов, — сказал Снусмумрик. — Четвёртый прутик — это новый четвёртый разряд.

Вроде как пучок из десяти сотенных пучков.

— Десять сотен — это **тысяча**, — сказал Ондатр, и отметил, что Снорк прошёл тысячу шагов и, следовательно, выиграл пари. Снорк даже больше прошёл шагов: 1 тысячу и 3 сотни и 2 десятка и 5 единиц.

Муми-тролль поздравил с победой Снорка и записал число его шагов четырьмя способами:

$$1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0;$$

$$1 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 5;$$

$$1000 + 300 + 20 + 5;$$

$$1325.$$

— Я когда-то думал, что больше тысячи не бывает, что тысяча — самое большое из чисел, — признался Снусмумрик, — а теперь, выходит, самого большого числа нет, теперь-то легко представить и две, и три тысячи шагов. И даже следующий пятый разряд можно получить из десятка тысяч. На счётах 10 косточек четвёртого прутика заменяются одной косточкой на пятом прутике, а 10 косточек этого пятого разряда заменяются на одну косточку следующего разряда. И так ведь без конца можно продолжать.

— Ну уж, скажешь! — возразил Снорк. — Прутики-то скоро кончатся!

— А мы новые вставим или просто вообразим, что вставили!

— И называть их можно подобно первым трём разрядам: единицы тысяч, десятки тысяч, сотни тысяч, — предложила фрёкен Снорк.

— А вот седьмой разряд звучит запутанно: «тысяча тысяч», — придрался Снорк.

— Здесь пригодится новое слово — «**миллион**», — объявил Ондатр.

Глава 3. Десятичная система счисления

— И опять единицы миллионов, десятки миллионов, сотни миллионов, — затараторила фрёкен.

— Да, трудно было сделать только первый шаг, — произнёс Ондатр.

— Интересно, а самое маленькое число есть? — спросила фрёкен Снорк.

— Это, наверное, единица, мы начинали счёт с первого шага, с первого ореха... — сказал Муми-тролль.

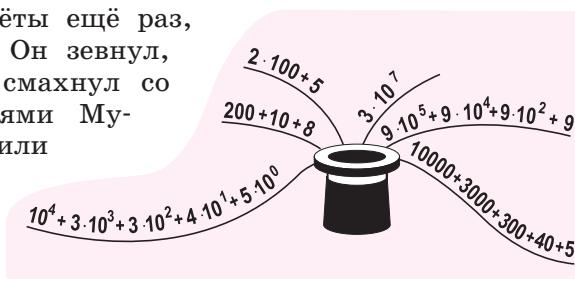
— А что, разве нельзя пройти полшага?.. И грецкий орех можно расколоть на несколько частей....

— Мы сегодня считали только целые вещи: целые орехи, целые банки (а не разбитые), — возразил Муми-тролль. — Вещи все очень даже натуральные.

— И числа для их счёта называются **натуральными**. Самое маленькое натуральное число — это единица. А вот самого большого натурального числа нет! Разрядную таблицу для натуральных чисел можно продолжать влево бесконечно.... — Ондатр произнёс слово «бесконечно» с особым оттенком философской грусти. И записал название новых разрядов в таблицу.

Единицы миллионов	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы

Тут Снифф уронил счёты ещё раз, и Муми-папа проснулся. Он зевнул, потянулся — и нечаянно смахнул со стола листочки с записями Муми-тролля, которые угодили прямо в Шляпу. И ... из Шляпы одно за другим стали появляться числа.

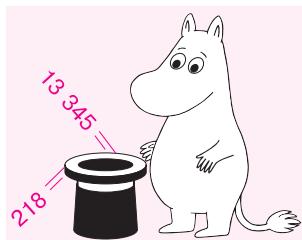


Самое важное в этой главе

Таблица разрядов, в которую можно поместить любое натуральное число.

ГЛАВА 4

НАЗВАНИЯ ЧИСЕЛ В ДЕСЯТИЧНОЙ СИСТЕМЕ СЧИСЛЕНИЯ



Чувствуя какую-то неладность, Муми-тролль всё-таки продолжал:

— Один десяток тысяч, три тысячи, три сотни, четыре десятка и пять.

Чтение показалось всем на слух не очень привычным по сравнению с тем, что им кое-когда приходилось слышать. Стали вспоминать эти ранее слышанные слова: четырнадцать, тысяча двести, двадцать девять.

— Так это же названия чисел, — воскликнул Снуесумрик. — Неужели у каждого числа своё имя? Как их запомнить? Ведь чисел же уйма! Должен же быть какой-то секрет называния.

Муми-мама не вытерпела и разыскала в старых книгах таблицы с секретом имён чисел на русском, английском и немецком языках.

Таблица с секретом имён чисел

1 –	2 –	3 –	4 –	5 –	6 –	7 –	8 –	9 –	10 –
один,	два,	три,	четыре,	пять,	шесть,	семь,	восемь,	девять,	десять,
одиннадцать,	двенадцать,	тринадцать,...,			девятнадцать,	двадцать,			
двадцать один,	двадцать два,...,				двадцать девять,	тридцать,			
тридцать один,...,	тридцать пять,...,				тридцать девять,	сорок,			
сорок один,	сорок два,...,	сорок шесть,...,	сорок девять,						
пятьдесят один,...,	пятьдесят три,...,				пятьдесят девять,	шестьдесят,			
.....							девяносто,		
девяносто один,...,	девяносто три,...,				девяносто девять,				
									сто.

Вот что обнаружили, изучив таблицу: в названиях чисел «одиннадцать», «двенадцать», «тринадцать», «четырнадцать», «пятнадцать», «шестнадцать», «семнадцать», «восемнадцать», «девятнадцать», «двадцать» встречается частица «дцать».

Глава 4. Названия чисел в десятичной системе счисления

Ондатр сказал, что так давным-давно русские люди называли «десять». Стало понятно, например, что десять и один — это один на десять, или один-на-дцать.

Оказалось, что досчитали до двадцати, а разных слов потребовалось десять. Муми-папа, молчавший до сих пор, решил вмешаться. Он заметил, что так обстоит дело в русском языке. А, например, в английском языке для названия первых двадцати чисел потребуется двенадцать совершенно различных слов. И это, вернее всего, потому, что у англичан было принято считать дюжинами.

Таблица с секретом имён чисел (на немецком и английском языках)

1 –	2 –	3 –	4 –	5 –	6 –	7 –	8 –	9 –	10 –
eins,	zwei,	drei,	vier,	funf,	sechs,	sieben,	acht,	neun,	zehn,
elf,	zwölf,	dreizehn,	vierzehn,	...,			neunzehn,	zwanzig,	
einundzwanzig,	zweiundzwanzig,	...,	neunundzwanzig,	dreißig,					
einunddreißig,	zweiunddreißig,	...,	sechsunddreißig,						
...,							neununddreißig,	vierzig,	
einundvierzig	fünfundvierzig	neunundvierzig,	fünfzig,						
.....				neunzig,		
einundneunzig,	zweiundneunzig,	...,	siebenundneunzig,						
...,							neunundneunzig,	hundert.	
1 –	2 –	3 –	4 –	5 –	6 –	7 –	8 –	9 –	10 –
one,	two,	three,	four,	five,	six,	seven,	eight,	nine,	ten,
eleven,	twelve,	thirteen,	fourteen,	...,			nineteen,	twenty,	
twenty-one,	twenty-two,	...,					twenty-nine,	thirty,	
thirty-one,	...,	thirty-five,	...,				thirty-nine,	forty,	
.....	ninety,	
ninety-one,	...,	ninety-four,	...,				ninety-nine,	hundred.	

— Это я, что ли, из англичан? — улыбнулся Снусмумрик.

Но ему объяснили, что у англичан счёт шёл не пальцами, а фалангами (у каждого пальца три фаланги, всего выходит — 12; большой палец англичане при подсчёте не использовали).

Далее заметили, что в названиях чисел третьего, четвёртого, пятого, шестого, седьмого, восьмого и девятого десятков только в двух случаях в русском языке появились новые слова: «сорок» и «девяносто».

(Выясни, читатель, историю этих слов.)

Глава 4. Названия чисел в десятичной системе счисления

Всем хотелось узнать, как читаются числа после 100.

— Сто один, сто два, сто три,..., — положил начало Ондатр.

Все поняли, что к слову «сто» просто надо добавлять названия из таблицы, и попросили Ондатра перейти к двум сотням.

— Две сотни — это двести, потом — двести один, двести два,..., двести сорок восемь... и так до тысячи, — сказал Ондатр. — Можно таким образом добраться хоть до двух тысяч, хоть до двенадцати тысяч.

— Попробуем прочитать папе числа:

218 — двести восемнадцать, — начали Муми-тролль и фрёкен Снорк хором.

13 345 — тринадцать тысяч триста сорок пять, — продолжил Снусмумрик.

После этого Ондатр с удовлетворением сообщил, что тайна образования имён чисел начала раскрываться. Но ещё необходимо познакомиться с такими названиями: миллион, миллиард (или биллион), триллион, квадриллион, квинтиллион, секстиллион, септиллион и так далее.

1 миллион = 1000 тысяч;

1 миллиард = 1000 миллионов;

1 триллион = 1000 миллиардов;

1 квадриллион = 1000 триллионов;

1 квинтиллион = 1000 квадриллионов;

1 секстиллион = 1000 квинтиллионов;

1 септиллион = 1000 секстильонов.

— Это не просто названия чисел, а названия *классов*, — значительно добавил Ондатр.

— Ещё и классы? — удивился Муми-тролль.

— Это придумано для экономии слов. Каждые три разряда объединяют в один класс, — продолжил Ондатр. — Предлагаю познакомиться с таблицей. Смотрите — в ней виден порядок, в котором следуют друг за другом разряды и классы. Кстати, попробуйте прочесть число, записанное в этой таблице.

Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
Сотни	Десятки	Единицы	Сотни	Десятки	Единицы	Сотни	Десятки	Единицы
2	1	3	0	0	0	4	1	6

— Двадцать один миллион триста тысяч четыреста шестнадцать единиц, — прочитала фрёкен Снорк и по разрядам, и с помощью классов.

Глава 4. Названия чисел в десятичной системе счисления

— Слово «единиц» можно не произносить, — добавил Муми-тролль.

После этого всем захотелось записывать разные числа в таблицу и читать их.

— Таблицу можно было бы и не рисовать, — сказал Ондатр, — но если её представить мысленно, то получается вот такое

Правило чтения больших чисел:

1. *Разбейте число на классы, по три цифры в каждом, отсчитывая тройки справа налево.*
2. *Прочтите число в самом левом классе и произнесите название самого класса.*
3. *Сделайте то же самое с каждым следующим классом, двигаясь слева направо. Когда доберётесь до класса единиц, то его название не произносите.*

— «Септилион» — это надо же! До чего дошли бедные дети, — вздохнула Муми-мама, — по-моему, без этого вполне можно прожить. Достаточно, что они досчитали до двух сотен восемнадцати, а потом до ста тридцати трёх сотен сорока пяти.

— Как ты интересно называешь числа, мама! Это, наверное, трудно? — удивился Муми-тролль.

— Пустяки какие! — ответила Муми-мама. — Знай себе закрывай пальцем цифру — и читай, как тебе хочется. Понятно?

— Да, — с готовностью ответил Муми-тролль, — но если честно, то нет.

— О-х-хонюшки, — сказала Муми-мама, которой давно было пора заняться обедом. — Ну, смотрите, рисую картинку.

— У тебя, мама, получилось похоже на календарь, — деловито сказал Муми-тролль.

— И правда, золотко моё. Давай-ка смастерим то, что я нарисовала.

«Календарь» смастерили без особых проблем, и Муми-мама отогнула вверх листки с восьмёркой и единицей.

— Вижу только 2.

2	1	8
Сотни	Десятки	Единицы

Глава 4. Названия чисел в десятичной системе счисления

Читаю: две сотни,
договариваю: восемнадцать.
Получается: две сотни восемнадцать.
Если верну листок с единицей назад,
то прочту: двадцать один десяток
и договорю: восемь.

С числом 13 345 разберитесь сами. Мне немедленно нужно идти на кухню.

После этого Муми-папа подсунул каждому по заданию, в котором требовалось сделать краткую запись числа.

Задание Сниффу: $2 \cdot 10^2 + 5$.
Задание Тофсле с Вифслой: $200 + 5$.
Задание Снорку: 20 десятков и 5.
Задание фрё肯 Снорк: $3 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3$.
Задание Снусмумрику: 384 тысячи.
Задание Муми-троллю: 3840 сотен.

После пыхтения, высовывания языков и прочих стараний ответы были представлены на суд Муми-папе. Кое у кого были ошибки. А когда их исправили, то хохоту было столько, что забречала посуда в шкафу, а Муми-мама решила, что началось землетрясение.

Оказалось, хитрый Муми-папа задал одно и то же число Сниффу, Тофсле с Вифслой и Снорку. Это число было 205.

И одно и то же число Муми-троллю, фрё肯 Снорк и Снусмумрику. Это число было 384 000.

Муми-мама зарделась. Дело в том, что двести пятый день — это был день её рождения. Так уж было устроено в Муми-доме. Зимой все погружались в спячку. День пробуждения считался первым, далее шёл второй день и так далее. И никаких месяцев не было. Очень удобно!

— У числа 384 000 тоже есть секрет, — сказал Муми-папа, — но я открою вам его только ночью. И то, когда представится подходящий случай.

(В одну из подходящих ночей Муми-папа вызвал всех в сад, показал на полную луну, выдержал эффектную паузу и сообщил, что 384 000 километров — это расстояние от Муми-дома до Луны.)

Самое важное в этой главе

Существуют разные способы чтения натуральных чисел.

ГЛАВА 5

ЧИСЛОВОЙ ЛУЧ.

СРАВНЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Междуд тем Книга, которую в самом начале нашей истории извлекли из Шляпы и про которую чуть не позабыли, лежала себе спокойно на веранде Муми-дома. Снусмумрик задумчиво уставился на её чистые листы и вдруг ему что-то почудилось... Он замер и через минуту увидел, что на первых страницах Книги записались все их разговоры о числах! Да ещё с картинками! Особо было отмечено, что общее название для чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... — натуральные.

(Объясни, читатель, что означает многоточие после записи числа 11.)

— Ну и дела! — воскликнули все хором.

— Надо срочно показать это Муми-родителям.

Муми-мама и Муми-папа по достоинству оценили событие. Только Хемуль болтался неизвестно где и не знал, что произошло в Муми-доме.

— Пойдём, разыщем его, — предложил Муми-тролль, подойдя к фрёкен Снорк.

Хемуль нашёлся под деревом. Вид у него был понурый.

— Нет, нет, меня ничто не интересует, я в большой грусти, — заявил он.

— С чего бы это? — сочувственно спросила фрёкен Снорк. — Может быть, ты потерял растение из своего гербария?

— Как раз нет, — мрачно ответил Хемуль. — У меня всё цело. Моя коллекция растений, мой гербарий совершенен. В округе не осталось ни одного вида растения, не засушенного мной. И теперь моя жизнь потеряла смысл.

Муми-тролль и фрёкен Снорк озабоченно переглянулись.

— Милый Хемуль, — сказала фрёкен Снорк, — а не начать ли тебе собирать что-нибудь другое, совсем другое?

— Это идея! — слегка повеселел Хемуль. — Но что? Сразу говорю: марки, бабочки, этикетки, календарики отпадают, это всё в прошлом.

— Может быть, фотографии артистов? — предложила фрёкен Снорк.



Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел

— Тьфу! — только и сказал Хемуль.

— Числа! — воскликнул Муми-тролль. — Начинай-ка собирать числа.

Хемуль улыбнулся, но, подумав, опять помрачнел:

— А где я их буду брать? У меня ни одного нет.

— А вот и есть! — засмеялся Муми-тролль — У тебя нуль экземпляров в коллекции чисел, а нуль — это число. Начало уже есть!

Хемуль опять подумал, снял свой верёвочный пояс, завязал на его конце узелок и нарисовал на нём «0».

— Так, — сказал он, — а дальше?

— А сколько теперь у тебя экземпляров? Один — это единица, а «единица» — это натуральное число!

Хемуль завязал ещё узелок «1».



— Теперь у тебя два экземпляра. «2» — это следующее натуральное число. Вяжи! — скомандовал Муми-тролль.

— Сегодня Снусмумрик разбирался с числом 29, — вставила фрё肯 Снорк.

— А где его поместить? — спросил Хемуль.

Тут пояс сам по себе удлинился так, что число 29 завязалось на порядочном расстоянии от начала, и ещё осталось место.

— Вот это да! — воскликнул совершенно счастливый Хемуль. — Значит, верёвка стала волшебной, и на ней поместится много чисел. Решено! Я коллекционирую числа!

— Да, ты — коллекционер натуральных чисел, — сказал Муми-тролль и пожал Хемулю лапу.

— У меня уже есть интересные экземпляры, — похвастался Хемуль, — например, ваше число 29.

— И вот этот экземпляр интересный, — сказала фрёken Снорк, указывая на единицу, — 1 — самое маленькое натуральное число.

— Но у меня левее ещё завязано число 0, а оно меньшее 1.

— Нуль — число какое-то не натуральное, — с сомнением пожала плечами фрёken Снорк.

— Конечно, — согласился Муми-тролль. — Спросишь, например, сколько у фрёken Снорк ленточек, а она ответит: «Нуль. Нет ничего. Все пожертвованы на алтарь науки».



Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел

(Чуть позже, когда Муми-тролль и фрёкен Снорк рассказывали Ондатру о своих сомнениях, он подтвердил, что 0 не относится к натуральным числам.)

— Что же, мне его выбросить, что ли, из коллекции? —
обиженно спросил Хемуль. — Ни за что!

— Ну и не выбрасывай, — посоветовал Муми-тролль.

— А как же быть с названием? — допытывался Хемуль.

— В самом деле... Идея! Назовём твою коллекцию «Натуральные числа и нуль».

Хемуль весь день сиял. К вечеру сияющее выражение его лица сменилось на озабоченное. Он решил, что пять экземпляров — пять чисел 0, 1, 2, 3, 29, это всё-таки маловато для коллекции.

Для начала он решил сосчитать звёзды на небе, но быстро сбился. Повздыхав, Хемуль пересчитал всех молодых обитателей Муми-дома.

— Восемь — это замечательно, но где вязать узелок: до или после двадцати девяти? Вот в чём вопрос, — задумался он.

Поразмыслив, Хемуль пришёл к совершенно правильному выводу: при счёте 8 появляется позднее 3. А точнее после 3 будет 4, потом 5, 6, 7, а уж потом 8, а за восьмёркой 9.

То есть 8 меньше 29.

(Это, читатель, можно записать и прочитать так:

7 < 8 — семь меньше восьми;

8 > 3 — восемь больше трёх;

3 < 8 < 29 — восемь больше трёх, но меньше двадцати девяти.

Такие записи называются числовыми неравенствами. «Носик» у математических знаков «>», «<» направлен в записи неравенства к меньшему из двух чисел.)

Хемуль завязал узелок для числа 8 — он оказался дальше от нуля, чем узелок для числа 3, но ближе к нулю, чем узелок для числа 29.

— Как я сразу не догадался! Ведь 8 — однозначное число, а 29 — двузначное. Значит, правильно, что узелок 8 завязан ближе к 0, чем узелок 29.

Самое маленькое число из натуральных у меня есть, это 1. Эх! Добраться бы до самого большого натурального числа!

Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел

Хемуль вспомнил число 180. Именно в этот столовьсмидесятый день (по календарю Муми-дома) он в прошлом году пришёл в гости к Муми-троллю, да так в гостях и остался.

— Уж, наверное, 180 — самое большое число, оно трёхзначное, а поэтому больше 29 ($180 > 29$).

Хемуль хотел было завязать узелок на самом конце пояса, но у него никак не получалось.

Поразмыслив ещё немного, Хемуль пришёл к выводу, что это не случайно. Он сообразил, что после 180 будет число 181, а за ним 182, а следом 183, ... Потом он вспомнил, как Муми-тролль заверял его, что числам не будет конца. И, умиротворённый, отправился спать.

А в это время пояс Хемуля появился на страницах Книги, и с ним стали происходить чудеса.

Во-первых, он распрямился и превратился в луч, выходящий вправо из узелка с нулём.

Во-вторых, расстояния между 0 и 1, 1 и 2, 2 и 3 ... оказались абсолютно одинаковыми.



Между 8 и 29 осталось места ровно столько, сколько нужно было для узелков с числами 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28.

(Придёт время, и эти числа тоже попадут в коллекцию Хемуля.)

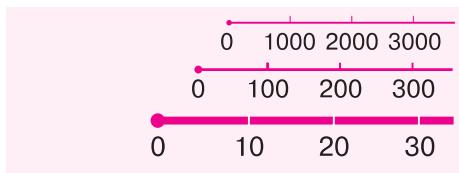
Под рисунком появилась надпись: числовой луч.

И стало очень хорошо видно:

Каждое следующее натуральное число на единицу больше предыдущего; чем число больше, тем правее оно находится на числовой линии; чем число правее находится на числовой линии, тем оно больше.

Пояс Хемуля обладал волшебным свойством — мог удлиняться для завязывания какого угодно числа, даже невероятно большого.

Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел



Ещё вечером фрёкен Снорк пришло в голову «подарить» Хемулю трёхзначное число 118.

Это был день рождения Муми-тролля. Она готовилась к тому, чтобы найти этому числу на пояске правильное место. Хемуль похвастался ей новым экспонатом — узелком с числом 180, и фрёкен уселись готовить Муми-троллю сюрприз.

Прежде всего она записала:

$$118 = 100 + 10 + 8 = 1 \text{ сотня} + 1 \text{ десяток} + 8 \text{ единиц},$$

$$180 = 100 + 80 + 0 = 1 \text{ сотня} + 8 \text{ десятков} + 0 \text{ единиц}.$$

В обоих трёхзначных числах есть по одной сотне, но в разряде десятков у одного числа 1, а у другого 8.

Сотни	Десятки	Единицы
1	1	8
1	8	0

Значит, $118 < 180$. Цифры в разряде единиц даже сравнивать не надо.

Жара спала, подул прохладный ветерок и шевельнулся страницы Книги.

Тут-то фрёкен Снорк и увидела рисунок луча.

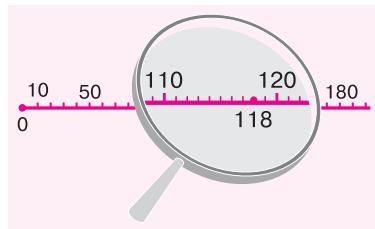
— О! Это то, что надо! — маленькая фрёкен вооружилась большой лупой и, хорошенько рассчитав, отметила точкой число 118.

Подошедший Муми-тролль смущился, а фрёкен порозовела.

Они уселись рядышком и решили отметить на числовом луче день рождения Снорков.

— Чей же праздник наступит раньше? — шепнула фрёкен.

В Книге для изображения больших чисел луч как будто отодвигался вдаль, так что были заметны только узелки десятков, или сотен, или тысяч.



Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел

— Что же это я? 113 левее 118, значит, праздник Снорков раньше.

— Давай отметим на числовом луче дни рождения всех наших!

Так и сделали. Хемуль расплылся в довольноой улыбке и заглянул, наконец, в Книгу, на страницах которой (*как ты уже знаешь, читатель*) появились и его пояс с коллекцией чисел, и его портрет, и

Правило сравнения натуральных чисел:

1. *Если два натуральных числа имеют в записи разное количество знаков (цифр), то большее то число, в записи которого знаков больше.*
2. *Если запись двух натуральных чисел имеет одинаковое количество знаков (цифр), то сравниваем эти числа по-разрядно, начиная с наивысшего разряда, до тех пор, пока не встретятся в каком-либо разряде разные цифры. Больше то число, у которого в данном разряде количество единиц больше.*
3. *Если в записи сравниваемых чисел все цифры совпадают, то эти числа равны.*

В итоге от плохого настроения Хемуля не осталось и следа.

Снусмумрик ещё раз внимательно рассмотрел заполненные страницы и спросил присутствующих, почему это в Книге, которая рассказывает про математические вещи, так много рисунков и схем?

— Потому, что наши знания могут быть представлены не только с помощью слов, но и с помощью зрительных образов, — ответил Ондатр.

Психологический комментарий

О роли образов

Зрительный образ позволяет любое самое сложное математическое понятие сделать видимым, помогает выразить самые основные свойства понятия кратко, ясно, наглядно. Не зря говорят «лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать».

Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел

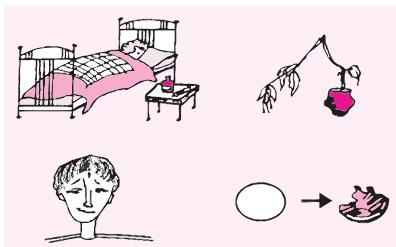
Например, разобраться в позиционной системе записи чисел героям помогают её образы, которые возникают при работе с палочками, пучками, вязанками.

Кроме того, понять позиционную систему записи чисел помогает ещё один придуманный математиками особый образ — таблица разрядов.

Для того, чтобы думать с помощью образов, нужно кое-что знать об их свойствах. С некоторыми из них мы познакомимся, поиграв в психологические игры.

Игра 1. «Портрет слова»

Жители Города молчунов не любят разговаривать и объясняются между собой особыми карточками. На них изображаются значения разных слов. Эти карточки и есть портреты слов. С портретами таких слов, как, например, «петух», всё обстоит просто. Но молчуны научились рисовать портреты общих слов! Например, таких, как «болезнь». Молчуны научились передавать в рисунках главные признаки этого понятия.



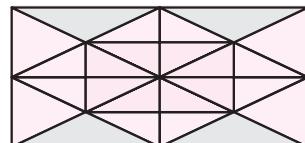
(Побудь молчуном и ты, читатель. Нарисуй портреты слов «земля», «сложение», «тайна», «натуральные числа».)

Игра 2. «Магический прямоугольник»

Посмотри на этот прямоугольник.

Ответь на такие вопросы (на каждый отводится строго определённое время):

1. Сколько ты видишь здесь квадратов? (1 минута).
2. Сколько ты видишь здесь прямоугольников? (1 минута).
3. Сколько ты видишь здесь треугольников, у каждого из которых есть две равные стороны? (2 минуты).
4. Сколько ты видишь здесь треугольников? (домашнее задание).



Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел

Упражняйся, пока не увидишь в магическом прямоугольнике за отведённое время столько фигур, сколько указано в ответе.

Правильные ответы в конце главы 6.

Что же мы узнали о свойствах образов? И как знание этих свойств может помочь нам в изучении математики?

Игра «Портрет слова» показывает нам, что **содержание одного и того же понятия можно представить с помощью разных образов**. Например, наши герои пришли к наглядному представлению о порядке расположения чисел сначала с помощью пояса Хемуля и затем с помощью числового луча, научились читать числа с помощью «календаря» Муми-мамы.

Игра «Магический прямоугольник» учит нас понимать, что **каждый образ состоит из большого количества отдельных частей**. Можно научиться быстро и точно выделять нужную его часть. Фрёкен Снорк, например, мысленно выделила фрагмент числового луча, как бы рассматривая его через воображаемую лупу.

Первый наш психологический разговор — разговор об образах — закончен. Часто о математике говорят, что это наука сложная и непонятная. Но тем, кто может мысленно видеть математические понятия, учиться легче и интереснее. И чем лучше умеет человек думать с помощью образов, тем ярче и полнее раскрывает перед ним свой мир математика.

Самое важное в этой главе

Натуральные числа изображают в виде точек на числовом луче. То, о чём думаешь, полезно мысленно увидеть.

ГЛАВА 6

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Рано утром Снорк разбудил всех, кого смог, и утащил на рыбалку. Сначала всё шло замечательно. Вытащил окуня Снифф, за ним повезло Муми-троллю. А потом клевать перестало. Тогда Снифф взял прихваченную с собой мерку Муми-мамы и начал измерять улов. Рыбина Муми-тролля была явно длиннее, чем добыча самого Сниффа. Но у Сниффа теплилась надежда, что измерения покажут обратное.

— С какого конца начинать измерять? — осведомился он.

— Начинай с хвоста, только не со своего! — сказал Муми-тролль.

— Смотрите, какой замечательной длины у меня окунёк — доложил Снифф, — две мерки! Теперь возьмёмся за улов Муми-тролля.

Мерка уместилась два раза, и ещё порядочный кусок окуня остался, но был этот кусок всё-таки меньше мерки.

— У Муми-троллевой рыбы нет длины! — заключил Снифф.

— Как это нет? — обиделась фрёken Снорк. — Рыба есть, а длины, значит, нет?

— Любопытно, — произнёс Муми-тролль, — значит, моя рыба имеет длину больше двух мерок, но меньше трёх.

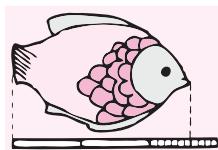
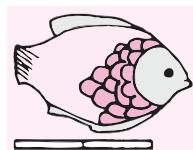
— Посмотрите на мерку! — воскликнул Снусмумрик. — На ней появились какие-то метки. Они разделили-раздробили всю мерку на десять равных частей. Обнаружилось, что пушистый кончик хвоста фрёken Снорк уложился целиком на каждую частичку.

— Значит, все 10 частичек равны по длине, — заключил Снусмумрик. — Где тут рыба Муми-тролля?

И Снусмумрик сам взялся за измерение. Получилось две полные мерки и шесть частичек.

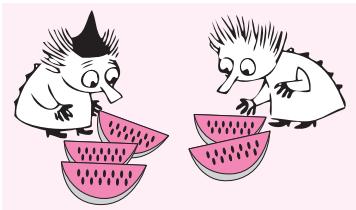
— Две мерки и шесть десятых частей мерки, — сказал Снусмумрик.

— Что ещё за десятые такие? — недовольно буркнул Снифф. — Вечно чего-нибудь Снусмумрик выдумает, что никак не понять. А все терпят, как будто поняли.



Глава 6. Десятичные дроби

Тофсла с Вифслой возразили:



— А вот мысля как раз и поняли, потому что вспомнили арбуз. Его разделили на пять равных частей, и нам досталось две части. Получается, что две пятых арбуза.

— Что-то я не помню такого арбуза, — сказал Муми-тролль.

— Это случилось с нами ещё до прихода в Муми-домсла.

— Надо же! Оказывается, приятные вещи происходят не только в Муми-доме, — удивился Муми-тролль.

— Раз вы всё поняли, — вмешался Снифф, — то объясните мне, какая часть скамейки клетчатая.

И Снифф соскочил со скамейки, на которой сидел.



Скамейка в лодке была наполовину в полоску и наполовину в клетку.

От Сниффова прыжка лодка накренилась, и всё её содержимое чуть не вывалилось в море.

— Очень хорошо, — сказал Снорк, — Замечательно! Опытность морского волка, полный порядок на борту и всё такое прочее. Ха!

— Да не сердись ты на него, — вступил Муми-тролль, — он ведь пытался понять, что такое десятые.

Снорк безнадёжно махнул лапой и забросил удочку в море.

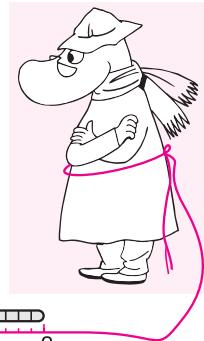
— Скамейка разделена на десять равных частей, значит, одна часть — одна десятая скамейки, пять частей — пять десятых скамейки. Пять десятых скамейки (только не вскакивай резко) — в полоску, пять десятых — в клетку. Половина на половину, — тихонько утешала Сниффа фрё肯 Снорк.

— Вроде понял, — восхликал Снифф.

— О! — обрадовался Хемуль. — Рыбы 2 целых мерки и 6 десятых; скамейкины 5 десятых — это тоже числа, да? Тогда мне их надо поместить в мою коллекцию «Натуральные числа и нуль»!

— Поместить-то можно, — сказал Снумумрик, — и даже понятно, как. Но у твоей коллекции будет уже другое название.

— Как это? — удивился Хемуль.



Глава 6. Десятичные дроби

— Ой, я знаю, знаю, я догадалась, — захлопала в ладоши фрёкен Снорк. — Раз эти числа получаются при дроблении какой-то вещи на равные части, то они называются **дробными числами**, или **дробями**, а раз дробим на 10 частей, то они называются **десятичными дробями**.

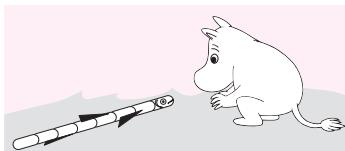
— А как ты догадалась? — восхитился Муми-тролль.

— Если честно, то я просто вспомнила Книгу из Шляпы. На обложке же написано «**Десятичные дроби**». Твоя коллекция, Хемуль, может называться «Натуральные числа, нуль и десятичные дроби».

Раздумья Снусмумрика о новом названии коллекции чисел прервал Снорк.

— Клюёт! — закричал он. — Мёртвая тишина! Держите Сниффа!

И Снорк вытащил из моря редчайшую рыбку под названием саламанка. По виду и вкусу она напоминала копчёную колбасу. Длина рыбы оказалась равной 8 меркам.



— Нас здесь ровно 8. Причалим к берегу, запечём саламанку на костре, и каждому достанется по одной восьмой части моей добычи, — скомандовал Снорк и вдруг задал вопрос:

— И почему это нужно, чтобы Книга называлась «**Десятичные дроби**»? Почему, скажем, не «**Восьмеричные дроби**»? Тогда бы, например, три восьмых означало, что рыбку разделили на восемь частей и взяли только три.

— Кто это взял? — поинтересовался Снифф.

— Да не волнуйся ты, никто ещё ничего не взял, она ещё сырая. Это я так, для примера.

— Между прочим, такие части легче получать, — сообразил Муми-тролль.

Взяв леску, он измерил ею рыбину, потом отмеренную часть лески свернул вдвое, затем снова вдвое и ещё раз вдвое. Когда саламанка испеклась, то её легко разделили на 8 равных частей, так что каждый умял с отменным аппетитом по одной восьмой части рыбины.

Общество разлеглось на песочке отдохнуть перед обратной дорогой в Муми-дом.

— Восьмеричные дроби — это неплохо, — благодушествовал Муми-тролль, — но Книга-то всё-таки называется «**Десятичные дроби**». Мама говорила, что они «об-ще-при-ня-ты».

Глава 6. Десятичные дроби

— Интересно, а как десятичные дроби запишутся в Книге? — спросила фрёкен Снорк. — Теми же цифрами, что и натуральные числа, или, может быть, новыми? И тоже в таблице разрядов?

— Если писать их в разрядной таблице, то в ней справа должен появиться новый разряд для десятых, — предположил Муми-тролль.

— Поплыли домой, — скомандовал Снорк, — там и узнаем.

Лодка отчалила от песчаного берега.

Ветер был попутный, до Муми-дома добрались в два счёта.

Съеденная саламака ничуть не помешала рыбакам отдать должное оладьям, которыми встретила их Муми-мама, и малиновому варенью. За окном стемнело, и все собрались на веранде под лампой рассматривать Книгу.

— Вот сейчас, может быть, и узнаем, как записать две целых и шесть десятых, — сказала фрёкен Снорк, задумчиво выводя пальчиком цифры на поверхности стола, — может быть, так: $2|6$. Или так: 2^6 . Или ещё как-нибудь?

Перелистнув несколько страниц, они наткнулись на таблицу разрядов, в которой были записаны новые числа.

Целая часть			,	Дробная часть
Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые
		2	,	6
		0	,	5

— Две целых шесть десятых; нуль целых пять десятых, — прочитал числа Ондатр.

— Я бы обратила их внимание на то, что в записи появилась запятая, — забеспокоилась Муми-мама, — она отделяет целую часть от дробной.

— Мда, именно, — согласился Ондатр:

В записи десятичных дробей целая часть отделяется от дробной части запятой.

— Ну и денёк сегодня выдался, — сказал Муми-папа. — Просто замечательный!

— Ты имеешь в виду наш улов? — спросил Муми-тролль.

— Это само собой, но замечательно и то, что вы обнаружили и изучили десятичные дроби.

Глава 6. Десятичные дроби

— Я бы поостерёгся произносить слово «изучили». До этого ещё далеко. Если хотите, то этим изучением и займёмся, — проинёс Ондатр. — Начнём. Прочитайте и запишите число словами и цифрами:

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые
			6	,	6
			0	,	4
1	2	3	6	,	0

Одна целая
девять десятых

Стол целых
семь десятых

Выполнять задание взялся Снусмумрик.

(Возьмись-ка и ты за эту работу, друг-читатель, и сверь свою запись с записью Снусмумрика.)

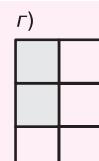
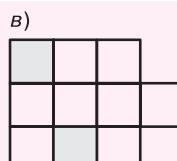
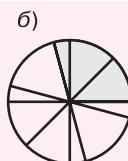
Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые
			6	,	6
			1	,	9
			0	,	4
	1	0	0	,	7
1	2	3	6	,	0

Одна целая
девять десятых

Стол целых
семь десятых

Ондатр тем временем нарисовал картинки и придумал задание:

«Рассмотрите рисунки и, если возможно, запишите десятичными дробями величину закрашенной и величину незакрашенной частей фигур».



Глава 6. Десятичные дроби

— Что значит «если возможно»? — спросила у Муми-тролля фрёкен Снорк, прежде чем приступить к решению задачи.

— Наверное, бывает, что невозможно, — предположил Муми-тролль.

— Сверяйте ответы, — сказал Ондатр. —

- а) 0,3 и 0,7;
- б) величину закрашенной части круга нельзя записать десятичной дробью, так как он хоть и поделён на десять частей, но эти части неравные;
- в) 0,2 и 0,8;
- г) величину закрашенной части прямоугольника невозможно записать десятичной дробью, так как фигура поделена не на десять частей.

У всех ответы совпали? Неплохо!

Снифф не участвовал в решении задачи, он о чём-то задумался.

— Эх, — сказал он, — поймал бы я рыбу не в 2,6 мерки, а в 2,7! Тогда, как мне кажется, она была бы больше рыбы, длина которой 2,6 мерки.

— Прошу внимания, — довольно сказал Ондатр, — Снифф вышел на проблему сравнения десятичных дробей. Я весьма рад этому.

— Никуда я не вышел, — смертельно обиделся Снифф, — я — вот он.

— Мы все рады, что ты с нами, — сказала Муми-мама, — Ондатр имел в виду совсем другое.

И Муми-мама погладила Сниффа по голове, а заодно погладила головки прикорнувших в уголке Тофслы и Вифслы.

— Надо будет завтра побаловать малышей конфетами, — сказала Муми-мама — Кстати, их любимые карамельки стоят 3 марки за килограмм. Сколько надо заплатить за 0,5 килограмма?

— Вроде, надо 1,5 марки, — сказал Муми-тролль. — Только, мне кажется, килограмм карамелек больше, чем 0,5 килограмма.

— Да, — вздохнула Муми-мама, — но и 3 марки больше, чем 1,5 марки.

Ондатр был доволен.

— Фактически, вы сейчас занимаетесь сравнением десятичных дробей. Это потрясающе! Ещё немного усилий, и мы на-ведём в них порядок. Муми-тролль, мне нужна на лучше точка, соответствующая числу 3,7.

Глава 6. Десятичные дроби

— Эта точка будет находиться между точками 3 и 4, — сообщил Муми-тролль. — Разделим единичный отрезок на 10 равных частей, отложим вправо от 3 семь таких частей и попадём в нужную точку.

— Вопрос всем! — Возвестил Ондатр. —

Верно ли, что:

- a) $3,7 > 3$; б) $3,7 < 3,8$; в) $4,1 > 3,7$; г) $3,7 < 2,9$;
д) $3,7 > 3,6$; е) $3,6 < 3,7 < 3,8$?

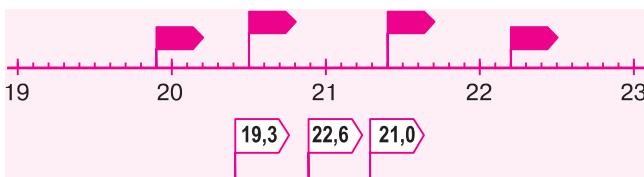
— В первом неравенстве — истина, — сообщил Муми-тролль, — потому что 3,7 на лuche находится правее, чем 3.

Снорк ткнул лапой в запись г) и заявил:

— Наглая ложь!

— Зато все остальные записи верные, — сказал Снусмумрик.

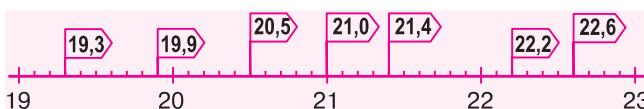
(*А ты отвечаешь на эти вопросы, читатель? Правильно делаешь. Теперь расставь подписанные флагжи на числовом луце и подпиши остальные флагжи.*)



Из двух десятичных дробей с одним знаком после запятой больше та, у которой большее целая часть.

Если целые части равны, то большее та дробь, у которой число в разряде десятых больше.

(Правильность своих результатов можно проверить, рассмотрев блокнот Ондатра. Он очень умен, но несколько рассеян, поэтому для надёжности сохраняет в блокноте записи.)



Глава 6. Десятичные дроби

— Не пора ли всем спать? — задала невинный вопрос Муми-мама. — Уже поздно, смотрите, даже Книга захлопнулась и не хочет открываться.

— Ну, что же, спать так спать, — согласился Ондатр. — Подумайте перед сном, можно ли любое натуральное число, а также и число нуль записать в виде десятичной дроби?

— Кстати, — добавил Ондатр. — У меня готова ещё одна интереснейшая задача, но оставим её до утра.

Утром, между зарядкой (которую делал в этот раз только Муми-папа) и завтраком, Ондатр попросил у Муми-папы одну вещь. Это был складной метр из Муми-папиного ящика с инструментами. Ондатр разложил его и получилась железная линейка длиной 1 метр.

(Бруск-эталон одного метра из специального сплава платины и иридия хранится во французском городе Севре, и все метровые линейки и складные метры по всей Земле делаются по этому образцу.)

— Смотрите! — сказал Ондатр. — Складной метр состоит из десяти одинаковых кусочков. У длины такого кусочка есть своё название — *десиметр*.

Теперь посмотрите ещё внимательнее: каждый десиметр разделён на десять равных частей длинными чёрточками, и одна десятая десиметра тоже имеет своё название — *сантиметр*.

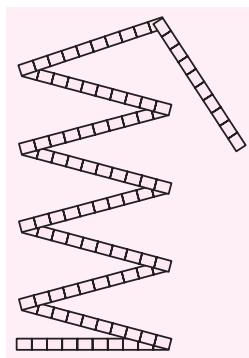
Но сантиметр тоже поделён чёрточками на десять одинаковых частей. Название одной десятой сантиметра — *миллиметр*.

Приставка *деци* означает «десятая часть», *санти* — «сотая часть», *милли* — «тысячная часть», а само слово метр произошло от французского *mètre*, по-русски — мера.

Вот и выходит, что один десиметр — десятая часть метра, один сантиметр — сотая часть метра и одновременно десятая часть десиметра.

Понятно, что записывать сотые нужно на одну позицию правее, чем десятые: $1 \text{ дм} = 0,1 \text{ м}$; $1 \text{ см} = 0,01 \text{ м}$.

$$\begin{aligned}1 \text{ дм} &= 0,1 \text{ м} \\1 \text{ см} &= 0,1 \text{ дм} \\1 \text{ мм} &= 0,1 \text{ см}\end{aligned}$$



Глава 6. Десятичные дроби

Теперь надо разобраться с миллиметром. Если взять один сантиметр, раздробить его на десять частей, то получится как раз десять миллиметров, а в одном метре укладывается ровно сто сантиметров. Значит, получается, что 1 метр состоит из одной тысячи миллиметров и 1 миллиметр — это одна тысячная часть метра.

Записывается эта тысячная часть, конечно, на одно место правее сотых, то есть на третьем месте справа после запятой.

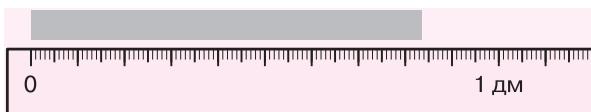
С дециметром миллиметр тоже тесно связан: $1 \text{ мм} = 0,01 \text{ дм}$.

Получается следующее: один миллиметр — это десятая часть сантиметра, или сотая часть дециметра, или тысячная часть метра.

Когда складной метр как следует рассмотрели, Ондатр сказал, что теперь можно браться за его задачу:

«Найдите длину полоски с помощью линейки как можно точнее. Ответ дайте в дециметрах.»

$$\begin{aligned}1 \text{ мм} &= 0,1 \text{ см} \\1 \text{ мм} &= 0,01 \text{ дм} \\1 \text{ мм} &= 0,001 \text{ м}\end{aligned}$$



— Длина отрезка приблизительно 1 дм, ну, немного меньше 1 дм, — первым выпалил Снорк.

— 8 см или 0,8 дм, — сказал осторожный Муми-тролль.

Ондатр выжидающе молчал.

Снусмумрик взгляделся, подумал и сказал:

— Целых дециметров не набралось — нуль целых... Есть десятые части дециметра — их 8. И ещё сотые — их 3. Восемь раз по 0,1 дм и ещё три раза по 0,01 дм — точнее по этой линейке не указать.

— Верно! — пожал Снусмумрику лапу Ондатр. — Запишем это число в разрядную таблицу на плакатике:

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые
			0	,	8	3

Получилось число *нуль целых восемь десятых три сотых* — число, в котором после запятой две цифры, так что у нас уже есть два разряда вправо от запятой.

Глава 6. Десятичные дроби

— Выходит, что мы получили новый сорт дробей — сотенные дроби? — спросила фрёкен Снорк.

— Зачем лишние слова! — недовольно возразил Ондатр. — Такое число тоже называют десятичной дробью. Оно имеет на это название полное право — ведь одна сотая получается при дроблении одной десятой именно на десять!

— А ещё 0,83 дм можно представить как 0,8 дм, к которым добавили 0,03 дм, — сказал Муми-тролль, 0,83 — это 0,8 и ещё 0,03.

— Именно, — подтвердил Ондатр. — И читается число 0,83 обычно так: нуль целых восемьдесят три сотых.

— Где же здесь восемьдесят? — не поняла фрёкен Снорк.

— Посмотри, пожалуйста, на линейку и считай длину отрезка в маленьких делениях линейки: $0,8 = 0,80$!

— Тогда понятно, что 0,83 это 0,80 и ещё 0,03, то есть число 0,83 состоит из восемьдесятёх сотых (по величине это то же самое, что восемь десятых) и ещё трёх сотых.

— А можно развернуть Ваш плакатик, уважаемый Ондатр? — спросила фрёкен Снорк.

Очень довольный Ондатр сделал это, развернув таблицу разрядов ровно настолько, чтобы все прочитали слева слово «тысячи», а справа — «тысячные».

— А если ещё развернуть, то слева можно будет прочитать «десятки тысяч», а справа — «девятитысячные», — вдохновенно сказал он.

— Ой, дальше влево не надо разворачивать, — попросила фрёкен Снорк. — Я боюсь! Там получаются такие огромные числа, что, наверное, рядом с ними ходят страшные великаны.

Де-сяткы тысяч	Тыся- чи	Сот- ни	Де-сят- ки	Еди- ницы	,	Де-ся- тые	Со- тые	Ты- сячны	Десяти- тысячны
-------------------	-------------	------------	---------------	--------------	---	---------------	------------	--------------	--------------------

— Ну, тогда и вправо не разворачивайте, — улыбнулась Муми-мама, — а то я и тысячные-то еле вижу, а дальше придётся за лупой идти, да ещё ненароком задавишь лапой тех крошек, которые вокруг этих маленьких чисел могут бегать.

Глава 6. Десятичные дроби

Разворачивать дальше таблицу разрядов, в которую можно записывать любые натуральные числа и любые десятичные дроби, до поры до времени не стали. Вместо этого Ондатр обратил внимание на то, что одна тысячная получается при дроблении одной сотой на десять, одна десятитысячная — при дроблении одной тысячной на десять.

— Короче говоря, десятичная дробь состоит из двух частей: слева от запятой стоят цифры целой части, а справа — цифры дробной части, — заключил он. И всё! И прошу не возражать!

Никто и не возражал, но все почему-то обиделись. Муми-папа решил загладить некоторую неловкость и предложил записать в таблицу разрядов число 222,22, у которого в целой части стояли три двойки, а в дробной — две двойки. Он считал это число очень красивым. Число в таблицу вписали.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые	Тысячные	Десятитысячные
2	2	2	2	,	2	2		

А Муми-тролль снабдил его запись стрелочками:



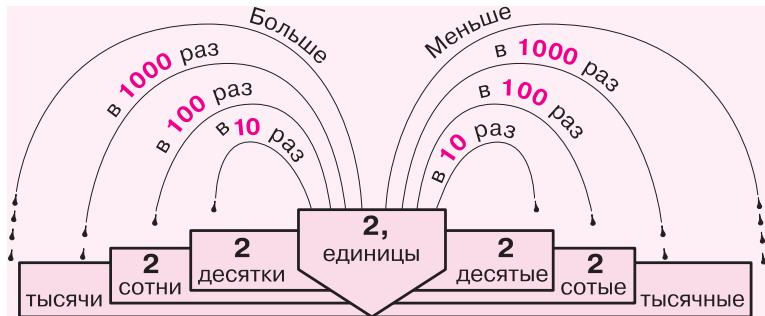
(Заметил, читатель? Для десятичных дробей, как и для натуральных чисел, верно, что если идёшь от разряда к разряду вправо, то значение одной и той же цифры уменьшается в десять раз. Идёшь влево — увеличивается в десять раз.)

— Как красиво и просто: **десятки** — **десятые**, **сотни** — **сотые**, — сказала фрёкен Снорк.

— Что это просто, я согласен, но где ты увидела красоту? — возразил Снорк.

Глава 6. Десятичные дроби

Фрёкен Снорк укоризненно взглянула на брата и нарисовала картину.



— Смотри, Снорк, а запись-то десятичных дробей похожа на фонтан: «струи» симметрично бьют из разряда единиц, — восхитился Муми-тролль.

— Мудрая красота... Если известно, как устроено число слева от запятой, то легко понять и устройство числа справа от запятой, — покивал головой Ондатр.

— Я помню, что слева в натуральных числах можно было дописывать нули, а справа — нельзя, — сказал Снорк. — Например, 0045 и 45 — это одно и то же, а 4500 и 45 — совсем разные числа. Получается, что приписывание нулей справа увеличивает натуральное число. Припишешь один нуль — увеличишь число в 10 раз, два нуля — в 100 раз... У десятичных дробей, наверное, так же?

Снорк взял знакомую десятичную дробь 222,22 и приписал к ней по два нуля справа и слева.

Десятки тысяч	Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти тысячные
0	0	2	2	2	,	2	2	0	0

У него получилось, что $222,22 = 00222,2200$.

— Да, друзья мои, — произнёс Ондатр, — особенно важно, что приписывание нулей к записи десятичной дроби справа не меняет значения дроби. К числу 222,22 можно приписать и справа, и слева и один нуль, и два, и сколько угодно нулей:

$$222,22 = 222,220 = 222,22000 = 222,22000 = 222,220000.$$

Если к записи десятичной дроби справа или слева приписать любое число нулей, то получится запись дроби, равной данной.

Если запись дробной части десятичной дроби оканчивается нулями, то эти нули можно отбросить. При этом получится дробь, равная данной.

— Мы приписывали нуль справа к записи числа 0,8. Получалось: $0,8 = 0,80$, — сказала фрёкен Снорк.

— Забавно! Мы видим, что в маленьком числе 0,8 содержится 80 крошечных сотых, — подхватил Муми-тролль.

— Или 800, но совсем уже малюсеньких тысячных, — добавил Снусмумрик, — ведь $0,8 = 0,800$.

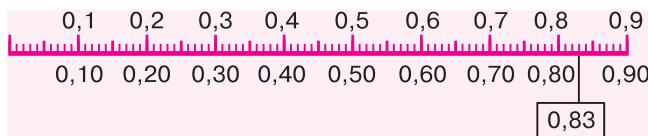
$$0,8 = 0,80 = 0,800 = \dots$$

(Читатель, ты можешь продолжить эту строку настолько, насколько у тебя хватит терпения.)

Пока шли все эти разговоры, Хемуль возился со своим поясом-коллекцией и вздыхал всё горше и горше — ему никак не удавалось завязать на поясе узелок с числом 0,83. На поясе уже имелись узелки с числом 83 и 9. Понятно, что узелок «83» находится правее узелка «9», ведь $83 > 9$. Поэтому Хемуль пытался и число 0,83 прикрепить правее числа 0,9, но это у него не получалось.

Наоборот, число 0,83 всё время оказывалось левее числа 0,9.

На помощь пришла фрёкен Снорк, которая уже поняла, что $0,9 = 0,90$.



— Вот оно что, — сообразил Хемуль, выслушав объяснения фрёкен, — теперь всё ясно: 83 сотых меньше 90 сотых, или $0,83 < 0,90$. Число 0,83 прикрепится на поясе левее числа 0,9.

Глава 6. Десятичные дроби

Фрё肯 Снорк сказала, что в разрядной таблице хорошо видно, какое число больше:

Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые	Тысячные
	0	,	9	0	
	0	,	8	3	

Так можно сравнивать любые десятичные дроби, например, 0,9 и 0,835:

Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые	Тысячные
	0	,	9	0	0
	0	,	8	3	5

900 тысячных больше 835 тысячных; значит $0,9 > 0,835$.

— Понял! — обрадовался Муми-тролль. — Если умеешь сравнивать натуральные числа, то сможешь сравнивать и десятичные дроби.

Чтобы сравнить десятичные дроби, нужно:

- уравнять число знаков после запятой, приписывая нули;
- отбросить запятую;
- сравнить получившиеся натуральные числа.

Снусмумрик, следивший за развитием событий, сообразил, что нули приписывать к десятичным дробям не обязательно, можно сравнивать их поразрядно. Он легко подобрал два числа, одно из которых больше 0,835, а другое меньше 0,835:

$$\begin{array}{r} 0,8\ 3\ 5 \\ 1,9 \\ \hline 0,8\ 3\ 5 < 1,9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,8\ 3\ 5 \\ 0,8\ 1\ 7\ 9 \\ \hline 0,8\ 1\ 7\ 9 < 0,8\ 3\ 5 \end{array}$$

Фрёken Снорк потыкала пальчиком в цифры сравниваемых чисел. И составила правило:

Чтобы сравнить две десятичные дроби, нужно сравнивать по очереди слева направо цифры из одних и тех же разрядов, начиная с высшего. И вести сравнение до тех пор, пока не появятся в разряде разные цифры. Та десятичная дробь больше, у которой больше цифра в этом разряде.

Глава 6. Десятичные дроби

А потом уверенно записала свой пример:

$$\begin{array}{r} 3\ 0,8\ 3\ \boxed{5}\ 9 \\ 3\ 0,8\ 3\ \boxed{6}\ 1 \\ 6 > 5, \text{ значит, } 30,8361 > 30,8359. \end{array}$$

Тут Муми-мама предложила всем перекусить, и за чаем с пряниками было признано, что со времени удачной рыбной ловли и записи длины рыбы с помощью десятичной дроби обитатели Муми-дома узнали много нового. Они научились читать, изображать, сравнивать десятичные дроби. Возник вопрос: что ещё можно с этими числами делать?

Самое важное в этой главе

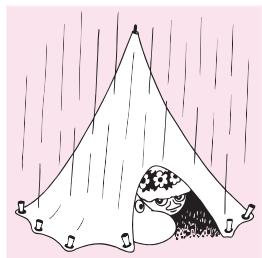
Появились разряды, которые меньше разряда единиц: «десятие», «сотые», «тысячные» и так далее. Десятичные дроби тоже можно записывать в таблице разрядов.

Ответы к игре «Магический прямоугольник»

- Количество квадратов — 4.
- Количество прямоугольников — 18.
- Количество треугольников с двумя равными сторонами — 32.
- Общее количество треугольников — 72.

ГЛАВА 7

СЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ.

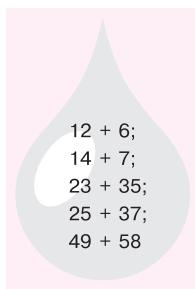


На следующий день во время прогулки разразилась гроза, и вся компания еле успела укрыться в палатке. Дождь снаружи лил всё сильнее и сильнее. Крыша палатки стала протекать. Странные, удивительные дождинки капали одна за другой на Муми-семейство и его друзей. Дождинки были круглые, блестящие, будто созданные для пересчитывания.

— Тут не обошлось без Шляпы! — подумал Муми-тролль.

— Ой! — завопил Снифф. — Снорку на макушку попало жуткое число капель! Сосчитайте кто-нибудь!

Фрёken Снорк лапкой начала пересчитывать дождинки на макушке у брата. Их оказалось 12, да ещё накапало 6 штук.



На левое ухо Ондатра попало 14 капель, на правое — на 7 капель больше. На сумку Муми-мамы шлёпнулось 23 капли, а потом с усов Ондатра докапало ещё 35 штук. На хвосте у Муми-папы уместилось сначала 25 капель, а когда он попробовал устроиться, где посуше, то получил ещё 37 штук. На маленьком Тофсле сияли, как алмазы, — 49 капель, а на Вифслу упали целых 58 капель. Так в палатке возникли первые пять задач, для решения которых нужно было складывать числа.

Каждую капельку с макушки брата фрёken Снорк во время счёта потрогала своей мягкой лапкой.

— Сколько же вместе? — спросил Снифф.

— Ой, не знаю, — растерялась фрёken. — Чтобы пересчитать, надо перетрогать снова всё подряд.

— Так ты будешь перетрагивать всё лето! — презрительно фыркнул Снорк. — Надо что-то придумать.

— Это хорошее предложение, — сказал Снусмумрик. — Помните, вчера в гостиной нас сначала собралось двенадцать, а потом пришли ещё шестеро? И надо было срочно пересчитать, сколько народу получилось.

Глава 7. Сложение натуральных чисел.

— Помним, это нужно было, чтоб купить в булочной ровно столько же пирожных, — хором ответила вся компания.

— Задача получилась, как про капли со Снорковой макушки, — добавила фрёкен Снорк.

— Муми-мама сказала, что нас всего собралось 18, но я не помню, чтобы она нас перетрагивала, — заметил Муми-тролль.

— Она просто прибавляла к числу 12 по одной всё единицы, из которых состоит число 6, — вспомнила фрёкен Снорк, — присчитала 6 единиц к числу 12, и у неё получилось 18.

— Но на это тоже ушла уйма времени, — заметил Снумумрик, — всё-таки надо придумать способ быстрого сложения.

— Чего тут придумывать, надо считать на пальцах — это верное дело, — заявил Снифф и устроился для работы в дальнем углу шалаша.

— Чур, считай в четверичной системе счисления, — крикнул вдогонку Снорк.

Фрёкен Снорк на всякий случай возобновила подсчёты по-своему.

Тут вмешался Ондатр:

— Знаете ли вы, друзья мои, что вы делаете? Вы складываете натуральные числа. Не таращи глаза, Муми-тролль. Как называются натуральные числа при сложении, ты знаешь? Нет? Вот то-то! Числа, которые складывают, называют слагаемыми, а результат сложения — суммой.

$$\begin{array}{r} 12 \\ + \quad 6 \\ \hline \text{слагаемое} \quad \text{слагаемое} \quad \text{сумма} \end{array}$$

— Знаете, уважаемый Ондатр, — с глубоким уважением произнёс Муми-папа, — во времена моей молодости мы складывали числа поразрядно. Надо же, я вспомнил это так хорошо, как будто делал вчера. Эх, как бы я хотел показать вам, как это делается!

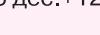
Муми-мама немедленно достала из своей сумки несколько коробок с разноцветными карточками, которые она хранила со времён их с Муми-папой молодости.

— Отлично! — воскликнул Муми-папа, — условимся, что одна карточка — это единица. 10 карточек для удобства перевяжем ниткой и получим пачку карточек. Она у нас будет вместо пучка. 10 пачек очень хорошо вмещаются в коробку. Но 10 де-

Глава 7. Сложение натуральных чисел.

сятков — это сотня. Значит, коробка будет означать сотню, она будет у нас вместо вязанки.

Начнём считать капли с моего хвоста, если не возражаете.

Дес.	Ед.
	
+	
Дес.	Ед.
	
=	
Дес.	Ед.
	
=	
Дес.	Ед.
	

— А можно, я попробую? — спросил Снусмумрик и начал вычисления:

$$\begin{array}{r}
 49 = 40 + 9 \\
 + 58 = 50 + 8 \\
 \hline
 90 + 10 + 7 = 100 + 7 = 107
 \end{array}$$

У фрёken Снорк получилось столько же.

— Браво! — сказал Муми-пapa.

— Блеск! — подтвердили все остальные.

— Я припомнил свой опыт, с позволения сказать, счёта на счётах, — произнёс Ондатр и стал демонстрировать на черешневых косточках решение задач.

(Счёты, как и разноцветные карточки, тоже прихватила с собой на прогулку Муми-мама вместе с другим багажом, состоящим из всякой необходимой всячины.)

Тут в беседу вступил до сих пор скромно молчавший Хемуль.

Глава 7. Сложение натуральных чисел.

— Я придумал задачу. Вот она:

«В коллекции одного хемуля было 2865 натуральных чисел и 3147 десятичных дробей. Сколько всего чисел в коллекции, то есть сколько будет $2865 + 3147?$ »

Задачу Хемуля решили в таблице разрядов.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
2 + 3 1	8 1 1	6 4 1	5 7 10
	10	10	10
6	0	1	2

Пять единиц плюс семь единиц будет двенадцать единиц.

Две оставим в разряде единиц, а один десяток перейдёт в разряд десятков.

Шесть десятков плюс четыре десятка будет десять десятков да ещё один десяток, что из единиц набрался. Всего одиннадцать десятков.

Один десяток оставим в разряде десятков, а десять десятков (одна сотня) перейдут в разряд сотен...

Найденную сумму Хемуль бережно разместил в своей коллекции. На нужном месте, разумеется!

— Это надо же! — удивился Муми-тролль. — Такие большие числа, а чтобы сложить их, надо всего-то уметь складывать 5 да 7, 6 да 4...

— Ты абсолютно прав, друг мой, — произнёс Ондатр, — сложение многозначных чисел сводится к сложению однозначных.

— А как научиться быстро находить суммы однозначных чисел? — задумчиво спросил Снусмумрик, любивший каждое дело доводить до конца.

— Тут может помочь таблица сложения, — вспомнил собственные упражнения в сложении Муми-папа, — помнится, я составлял в молодости таблицу сложения однозначных чисел с тройкой. Можешь составить такие таблицы и для других однозначных чисел.

— И что делать с этими таблицами? — спросил Снусмумрик.

Глава 7. Сложение натуральных чисел.

— Выучить, друг мой, выучить, — торжественно произнёс Ондатр.

— Выучить? — вытаращили глаза абсолютно все, кроме Ондатра, разумеется. И кроме Сниффа, который в своём углу всё ещё пытался решать задачи про капли на пальцах.

— Да, — со вздохом согласился Муми-папа, — результаты сложения всех однозначных чисел хорошо бы твёрдо помнить.

— Вот, извольте, — извлёк Ондатр из багажа Муми-мамы очень кстати хранящуюся там таблицу сложения, но заполненную далеко не полностью, — заполните пустые клетки и запомните результаты на всю жизнь!

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2			5			8				
3										
4							11			
5			8							
6										
7				12						
8									17	
9										

— О-хо-хонюшки, — сказала Муми-мама, — для сложения маленьких чисел нужно учить наизусть таблицы сложения, а чтобы сложить большие числа, нужно каждый раз сооружать таблицу разрядов.

$$\begin{array}{r} 2865 \\ + 3147 \\ \hline 6012 \end{array}$$

— Таблицу можно представить мысленно, — заметил Ондатр, — видеть её, так сказать, в уме. Тогда и получится краткая запись столбиком.

В этой записи цифры одних и тех же разрядов находятся в одном вертикальном столбике.

— А почему мы складываем только с правой стороны: сначала единицы, потом десятки, сотни и так далее? — спросил Муми-тролль.

— Не волнуйся, — ответил Муми-папа, — можно складывать и с левой стороны, то есть с высших разрядов чисел.

Глава 7. Сложение натуральных чисел.

Например, 4 десятка плюс 5 десятков будет 9 десятков. Подпишем 9 под десятками ниже черты. Теперь 9 единиц плюс 8 единиц будет 17 единиц. Конечно, из них 7 единиц запишем в разряд единиц, но как поступить с оставшимися десятью единицами? Ведь их нужно перевести в разряд десятков. Зачеркнём 9, а ниже подпишем 10. Результат читаем слева направо.

$$\begin{array}{r} 49 \\ + 58 \\ \hline 97 \\ 10 \end{array}$$

Попробуй, Хемуль, увеличь свою коллекцию — сложи «слева» числа 2865 и 3147.

(Дорогой читатель, помоги Хемулю проделать эту работу.)

Результаты сложения «слева» и «справа» совпали. Да и почему бы им не совпасть, ведь во время работы только складывали всё вместе, никто ничего не убирал, не прятал, не делил и даже не бросал в Шляпу! Важным было то, что единицы складываются с единицами, десятки с десятками, сотни с сотнями и так далее. Иными словами:

Натуральные числа складывают поразрядно.

Пока шло выяснение этих вопросов, Снифф по-прежнему сидел в углу спиной ко всем, время от времени поглядывая на макушку Снорка. Там ещё не высохли 18 капель. Дождь стихал. И тут Тофсла с Вифслой раскрыли свой чемодан, набитый доверху всякими играми и начали просить: — Ребяслы! Есть во что поиграть! Давайслы!

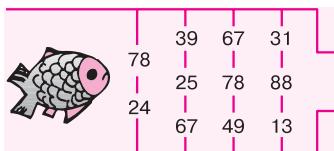
И вытащили из чемодана игру «Рыбка-лабиринт».



Цель игры — выпустить рыбку из лабиринта. В лабиринте есть проходы, снабжённые двузначным числом — номером. Задача играющего: не просто начертить путь рыбки, а сделать это так, чтобы номера проходов в сумме дали число 200.

Освободив рыбку, все развеселились.

Среди общего веселья вдруг раздался отчаянный плач Сниффа. Он выбрался из угла, в котором считал на пальцах, и теперь ревел.

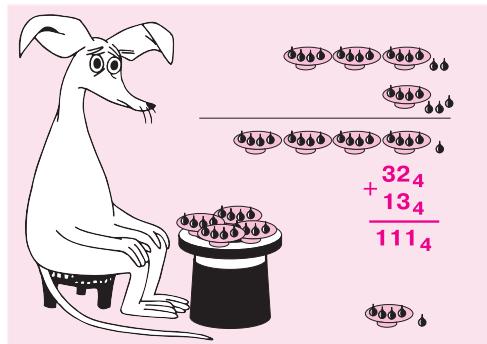


Глава 7. Сложение натуральных чисел.

— Ну никак, ну никак у меня не получается 21 капля с правого уха Ондатра.

— Снифф, не реви без толку, — сказал его Снорк. — Давай лучше разбираться!

И вместе они разобрались в проблемах счёта четвёрками. Нарисовали четырнадцать капель и семь капель, пересчитали их, образуя группы по четыре капли, а уж потом сложили.



После всех выяснений Муми-семейство и его друзья, наконец, отправились по уже просохшей тропинке в Муми-дом. Последним шёл Хемуль. Его коллекция потяжелела, но от помощи он отказался. Доверить своё сокровище даже лучшим друзьям оказалось выше его сил.

Книга в Шляпе шелестела только что заполненны-

ми страницами с задачами и новыми картинками. Муми-троль нашёл, что портрет фрёкен Снорк в палатке очень удачен.

А Снифф был ужасно огорчён. Нет, не портретом фрёкен, а тем, что он не смог сам сложить числа в четверичной системе.

— Не расстраивайся, Снифф, — успокоил его Муми-троль, — ведь если бы не ты, то мы бы никогда не поняли, что складывать нужно поразрядно в любой системе счисления.

— Если она позиционная! — строго заметил Ондатр.

Сложение в любой позиционной системе счисления выполняется поразрядно.

— И не реви! — добавил Снорк.

Но Снифф перед сном всё-таки немного поплакал.

Самое важное в этой главе

Сложение натуральных чисел выполняется поразрядно.

ГЛАВА 8

СЛОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

На следующее утро Снусмумрик вдруг вспомнил свои круго-светные путешествия и размечтался.

— Скоро я снова отправлюсь в путь, — подумал он. — Только вот разберусь окончательно с этими десятичными дробями и отправлюсь...

Муми-тролль, узнав, что Снусмумрик намерен отложить путешествие, страшно обрадовался. И, переполненный тёплым чувством к десятичным дробям, принялся вместе со Снусмумриком размышлять о том, на что они годны и что бы такое с ними можно было делать.

Приятели, захватив с собой Книгу, устроились в тихом уголке Муми-дома.

— Во-первых, начнём их складывать, — решительно сказал Снусмумрик.

— Ага, — Муми-тролль отряхнул лапы и принялся за сложение. Порывшись в папиных книжках, они нашли задание.

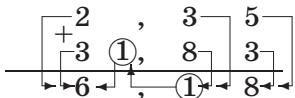
«Выполните сложение десятичных дробей

$$\begin{array}{r} 2,3\ 5 \\ + 3,8\ 3 \\ \hline 3,8\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1\ 3,1\ 4\ 5 \\ + 4,2\ 2\ 1 \\ \hline 4,2\ 2\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8,2 \\ + 1,6\ 3 \\ \hline 1,6\ 3 \end{array}$$

Рассмотрите запись десятичных дробей при сложении их столбиком».

Попыхтев совсем чуть-чуть, Муми-тролль показал своё решение Снусмумрику, который уже покончил с вычислениями.

Ответы совпали:



$$\begin{array}{r} 1\ 3,1\ 4\ 5 \\ + 4,2\ 2\ 1 \\ \hline 1\ 7,3\ 6\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8,2 \\ + 1,6\ 3 \\ \hline 9,8\ 3 \end{array}$$

Снусмумрик от радости перекувыркнулся, а Муми-тролль подпрыгнул. За этими занятиями их и застал Снорк.

— Вы тут веселитесь, да? — спросил он.

— Давай к нам! — позвал Снусмумрик. — Мы задумали складывать десятичные дроби. Придумай нам про это задачу.

— Ага, — сказал Снорк и сочинил вот что:

«От крыльца до калитки и дальше до самого поворота к речке ведёт прямая тропинка. От крыльца до калитки, если идти по этой тропинке, будет 14,1 метра, а от калитки до поворота —

Глава 8. Сложение десятичных дробей

3,42 метра. Сколько метров от крыльца до поворота?» Сравните свой ответ с моим. Посмотрим, что из этого выйдет.

$$\begin{array}{r} 14,1 \\ + 3,42 \\ \hline 17,43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14,1 \\ + 3,42 \\ \hline 44,52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14,1 \\ + 3,42 \\ \hline 4,83 \end{array}$$

Каждый из них составил свой собственный столбик.

— Ну, такого со мной ещё не вытворялось! — сказал Муми-тролль. — Надо позвать маму.

— Погоди, может быть, сами разберёмся, — остановил его Снусмумрик, — я вот вижу, что Снорк явно ошибся, ведь у него сумма оказалась меньше, чем одно слагаемое!

— Но ведь у кого-то из нас с тобой тоже ошибка, — сказал Муми-тролль. — Как мы её найдём? Как бы это изловчиться узнать, какой ответ правильный? А давайте переведём метры в сантиметры... Ну-ка я попробую...

— Постой! Зачем?

— Очень просто: ведь тогда вместо дробей нам нужно будет складывать натуральные числа, а с ними мы справляться умеем: $14,1\text{ м} + 3,42\text{ м} = 1410\text{ см} + 342\text{ см} = 1752\text{ см} = 17,52\text{ м}$.

— О, — добавил Снорк, — ещё можно проверить так:

$$\begin{array}{r} 14\text{ м }1\text{ дм} \\ + 3\text{ м }4\text{ дм }2\text{ см} \\ \hline 17\text{ м }5\text{ дм }2\text{ см} \end{array}$$

— Смотрите, никаких ошибок здесь нет, потому что мы складывали по разрядам. А при сложении десятичных дробей и Снусмумрик, и я, и Снорк всё перемешали: десятые складывали с сотыми, единицы — с десятками, десятые — с единицами, — поделился открытием Муми-тролль.

Его поддержал Снусмумрик:

— Молодец, Муми-тролль.

Десятичные дроби складывают так же, как натуральные числа — поразрядно.

Как и при сложении натуральных чисел, нужно помнить про разряды и, конечно, можно пользоваться разрядной таблицей.

— Вот, например, нам нужно сложить 16,46 кг и 2,845 кг, — сказал Снусмумрик.

— Интересно, что это ты складываешь? — вытаращил глаза подскочивший к приятелям Снифф. — В жизни не слышал, чтобы кому-то приходилось складывать такие килограммы!

Глава 8. Сложение десятичных дробей

— Если это конфеслы, то мы складывать согласны, — предложили игравшие неподалёку Тофсла с Вифслой.

— Не знаю, может быть, и конфеты, — ответил Снусмумрик, — это я в Муми-папином задачнике такой пример нашёл.

— Да ты не оправдывайся, Снусмумрик, — пришёл на помощь Муми-тролль. — Хороший у тебя пример. Давай, рисуй свою разрядную таблицу. Вычислим $16,46 + 2,845$.

Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые	Тысячные
+ 1	6	,	4	6	0
	2	,	8	4	5

— Начинаю сложение с меньшего разряда. Так мы поступали и с натуральными числами, — начал комментировать свою таблицу Снусмумрик. — В нашем примере меньший разряд — разряд тысячных. Но в первом слагаемом нет тысячных, другими словами, нуль тысячных. Этот нуль можно приписать к числу так: $16,46 = 16,460$.

Нуль тысячных первого числа плюс пять тысячных второго числа будет пять тысячных. Шесть сотых первого плюс четыре сотых второго будет десять сотых, то есть одна десятая. Нуль оставляем в разряде сотых, а одна десятая перейдёт в разряд десятых.

Четыре десятых плюс восемь десятых будет двенадцать десятых да ёщё одна десятая! Всего тринадцать десятых. Три десятых оставляем в разряде десятых, а одну единицу (десять десятых) переводим в разряд единиц.

Шесть единиц да ёщё две единицы, да ёщё единица будет девять единиц. Один десяток переписываем в сумму.

Все!

— Но, наверное, и при сложении десятичных дробей не стоит всякий раз рисовать разрядную таблицу и приписывать нули. Достаточно записать числа аккуратно, разряд под разрядом, и запятая обязательно будет под запятой, — заметил Муми-тролль и записал:

$$\begin{array}{r} 1 \ 6,4 \ 6 \\ + 2,8 \ 4 \ 5 \\ \hline 1 \ 9,3 \ 0 \ 5 \end{array} \quad 16,46 + 2,845 = 19,305 \quad \begin{array}{r} 1 \ 6,4 \ 6 \ 0 \\ + 2,8 \ 4 \ 5 \\ \hline 1 \ 9,3 \ 0 \ 5 \end{array}$$

— А в Книге, — подвёл итог Снусмумрик, — наверное, могут появиться такие строчки:

Глава 8. Сложение десятичных дробей

Десятичные дроби, как и натуральные числа, складывают по-разрядно. Тысячные складывают с тысячными, сотые с сотыми, десятые с десятыми.

Если наберётся 10 тысячных, то они заменяются одной сотой, наберётся 10 сотых — получается одна десятая, наберётся 10 десятых — заменяется единицей и так далее.

Тут из Шляпы появилась голова незнакомца.

— Ой, смотрите, у нас новый гость, — воскликнул Снифф. — Ну, выходи, располагайся. А мы тут разбираемся со сложением десятичных дробей.

— Привет! Меня зовут Алго. Мне тоже очень нравиться заниматься вычислениями. В вычислениях я больше всего люблю устанавливать порядок — формулировать правила и алгоритмы.

— Алгоритмы? — переглянулись фрё肯 Снорк и Снифф.

— Алгоритм, — сказал Алго, — это точное описание набора действий и порядка их выполнения, позволяющее от начальной ситуации прийти к нужному результату. Например, алгоритм сложения десятичных дробей можно сформулировать так:

Чтобы сложить две десятичные дроби, нужно:

- записать их друг под другом так, чтобы запятая оказалась под запятой;
- выполнить сложение, не обращая внимания на запятую;
- запятую в полученной сумме поставить под запятыми в слагаемых.

— И столбики появятся, — добавил Муми-тролль, —

$$\begin{array}{r} + 1 \ 4,1 \\ 3,4 \ 2 \\ \hline 1 \ 7,5 \ 2 \end{array} \quad \text{или} \quad \begin{array}{r} + 1 \ 4,1 \ 0 \\ 3,4 \ 2 \\ \hline 1 \ 7,5 \ 2 \end{array}$$

Чтобы разрешить спор, Снорк заглянул в Книгу. Но не нашёл в ней ни одной строчки о сложении десятичных дробей. Не появилось даже столбиков для сложения чисел 14,1 и 3,42, хотя в них уже не было ни одной ошибки.

Все недоумевали.

— Мне кажется, — сказала фрё肯 Снорк, — это потому, что мы ещё не всё выяснили...

— Мы выяснили, — сказала фрёвен — как складывать натуральные числа, как складывать десятичные дроби. А вот как складывать натуральное число с десятичной дробью, например, 3,12 и 1?

Глава 8. Сложение десятичных дробей

— Смотри-ка, — обрадовался Снорк, — она права! Давай, сестричка, додумывай до конца!

Порозовевшая фрёken Снорк продолжала:

— Пусть в задаче речь идёт о метрах. Тогда просто:

$$\begin{aligned}3 \text{ метра } 12 \text{ сантиметров} + 1 \text{ метр} = \\= 4 \text{ метра } 12 \text{ сантиметров или } 4,12 \text{ метра.}\end{aligned}$$

А если работать по вашему правилу, то, мне кажется, — фрёken Снорк порозовела ещё больше, — надо записать: $1 = 1,00$.

— Молодец! — обрадовался Муми-тролль, а щёки фрёken Снорк стали пунцовыми. — В самом деле, любое натуральное число может быть представлено в виде десятичной дроби. Нужно только поставить после натурального числа запятую, а после неё сколько хочешь нулей.

— Итак, получается $4,12$, — подытожил Снусмумрик. — Ой, а ведь нули-то даже и писать не обязательно!

— А может при сложении десятичных дробей получиться натуральное число? — задумался Снусмумрик.

Снорк сообразил, что даже самое маленькое натуральное число — единица — может быть представлено в виде суммы $1 = 0,5 + 0,5$ или так: $1 = 0,2 + 0,8$; $1 = 0,325 + 0,765$.

$$\begin{array}{r} 3,1\ 2 \\ + 1,0\ 0 \\ \hline 4,1\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,1\ 2 \\ + 1 \\ \hline 4,1\ 2 \end{array}$$

Все вместе придумали ещё один пример:

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 7\ 0 \\ + 2,3 \\ \hline 1\ 3,0\ 0 = 13 \end{array}$$

$$\begin{aligned}10 \text{ м } 70 \text{ см} + 2 \text{ м } 3 \text{ дм} &= 10 \text{ м } 70 \text{ см} + 2 \text{ м } 30 \text{ см} = \\&= 12 \text{ м } 100 \text{ см} = 12 \text{ м } + 1 \text{ м} = 13 \text{ м}.\end{aligned}$$

— А угадайте, как сумма чисел может оказаться равной одному из слагаемых, — сказал Муми-тролль.

Снорк заявил, что до такого ни за что не догадаться, потому что такого просто не бывает, но Снусмумрик придумал отгадку — он сказал, что такое возможно, если одно из слагаемых — нуль: $4 + 0 = 4$; $3,12 + 0,00 = 3,12$, и что вообще $a + 0 = a$.

Тут за кустом смородины появились уши Сниффа, и через минуту он, вместе с Алго, уже рассматривал новые страницы волшебной Книги. Снифф на картинках, естественно, не был. И так просто оставить это дело он, разумеется, не мог. Попшептавшись с Алго, Снифф с невинным видом спросил, сколько

Глава 8. Сложение десятичных дробей

получится при сложении таких чисел:

$$0,3 + 0,8 + 10,999 + 21,7 + 177,2.$$

Компания запыхтела, наступило молчание.

— Что-то трудно складывается, — пробормотал Муми-тролль, а Снусмумрик почесал затылок. Снорк же сложил 0,3 и 0,8 — у него вышло 1,1. К этому числу он добавил 10,999, повздыхал и засунул всё в Шляпу для скорости вычисления, но число 10,999 моментально вылезло из Шляпы и со словами «Нетушки! Нетушки!» уселось на плечо Алго.

Снифф к тому времени добыл прутик и стал орудовать им как указкой.

— А ну-ка, Снорк, вместо экспериментов со Шляпой, сложи-ка 0,3 и 21,7. Сколько вышло? 22? Правильно! А ты, фрё-кен, сложи 177,2 и 0,8. Вышло 178? Ну, конечно! Снусмумрик, сколько будет $22 + 178$? Двести, говоришь? Муми-тролль! Сло-жи 200 и 10,999. Всего, значит, получилось 210,999. А теперь мы с Алго дарим ещё 0,001, и получается восхитительный ре-зультат — 211.

— А разве так можно делать? — робко спросила фрёкен Снорк.

Снифф молча открыл рот, но тут на помощь пришёл Алго:

— Ты спрашиваешь, можно ли при сложении десятичных дробей менять слагаемые местами и объединять их, то есть пра-вильно ли будет написать так:

$$\begin{aligned}0,3 + 0,8 + 10,999 + 21,7 + 177,2 + 0,001 = \\= (0,3 + 21,7) + (0,8 + 177,2) + (10,999 + 0,001)?\end{aligned}$$

— Чур, про это — завтра, потому что сейчас пора ужинать, — вспомнил Снифф поручение позвать всех за стол.

— Как ужинать, а обед? — удивился Муми-тролль.

— А обед вы пропустили! Мы вас не нашли.

— Вот и выходит, что мы пообедали суммами десятичных дробей, — засмеялся Снусмумрик.

Самое важное в этой главе

Десятичные дроби складывают так же, как и натуральные числа, то есть поразрядно.

ГЛАВА 9

ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ И СОЧЕТАТЕЛЬНЫЙ ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ

И в самом деле, пора было ужинать. Тем более, что на сладкое у Муми-мамы была припасена корзина вишен.

— Чур, поровну! Штук по 12 на брата достанется, — заволновался Снифф и умчался за десертными тарелочками.

Раскладывать вишни было поручено Хемулю. Он начал с Тофслы и Вифслы (они ведь были самые маленькие).

— Семь штукsla, — доложил Тофсла.

— А у меня пять, — скучился Вифсла.

— Ну, теперь положи Тофсле пять, а Вифсле — семь. И будет у них поровну, — посоветовал Муми-тролль.

Хемуль положил на тарелочку Тофсле ещё пять вишен, а Вифсле — ещё семью. Теперь скучился и Тофсла. Муми-тролль посмотрел на него и посоветовал:

— Крутани свою тарелку, Тофсла!

Тофсла недоверчиво крутанул тарелку, и все убедились, что вишнен у него с Вифслой поровну.

— Последовательность, в которой Хемуль накладывал вишни, — семь и пять, или пять и семь — не важна, друзья мои, — заметил Ондатр, —

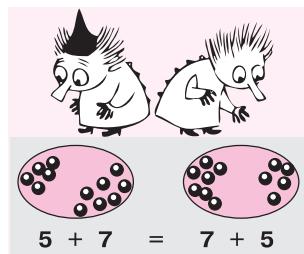
$(5 + 7)$ у Вифслы — это то же самое, что $(7 + 5)$ у Тофслы.

Переместительный закон сложения:

$$a + b = b + a.$$

От перемены мест слагаемых сумма не меняется.

— Вы, как всегда, правы, — с неизменным уважением покивал Муми-папа, — этот закон справедлив не только при сложении вишен.



Глава 9. Переместительный и сочетательный законы сложения

— При сложении трёх чисел, — сообщил Ондатр, — используется

Сочетательный закон сложения:

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Чтобы прибавить к сумме двух чисел третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел.

— Закон... Ох, какое суровое слово, — вздохнула Муми-мама. — В прошлом году один из маленьких сниффов нарушил закон Муми-дола — стянул кастрюльку у соседей. Уж очень красивый цветок был на ней нарисован. Что тут было! Он и кастрюльку вернул, и плакал, и говорил, что не знал такого закона — «не укради». Ему ничего не помогло. Наказание было ужасным. Целый день с ним никто не разговаривал. Правда, соседи потом подарили ему эту злополучную кастрюльку...

— Да уж, с законом шутки плохи, — подтвердил Муми-папа. — Ах, если бы все законы были хорошими!

— В нашей ситуации, уважаемые Муми-родители, — заметил с лёгкой улыбкой Ондатр, — слово «закон» употребляется в несколько ином смысле. У нас речь идёт не о законах, по которым живут в Муми-доле, а о закономерностях, которые обнаруживаются в сложении. Наши закономерности ничего не запрещают, а, наоборот, облегчают сложение.

— Что-то закон со скобками не очень понятен, — осторожно вмешался во взрослую беседу Снусмумрик.

— И чтосла означает — «со-че-та-тель-ный»? — спросили Тофсла с Вифслой.

— Ну, давайте проиллюстрируем закон вишнями, — сизошёл Ондатр.

— Хорошо бы, но вишни уже съели, — сокрушённо сообщила Муми-мама, — остались только косточки.

Сложение косточек вдохновило не всех присутствующих, но, тем не менее, желающие нашлись. Договорились: пусть будет

$$a — это 6 косточек, \quad b — 3, \quad c — 7.$$

Начали с записи $(a + b) + c$. Снусмумрик взял тарелочку и сложил в неё $a + b = 6 + 3 = 9$ (косточек). Муми-тролль добавил к ним ещё 7 штук. Получилось 16 косточек.

Глава 9. Переместительный и сочетательный законы сложения

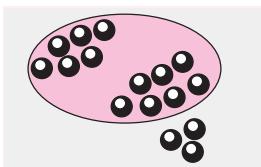
Потом взялись за запись $a + (b + c)$. Снусмумрик взял $a = 6$ (косточек), а Муми-тролль положил в свою тарелочку $b + c = 3 + 7 = 10$ (косточек) и отдал её Снусмумрику. Получилось опять 16.

— Когда складываются два числа, скобки не нужны. Они нужны, например, тогда, когда складываются три числа. И показывают скобки то, в какой последовательности шло это сложение, — прокомментировал Ондатр. — Данный закон позволяет при сложении чисел сочетать их в удобные пары. Поэтому-то про сам закон говорят, что он сочетательный.

— Раз способы сложения трёх чисел закончились, то пора убирать со стола, — сказала Муми-мама.

— Постойте, — возразил Снусмумрик, — мне кажется, что наши косточки можно было ещё и так сложить: $(6 + 7) + 3$.

Сумма снова не изменилась.



Ондатр был счастлив. — Понимаешь ли ты, Снусмумрик, что ты предложил?! — воскликнул он. — Поменять, то есть переставить местами слагаемые («переместить»), а затем сгруппировать («сочетать»).

Ты воспользовался обоими законами! Значит, можно продолжить равенства:

$$(6 + 3) + 7 = 6 + (3 + 7) = 6 + (7 + 3) = (6 + 7) + 3.$$

— И ещё можно продолжить, — догадался Муми-тролль, — смотрите:

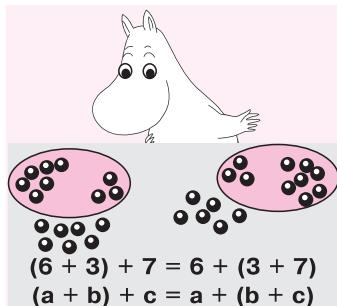
$$(6 + 7) + 3 = (7 + 6) + 3 = 7 + (6 + 3) = 7 + (3 + 6) = (7 + 3) + 6.$$

Тут все наперебой стали предлагать свои варианты сложения, и общими усилиями было выяснено, что три числа можно сложить двенадцатью разными способами.

(Попробуй, читатель, найти все эти способы!)

Муми-мама была поражена.

— Ну и ну! — сказала она. — Кто бы мог подумать, что есть так много способов, чтобы сложить всего-то три кучки косточек.



Глава 9. Переместительный и сочетательный законы сложения

— А всё потому, мамочка, — доложил Муми-тролль, — что

При сложении нескольких чисел переместительный и сочетательный законы сложения позволяют как угодно переставлять и группировать слагаемые.

— Благодаря этим законам мы можем записывать сложение нескольких слагаемых вообще без скобок, а затем переставлять в сумме слагаемые и группировать их удобным для сложения способом. — Подвёл итог довольный Ондатр. — Например, так:

$$7 + 6 + 3 = (7 + 3) + 6 = 10 + 6 = 16.$$

— Между прочим, — добавил Ондатр, — этот вывод справедлив для любого числа слагаемых.

Можно переставлять слагаемые и группировать их, как хочешь, складывая не только три кучки косточек, но и четыре, и пять.

— И шесть, и семь, и восемь... — с воодушевлением подхватил Снифф, при этом он заявил, что если математика нуждается в косточках, то он готов съесть столько вишен, сколько потребуется.

Возмущённый Ондатр назвал такое отношение к науке утилитарным, а Муми-мама высказалась в том смысле, что переедание, пусть даже и в научных целях, может привести к большим неприятностям.

— Почему мы раньше никаких скобок не писали? — спросила фрёкен Снорк. — А теперь то ставим их, то опять не ставим. Я даже немножко запуталась.

— И что тогда означает запись $6 + 3 + 4 + 7$? — поддержал её Муми-тролль.

— В этой записи, дорогая фрёкен, скобки хоть и не поставлены, но они подразумеваются. Действия сложения можно выполнять в том порядке, в котором они записаны, — таково общее соглашение. И запись эту можно понимать так:

$$6 + 3 + 7 + 4 = ((6 + 3) + 7) + 4.$$

Но переместительный и сочетательный законы сложения разрешают переставлять в записи слагаемые и группировать их как угодно. Например, так, чтобы было удобно складывать. Скобки можно поставить, чтобы выделить этот удобный порядок выполнения действий. Вот смотрите:

$$6 + 4 + 3 + 7 = (6 + 4) + (3 + 7) = 20.$$

Глава 9. Переместительный и сочетательный законы сложения

Пока шла возня с косточками, Хемуль всё печальнее смотрел в небо и всё горше вздыхал. Это не осталось незамеченным.

— Что же получается, — объяснил своё уныние Хемуль, — эти ваши законы так обедняют мою коллекцию! Я-то надеялся, что у меня будет экспонат, равный сумме $7 + 5$, и экспонат, равный сумме $5 + 7$!

— Зато запоминать меньше! — обрадовался Муми-тролль.

— Ты это про что? — спросил Снифф.

— Я про результаты сложения... Ну, вот знаешь, сколько будет $7 + 5$?

— Ясное дело — 12.

— А $5 + 7$ отдельно считать не надо, сразу можно сказать, что это тоже будет 12.

— Эх!.. Я всё-таки надеюсь, что для десятичных дробей эти законы не верны, — вздохнул Хемуль.

— Ну, что ты, милый Хемуль, — ответила Муми-мама, — это было бы странно!

— Разумеется, — согласился с Муми-мамой Ондатр.



Для десятичных дробей верны переместительный и сочетательный законы сложения.

— Уж мне ли это не знать! — добавила Муми-мама. — Совершенно нет разницы, в каком порядке истратить свои марки и пенни в магазине: сначала на молоко, а потом на конфеты или наоборот. Порядок не важен. Кошелёк в любом случае похудеет одинаково.

— А-а-а. Теперь понятно, почему у Сниффа в примере $0,3 + 0,8 + 10,999 + 21,7 + 177,2 + 0,001$ скобок вообще не было! — заявил Муми-тролль. — Законы разрешили выполнять сложение в том порядке, как командовал Снифф.

— А помните, мы складывали натуральные числа-капельки в шалаше? — спросил Снусмумрик. — Мы как раз и действовали по этим законам!

Пример переписали в строчку, и все увидели оба закона в действии:

$$\begin{aligned} 25 + 37 &= (20 + 5) + (30 + 7) = (20 + 30) + (5 + 7) = \\ &= 50 + (10 + 2) = (50 + 10) + 2 = 62. \end{aligned}$$

Глава 9. Переместительный и сочетательный законы сложения

— Эх, хороши законы! — одобрительно проговорил Муми-папа. — Понятно, почему сложение десятичных дробей тоже им подчиняется — оно не смеет вести себя иначе!

— Это потому, что десятичные дроби тоже складываются поразрядно, как натуральные числа, да? — спросил Муми-тролль.

— Разве не ясно? — вдруг непонятно почему рассердился Ондатр.

— Не хотите ли конфет? — спросила Ондатра Муми-мама.

— Мм... пожалуй, съем одну штучку, — согласился Ондатр. И, проглотив, пять штук, умиротворился и предложил Муми-троллю вычислить суммы

$$(4,45 + 7,125) + 2,875 \text{ и } 4,45 + (7,125 + 2,875).$$

В результате коллекция Хемуля обогатилась числом 14,45.

— Законы, законы... А на что они нам, если мы и без них всё правильно делаем, — заявил Снорк. — Никто же не выдумывает законов про то, что нужно ходить на лапах, а не на голове. И ничего не случается. Все благополучно ходят, как надо. Так?

— Так-то оно так, однако в шалаше некоторые складывали капельки присчитыванием, — заметил Ондатр и посмотрел на фрёйкен Снорк.

— Правда... это я капельки перетрагивала, — шепнула фрёйкен. — 25 капель да ещё одна — будет 26 капель, 26 капель да ещё одна — будет 27 капель... И так, пока не прибавились все 37 капель.

— Вот видишь, — сказал Ондатр, — фрёйкен обошлась без законов, но выполнила сложение с большими хлопотами. По законам же действовать удобнее. Кстати, Муми-тролль, как тебе больше понравилось находить число 14,45?

— Конечно, так: $4,45 + (7,125 + 2,875)$. В скобках число 10 получается, а уж с ним то сложить пара пустяков!

— Переместительный и сочетательный... — уважительно произнёс Муми-папа названия обнаруженных законов. — Что, ребята, не переместиться ли нам в гостиную, у меня появилась идея подкинуть вам пару-другую интересных задач.

В кухне остались Тофсла и Вифсла, был их черёд мыть посуду.

Самое важное в этой главе

При сложении чисел выполняются переместительный и сочетательный законы.

ГЛАВА 10

ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Утром Муми-мама решила, что неплохо бы подыскать для Книги подходящую обложку.

— Схожу-ка я в лавку за припасами, заодно и обложку выберу. Постойте, а хватит ли у меня денег? Так... В одном кармане моей сумки 68 марок 98 пенни, а в другом — 15 марок 20 пенни. Сколько всего у меня денег в сумке?

Снусмумрик взялся считать, и у него получилось 84 марки и 18 пенни (84,18 марок).

(Наверняка, столько же вышло и у тебя, читатель.)

— Приличная обложка стоит 3,35 марки. Сколько у меня останется денег после этой покупки? А, Снифф?

Снифф шевельнул ушами и попробовал задуматься.

— Сумма марок у мамы не увеличится, а, наоборот, уменьшится на 3,35 марки. Здесь надо вычесть, — подумал вслух Муми-тролль.

— А что значит «вычесть»? — спросил Снифф. — Что ли существует действие для нахождения того, что останется, если число уменьшится?

— Да, золотки мои, похоже на то...

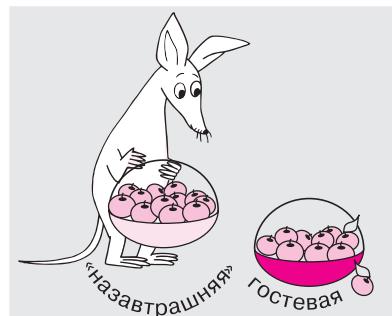
Действие, обратное сложению, называется вычитанием, — раздался голос Ондатра из гамака.

Муми-папа удовлетворённо хмыкнул и предложил разобраться с тем, что такое вычитание.

— Помнится, у нас на завтра была заготовлена корзина с яблочками, давайте её сюда. В корзине 17 яблок. Переложим в гостевую корзину 5 яблок. Сколько яблок у нас осталось?

Снифф без восторга переложил 5 яблок — по одному — из «назавтрашней» корзины в гостевую и заявил:

— В нашей корзине осталось 12 яблок.



Глава 10. Вычитание натуральных чисел

— Можно было сразу догадаться, — сообразил Муми-тролль. — Ведь $17 = 5 + 12$.

— Выходит, вычитание не существует само по себе, отдельно, — сказал Снусмумрик.

— Нет, конечно, оно связано со сложением, — сказала Муми-мама и совершенно неожиданно разразилась тирадой: — вычесть из числа a число b — значит найти число c .

— Мамочка, мне кажется ты какие-то нужные слова не досказала, — засомневался Муми-тролль.

— Не перебивай, золотко моё, — остановила его мама.

Вычесть из числа a число b — значит найти число c , которое в сумме с числом b даёт число a .

$$a - b = c, \text{ если } c + b = a.$$

После сказанного Муми-мама попросила Сниффа не таращить глаза, потому что именно так было написано на листке из блокнота Ондатра, на том самом листке, из которого Снифф сделал кораблик и бросил его в кухне.

— Так вот, доложу я вам, друзья мои, — опять раздался из гамака голос Ондатра, — в выражении $17 - 5 = 12$ есть уменьшающее, вычитаемое и разность:

$$\begin{array}{r} 17 \\ - 5 \\ \hline \end{array} = 12.$$

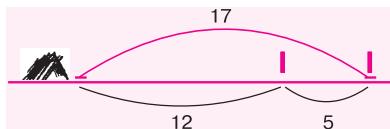
уменьшаемое вычитаемое разность

— А что, обязательно было учиться вычитанию на яблоках? — поинтересовался Снусмумрик.

— Нет, пожалуй, — сказал Ондатр, подумав. — Можно было решить и такую задачу:

«Для охраны шалаша мы выставили два дозора. Первый располагался на расстоянии 17 м от шалаша, а второй был на 5 м ближе к шалашу, чем первый. На каком расстоянии от шалаша находится второй дозор?».

— Это можно нарисовать, — предложила фрёкен Снорк и занялась рисунком. А Снусмумрик показал всем решение задачи, которое оказалось таким, как и в задаче с яблоками, только в нём речь шла о метрах: $17 - 5 = 12$ (метров).



Глава 10. Вычитание натуральных чисел

Удовлетворённый Снифф переложил 5 яблок из гостевой корзины в «назавтрашнюю» и уволок её в кухню, подальше от ретивых вычитателей, которые, войдя во вкус, стали вычитать из 45 число 27.

— Как из 5 единиц вычесть 7? А, мама? — спросил Муми-тролль.

— Может быть, Ондатр объяснит нам? — предложила мама.

Ондатр на некоторое время погрузился в раздумье, после чего сообщил, что попытается это сделать.

— Будем вычитать поразрядно.

Десятки	Единицы	=	Десятки	Единицы
4	5		3	5 + 10

Десятки	Единицы
4	5
3	5 + 10
45 - 27 = 18	

Вот и всё. Задача решена.

— А что, — спросил Муми-тролль, — всегда ли можно при вычитании так поступать с числами?

— Да, — благосклонно кивнул Ондатр, — потому что

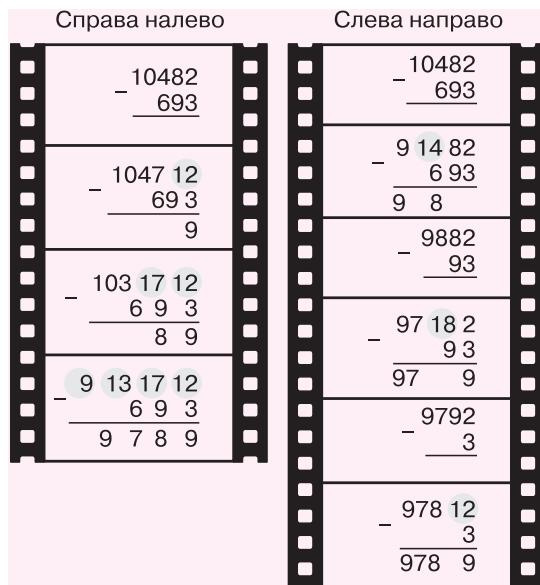
Многозначные числа вычитывают поразрядно.

— У меня припасён микрофильм, сказал Алго, — в нём подробно показано, что творится с числами при вычитании. Только мой фильм немой! Ваша задача — его озвучить!

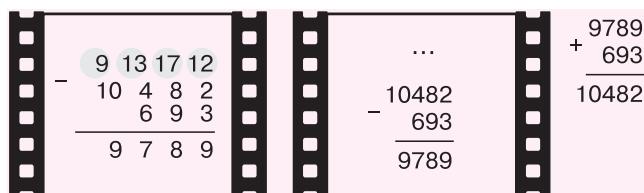
(Это и твоя задача, читатель.)

Глава 10. Вычитание натуральных чисел

«Вычитание многозначных чисел» (микрофильм)



Один из микрофильмов



Точкой отмечен разряд, у которого «занимаем» единицу, превращаем её в 10 единиц правого, младшего разряда и добавляем их в этот младший разряд.

— Ну-с, друзья мои, не знаете ли вы, какие из равенств являются верными? — спросил Ондатр.

- 1) $1000 - 256 - 144 = 1000 - (256 + 144)$;
- 2) $1000 - 256 - 144 = 1000 - (256 - 144)$;
- 3) $1000 - 256 - 144 = (1000 - 144) - 256$.

Снифф одним глазом взглянул на примеры и заметил одинаковые левые части во всех трёх равенствах.

Глава 10. Вычитание натуральных чисел

— Ерунда! — занервничал он.

— Почему ерунда? — осведомился Снорк.

— Потому что задача ерундовая! Что означает $1000 - 256 - 144$?
Что из чего сначала вычитать-то?

— Что? Да вычти сначала 256 из 1000, потом из получившегося числа вычти ещё 144:

$$1000 - 256 - 144 = (1000 - 256) - 144,$$

— предложил Муми-тролль. — И всё! Правильно же?

— Правильно! — сказали все хором, а фрё肯 Снорк, вспомнив объяснения Ондатра, добавила:

— Если скобок нет, то действовать нужно в том порядке, в котором написано. Так было в сложении. Наверное, и в вычитании так же... Но в Книге скобки стоят по-другому.

Понятное дело, с этими скобками решено было разобраться.

— Дайте-ка, — отважилась фрёken Снорк, — я попробую. Если я из моей тысячи марок дам в долг 256 марок, а затем ещё 144, то это значит, что мне должны $256 + 144$ (марок), а осталось у меня $1000 - (256 + 144)$ (марок).

Получается, что первое равенство — верное.

— Кто это у тебя столько занял? И вообще, откуда у тебя столько марок? — поинтересовался Снорк.

— Ну, Снорк, пожалуйста, не мешай, — продолжала фрёken Снорк. — Если у меня заняли 256 и ещё 144 марки, то для подсчёта оставшихся марок нет резона искать разность долгов, то есть $1000 - 256 - 144 \neq 1000 - (256 - 144)$.

Получилось, что второе равенство неверное.

— Скобки при вычитании (в отличие от сложения) нельзя ставить произвольно, — отметил Муми-папа.

— Ну, ясно, — сказал Снорк, — скобки нельзя ставить как попало.

— Нет, Снорк, ещё не всё ясно, — сказал Снусмумрик, — мы разобрались в том, что

верно равенство (1)

и неверно равенство (2),

а что ты скажешь про равенство (3)?

Можно ли при последовательном вычитании из одного числа двух других чисел менять эти вычитаемые числа местами?

Глава 10. Вычитание натуральных чисел

— Можно! Подумай, друг мой Снусмумрик, и ты убедишься, что я прав, и равенство (3) тоже верное! — сказал Снорк и снова занялся подразниванием фрё肯.

— Слушай, сестричка, а если ты из своей, гм, тысячи марок одолжишь тысячу, то у тебя ничего не останется! То есть $1000 - 1000 = 0$, — вдруг воскликнул он.

— А вот 2000 марок ты одолжить не можешь! Даже 1001 не можешь!

— Правда! Не могу вычесть $1000 - 1001$, не умею, — удивилась фрёken Снорк, — что это значит?

— Это значит, — ответил Снорк, — что нет такого натурального числа, которое в сумме с 1001 даст 1000.

— Снорк абсолютно прав, — подтвердил Муми-папа.

— Но до чего ему не идёт нравоучительный тон! — заявила фрёken.

— Ладно, сестричка, оставлю тебе свою тысячу целиком, то есть вычту из неё нуль: $1000 - 0 = 1000$.

— Не мешало бы нам заглянуть в Книгу, — напомнил Снусмумрик. Снифф открыл книгу и прочитал:

Свойства вычитания, записанные с помощью букв:

$$\begin{array}{ll} a - b - c = a - (b + c); & a - 0 = a; \\ a - b - c = (a - c) - b; & a - a = 0. \end{array}$$

Самое важное в этой главе

Вычитание натуральных чисел — это действие, обратное сложению натуральных чисел.

ГЛАВА 11

ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

— Золотки мои, — спохватилась Муми-мама, — а про мою задачу вы не забыли? Сколько же будет из 84 марок 18 пенни вычесть 3 марки 35 пенни?

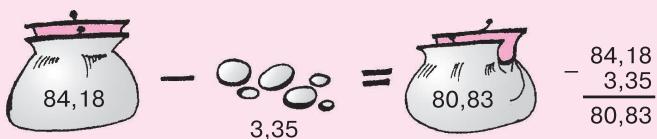
— Так... Муми-маме необходимо знать число, которое в сумме с 3,35 даст 84,18. Думаем, как ей помочь, — сказал Снусмумрик.

Снифф неуверенно предложил перевести марки в пенни, у него получилось 8418 пенни и 335 пенни.

— Так можно, но не нужно, — вмешался Алго. —

$$\begin{array}{r} 84,18 \\ - 3,35 \\ \hline ? \end{array}$$

Десятичные дроби вычитают, как и натуральные числа, по разрядам.


$$\begin{array}{r} 84,18 \\ - 3,35 \\ \hline 80,83 \end{array}$$

При этом одну марку из 84 нам пришлось разменять на монеты по 10 пенни, — добавила фрёкен Снорк.

— Значит, у меня остаётся 80,83 марки? Денег достаточно, — сказала Муми-мама и вынула из кошелька деньги на обложку — ровно 3,35 марки. Потому что первым магазином, в который она предполагала зайти, был именно магазин с обложками.

— Итак, — сказал Алго, —

Чтобы вычесть из одной десятичной дроби другую «в столбик», нужно:

- записать дроби друг под другом так, чтобы запятая оказалась под запятой;
 - выполнить вычитание, не обращая внимания на запятую;
 - запятую в полученной разности поставить точно под запятыми в уменьшаемом и вычитаемом.
-

Глава 11. Вычитание десятичных дробей

$$\begin{array}{r} 8\ 0,8\ 3 \\ +\ 3,3\ 5 \\ \hline 8\ 4,1\ 8 \end{array}$$

А чтобы не ошибиться, делайте проверку сложением.

Муми-тролль взял кошёлёк Муми-мамы и ссыпал в него 3,35 марки. Получилось ровнёхонько 84,18 марок.

— Все в порядке, ошибок в вычитании нет, — доложил он.

— Иду за обложкой и ещё кое за чем. А вы пока повычисляйте. У Алго, я вижу, готово для вас задание. Хемуль! Советую и тебе посчитать, а то ты только подбираешь и коллекционируешь результаты других. Это может плохо кончиться.

С этими словами Муми-мама отбыла в лавку, оставив детям образцы решения, которые она предусмотрительно раздобыла у Алго.

$$\begin{array}{r} 0,02 - 0,0156 \\ \textcircled{1}\textcircled{9}\textcircled{10} \\ \hline 0,0\ 2\ 0\ 0 \\ - 0,0\ 1\ 5\ 6 \\ \hline 0,0\ 0\ 4\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 730 - 97,543 \\ \textcircled{6}\textcircled{12}\textcircled{9}\textcircled{9}\textcircled{9}\textcircled{10} \\ \hline 7\ 3\ 0,0\ 0\ 0 \\ - 9\ 7,5\ 4\ 3 \\ \hline 6\ 3\ 2,4\ 5\ 7 \end{array}$$

Проверка:

$$\begin{array}{r} 0,0\ 0\ 4\ 4 \\ + 0,0\ 1\ 5\ 6 \\ \hline 0,0\ 2\ 0\ 0 \end{array}$$

Проверка:

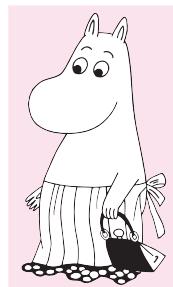
$$\begin{array}{r} 6\ 12\ 9\ 9\ 9\ 10 \\ - 7\ 3\ 0,0\ 0\ 0 \\ \hline 6\ 3\ 2,4\ 5\ 7 \\ 9\ 7,5\ 4\ 3 \end{array}$$

Задание Алго

Выполните вычитание чисел. Сделайте проверку сложением.

- а) 9,86 – 6,43; б) 2,567 – 1,2345;
в) 10,1908 – 5,234; г) 14,1234 – 10,123;
д) 123,4 – 83,76.

Итак, Муми-мама пошла за покупками. Муми-папа подумал, что надо бы сопроводить Муми-маму. Ондатр подумал то же самое — ведь важные покупки лучше делать вместе. Так или иначе, они оба пустились за Муми-мамой вдогонку. Встреча была трогательной, вечер — приятным, дорога — длинной. По дороге взрослые разговорились.



Глава 11. Вычитание десятичных дробей

— Что-то поделывает наша молодёжь? — сказал Муми-папа.

— Надеюсь, вычисляет, — ответил Ондатр, — я ведь тоже оставил им небольшое, но чрезвычайно полезное задание и на сложение, и на вычитание. Вы же понимаете, что в жизни редко случаются ситуации в одно действие.

Задание Ондатра

- Уменьшаемое 5,4; вычитаемое 0,67. Найдите разность, прибавьте её к вычитаемому. Замените «старое» вычитаемое полученным результатом и найдите «новую» разность.
- Восстановите цифры и знаки действий:

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3, * \ 7 \ * \\ 3 \ 4 \ 8, 2 \ * \ 4 \\ 2 * \ 9, 7 \ 4 \ 8 \\ \hline * \ 3 * , 4 \ 9 \ 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 * \ 5, 6 \ 7 \ * \\ 2 \ 0 \ * , * \ * \ 9 \\ * \ 9 \ 6, 8 \ 8 \ 9 \\ \hline \end{array}$$

- Найдите разность между наименьшим пятизначным числом и наибольшим четырёхзначным; наименьшим шестизначным числом и наибольшим пятизначным. Сравните полученные результаты. Какую закономерность вы подметили? Подтвердите её другими примерами.
- Найдите разность чисел 987 654 321 и 123 456 789. Чем примечательны эти уменьшаемое, вычитаемое и разность?
- Найди устно следующие разности:
 - 2745 – 999;
 - 4800 – 1998;
 - 3500 – 499;
 - 4200 – 1199.

А в Муме-доме тем временем Снусмумрик предложил сложить ещё две дроби: 0,4 и 0,06. Первым эту задачу решил Снорк. Он ведь и раньше первым дал ответ в похожей задаче. Но сейчас этот же самый Снорк выдал результат 0,1 вместо, ну конечно же, 0,46. Он уже ухитрился забыть, как складываются десятичные дроби.

Психологический комментарий О видах памяти и о приёмах запоминания

Снорк крайне удивился:

— Оказывается, у меня плохая память! Надо срочно её улучшить!

Глава 11. Вычитание десятичных дробей

— А какая у тебя память? — осторожно спросила фрёкен.

— Что значит «какая»? — снова удивился Снорк.

— Мне, например, чтобы запомнить, нужно обязательно нарисовать то, о чём идёт речь, или представить с закрытыми глазами то, что написано. Это у меня память такая: через зрение, зрительная память, — потупила свои глазки фрёкен. — А вот Снусмумрик ничего не рисует, не представляет, он слушает и так запоминает. Когда что-нибудь учит, то просит, чтобы кто-нибудь вслух ему читал. Или сам себе громко пересказывает. Выходит, что у него память слуховая, он запоминает ушами. А ты как запоминаешь?

— А я как? — ещё больше удивился Снорк.

— Когда ты что-нибудь запоминаешь, то при этом ходишь по комнате из угла в угол и размахиваешь лапами, — напомнил ему Муми-тролль.

— Точно! — обрадовался Снорк. — А ещё я всегда стараюсь всё записать. Так какая у меня память?

— Тогда у тебя двигательная память: ты лучше запоминаешь через движения, — объяснила фрёкен.

— А вот интересно, — хорошо мы запоминаем или плохо? — Снорк явно увлёкся исследованием своей памяти.

— Ну что ж, давайте, попробуем позапоминать, — предложил обстоятельный Муми-тролль, — и посмотрим, что у нас получится. Я буду читать пары слов. Слушайте внимательно и запоминайте.

1. Жук — щётка.
2. Очки — грибы.
3. Ромашка — зарядка.
4. Дождь — сердце.
5. Мухомор — диван.
6. Гребёнка — ветер.
7. Сапоги — циркуль.
8. Топор — кисель.
9. Муравей — экскаватор.
10. Стол — дым.

— Теперь я буду называть только первое слово, — продолжил Муми-тролль, — а вы должны вспомнить и записать, какое другое слово было с ним в паре.

Глава 11. Вычитание десятичных дробей

(Ты, читатель, тоже проверь память: закрой плотным листом бумаги правый столбик слов и запиши на отдельном листочке слова, которые назывались в паре с каждым словом из левого столбика. Только чур, не подглядывать!)

При проверке оказалось, что Снорк запомнил всего одну пару «топор — кисель». И то потому, что на днях нечаянно утопил походный топорик Снусмумрика в киселе, который сварила Муми-мама. Да и у других результаты были не лучше.

— М-да, негусто, — сказал Муми-тролль, — честно говоря, я и сам ничего не запомнил.

— Ну-ка, попробуйте, запомните мои пары слов, — предложил Снусмумрик:

- | | |
|--------------|-------------|
| 1. Сарай | — дрова. |
| 2. Стул | — кресло. |
| 3. Мука | — булочка. |
| 4. Дерево | — лист. |
| 5. Котёнок | — тигр. |
| 6. Кухня | — кастрюля. |
| 7. Муха | — бабочка. |
| 8. Солнце | — снег. |
| 9. Пластилин | — стекло. |
| 10. Колесо | — поезд. |

Теперь я снова буду называть только первое слово, — сказал Муми-тролль, — а вы должны вспомнить и записать, какое другое слово было с ним в паре.

(Ты, читатель, тоже проверь свою память этим способом.)

При проверке оказалось, что слова запомнились почти все!

— Так они же связаны между собой по смыслу! Вот почему мы так легко их запомнили, — догадался Снорк.

— А давайте попробуем и в моём наборе установить связь между словами, — предложил Муми-тролль. — Жук, жук... Жук жужжит... но при чём здесь щётка? Щётка есть у пылесоса, а пылесос-то тоже жужжит! Вот и запоминайте «жук — щётка» через слово «пылесос». Ура!

— Настойка из ромашки и зарядка очень, говорят, полезны для здоровья, — сказала Муми-мама.

Глава 11. Вычитание десятичных дробей

— Гребёнка нужна после прогулки в ветреную погоду, — поддержала фрёкен Снорк.

Так установили смысловые связи в каждой паре слов из списка Муми-тролля. Потом снова проверили свою память: Муми-тролль называл первое слово из списка, а остальные запоминали второе слово из пары. Оказалось, что так запоминать гораздо проще. Все запомнили почти все слова!

— Внимание! Объявляю конкурс, — вдруг отвлёкся от своей коллекции Хемуэль. — Вы должны запомнить за одну минуту число 2581114172023 — это последнее приобретение моей коллекции!

— Пожалуйста, — небрежно сообщил Снорк и записал на листочке бумаги без подглядывания, по памяти, длиннущее Хемуэлево число.

— Как ты это сделал? — осталбенела вся компания.

— Очень просто, — ответил Снорк. — Если хорошенъко поработать головой, то и запоминать легче. Смотрите: число начинается с 2; 5 получается, если к 2 прибавить 3; 8 — если к 5 прибавить 3; ну и так далее. Проверьте: 2 5 8 11 14 17 20 23.

Понятно, что Снорку устроили овацию.

Самое важное в этой главе

Десятичные дроби вычитают по разрядам. Чтобы лучше запоминать, нужно знать особенности своей памяти и использовать специальные приёмы запоминания.

ГЛАВА 12

УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. ПЕРЕМЕСТИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН УМНОЖЕНИЯ

Взрослые вернулись с покупками, надели обложку на Книгу, и было решено ещё прогуляться перед сном, а заодно проверить, что поделывают Вифсла с Тофслой.

Они как отправились мыть посуду, так больше и не появились. Группу гуляющих возглавил Ондатр. Очень довольный прошедшим днём, он рассуждал:

— Да, самое приятное, что может быть для философа, — это размышление о новых знаниях. Хорошо, когда знаний много, хорошо, когда это «много» умножается. Да! Умножение и ещё раз умножение знаний — вот истинное счастье!

Снусумрик не очень-то старался слушать Ондатра, но слово «умножение» он запомнил.

Тофслу с Вифслой нашли в кухне. Парочка спала среди тарелок. Они были почти чистыми (тарелки, а не Тофсла с Вифслой). Муми-папа унёс спящих в постели, а Муми-мама, вздохнув, перемыла посуду.

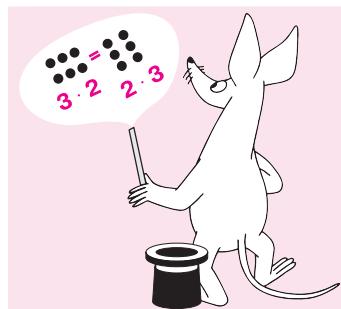
Перед сном Снусумрик решил умножить и свои знания, и неизвестно откуда пришедшие ему в голову дроби: $5,24 \cdot 3,7 = ?$

— Для начала отброшу запятые и перемножу получившиеся натуральные числа, — размышлял он, — ведь так мы поступали при сложении и вычитании десятичных дробей... Но как перемножить такие большие натуральные числа? Я этого не умею. Сделаю так...

И он сделал бы, если бы... если бы не заснул.

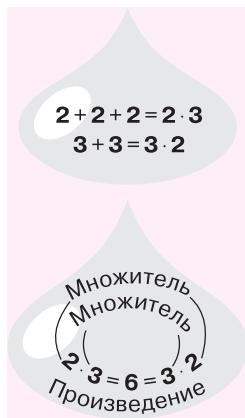
Снусумрик заснул и увидел сон: Тофсла с Вифслой в кромешной тьме пробрались к Шляпе и вылили в неё мыльную воду. Снусумрик от возмущения чуть было не проснулся, но тут во сне возник Снифф с соломинкой. Он стал окунать соломинку в Шляпу и выдувать замечательно красивые мыльные пузыри.

Один из пузырей сильно увеличился и на нем проступили цифры.



Глава 12. Умножение натуральных чисел. Переместительный закон умножения

Вдруг прогрохотало:



— Смотри и постигай смысл умножения, детка!

На «детку» Снусмумрик было обиделся, но на пузырь посмотрел очень внимательно.

Пузырь вдруг распался на два пузырька поменьше.

И первый пузырёк сказал:

— Умножить два на три — это означает найти сумму трёх слагаемых, каждое из которых равно числу два.

Снусмумрик подхватил:

— Умножить три на два — значит, найти сумму двух слагаемых, каждое из которых равно числу три. А умножить пять на семь — это значит взять число 5 слагаемым 7 раз:

$$5 \cdot 7 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 35.$$

Второй пузырёк потребовал, чтобы Снусмумрик обратил, наконец, внимание и на него.

— Посмотри на меня, и ты увидишь, что $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$.

От перемены мест множителей произведение не меняется.

Снусмумрик повернулся на другой бок и пробормотал, что это правда, потому что $7 \cdot 5 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 35$, а то, что $5 \cdot 7 = 35$, ему приснилось раньше. Вот и выходит, что $5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$.

— Где-то я с похожим законом уже встречался... — попытался во сне вспомнить Снусмумрик.

Но тут пузыри лопнули, Снусмумрик проснулся и вспомнил, что переместительный закон применялся в сложении. Там он выглядел так: $a + b = b + a$.

Снусмумрик сообразил, что в умножении **переместительный закон** можно записать так:

$$a \cdot b = b \cdot a.$$

Глава 12. Умножение натуральных чисел. Переместительный закон умножения

До рассвета было ещё далеко. Муми-тролль вовсю спал и что-то бормотал во сне. Снусмумрик прислушался.

— В трёх корзинах по 2 яблока, это всё равно, что в двух корзинах по 3 яблока. И так, и этак 6.

Похоже, что Муми-троллю тоже снился сон про умножение.

Снусмумрик решил спуститься из окна в сад по верёвочной лестнице. Спуск шёл мимо окна фрёкен Снорк. В её комнате тоже плавал мыльный пузырь с картинкой.

— Ну, ясно, фрёкен Снорк без картинок не может.

Поголовно всем снится умножение! — присвистнул Снусмумрик, спрыгнув на землю. — Ладно, $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3$. И не так сложно сосчитать, что это 6. Интересно, что у других получается? Расспроси каждого, когда проснутся.

Спать ему больше не хотелось, и он до утра бродил по прекрасному ночному саду.

— Ну и ночка выдалась! — решили все за утренним кофе.

Муми-папа заявил, что необходимо проверить, не зря ли все спали. Снусмумрик его горячо поддержал.

Наперебой все стали рассказывать, что всю ночь умножали: кто 3 на 2, кто 3 на 7, кто 5 на 9 — и, чтобы найти произведение, им приходилось складывать:

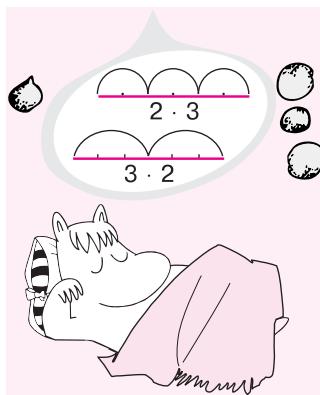
семь раз по три:

$$3 \cdot 7 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21;$$

пять взять слагаемым девять раз:

$$5 \cdot 9 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 45.$$

Когда окончательно выяснилось, что все спали не зря, Муми-папа вспомнил, что со времён его юности на чердаке хранится специальная таблица для записи произведений всех пар однозначных чисел. Муми-тролль и Снорк притащили таблицу, в которой от времени стёрлись все произведения. Снорк немедленно записал на пересечении полосок с числами 3 и 2 их произведение 6, на пересечении полосок с числами 3 и 7 их произведение 21, а на пересечении полосок 5 и 9 — 45.



Глава 12. Умножение натуральных чисел. Переместительный закон умножения

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0										
1										
2										
3		6				21				
4										
5							45			
6										
7										
8										
9										

— Существует ещё одно место, которое тоже является пересечением полосок с числами 2 и 3! — сказал Снусмумрик, внимательно вглядываясь в таблицу.

И сам Ондатр с удовольствием вписал в таблицу ещё одну шестёрку. Точно так же было найдено, что $7 \cdot 3 = 21$.

— А как заполнить первую строчку? — задумался Мумитроль.

— $0 \cdot 4 = 0$, потому что $0 \cdot 4 = 0 + 0 + 0 + 0 = 0$, — сказал Снусмумрик.

— А сколько будет $4 \cdot 0$? — спросил Снорк. — 4 уж никак не взять слагаемым 0 раз...

— $4 \cdot 0 = 0$, — заявила фрёken Снорк.

— С чего ты взяла?

— Нужно же, чтобы переместительный закон умножения выполнялся и для таких чисел: $0 \cdot 4 = 4 \cdot 0$

— Ну, тогда и для единицы можно записать:

$$4 \cdot 1 = 4,$$

— сказал Снорк.

— Да, — кивнул Снусмумрик, — потому что $1 \cdot 4 = 1+1+1+1 = 4$.

Ондратр благосклонно кивнул и добавил, что верны следующие равенства:

$$a \cdot 0 = 0; \quad a \cdot 1 = a.$$

— Таблица, уважаемый Ондратр, у нас какая-то пустая. Можно мы её заполним? — спросила фрёken Снорк.

Ондратр не возражал:

— Тогда-то вы и получите настоящую таблицу умножения, которую помнит наизусть всякий уважающий себя человек, не говоря уж об ондратрах.

Фрёken Снорк взялась умножать 3 на разные числа:

$$3 \cdot 0 = 0; \quad 3 \cdot 1 = 3;$$

Глава 12. Умножение натуральных чисел. Переместительный закон умножения

$3 \cdot 2 = 6$ — это я уже знаю;

$$3 \cdot 3 = 9, \text{ ведь } 3 + 3 + 3 = 9; \quad 3 \cdot 4 = \dots$$

Нет, не буду я складывать четыре тройки, а лучше к девяти прибавлю три — получится двенадцать. Значит, $3 \cdot 4 = 12$; $3 \cdot 5 = 15$, ведь $12 + 3 = 15$. Четыре раза по три и ещё раз три — это пять раз по три. $3 \cdot 6 = 18$; $3 \cdot 7 = 21$, дальше действуем так же: $3 \cdot 8 = 24$; $3 \cdot 9 = 27$.

Все немного помолчали и решили внимательнее посмотреть на результаты вычислений фрёкен Снорк.

$$3 \cdot 0 = 0; \quad 3 \cdot 1 = 3; \quad 3 \cdot 2 = 6; \quad 3 \cdot 3 = 9;$$

Сначала 3, 6, 9, — заметила фрёкен Снорк и продолжила, —

$$3 \cdot 4 = 12; \quad 3 \cdot 5 = 15; \quad 3 \cdot 6 = 18;$$

затем три числа с цифрой 1 впереди, но суммы цифр у них опять 3, 6, 9. а дальше три числа с цифрой 2 впереди, и снова у чисел те же суммы цифр: 3, 6, 9.

$$3 \cdot 7 = 21; \quad 3 \cdot 8 = 24; \quad 3 \cdot 9 = 27.$$

— Ничего себе таблица! — воскликнул Муми-тролль. — Я хочу сделать то же самое с числом 2.

Снусмумрик вызвался умножать на самое большое из однозначных чисел — на 9. Тофсле поручили столбик умножения на нуль, а Вифсле — столбик умножения на единицу. Оставшиеся столбики поделили между желающими.

$2 \cdot 0 =$	<table border="1"><tr><td>0</td></tr></table>	0
0		
$2 \cdot 1 =$	<table border="1"><tr><td>2</td></tr></table>	2
2		
$2 \cdot 2 =$	<table border="1"><tr><td>4</td></tr></table>	4
4		
$2 \cdot 3 =$	<table border="1"><tr><td>6</td></tr></table>	6
6		
$2 \cdot 4 =$	<table border="1"><tr><td>8</td></tr></table>	8
8		
$2 \cdot 5 =$	<table border="1"><tr><td>0</td></tr></table>	0
0		
$2 \cdot 6 =$	<table border="1"><tr><td>2</td></tr></table>	2
2		
$2 \cdot 7 =$	<table border="1"><tr><td>4</td></tr></table>	4
4		
$2 \cdot 8 =$	<table border="1"><tr><td>6</td></tr></table>	6
6		
$2 \cdot 9 =$	<table border="1"><tr><td>8</td></tr></table>	8
8		

Цифры
0, 2, 4, 6, 8
в разряде единиц повторяются.

$$\begin{aligned} 9 \cdot 0 &= 0 \\ 9 \cdot 1 &= 9 \\ 9 \cdot 2 &= 18 \\ 9 \cdot 3 &= 27 \\ 9 \cdot 4 &= 36 \\ 9 \cdot 5 &= 45 \\ 9 \cdot 6 &= 54 \\ 9 \cdot 7 &= 63 \\ 9 \cdot 8 &= 72 \\ 9 \cdot 9 &= 81 \end{aligned}$$

Сумма цифр у каждого произведения (кроме первого) равна одному и тому же числу — девяти.

Работа Муми-тролля

Работа Снусмумрика

Глава 12. Умножение натуральных чисел. Переместительный закон умножения

(Читатель, может быть, тебе удастся открыть ещё какие-то секреты в этих столбцах? И уж, конечно, ты что-нибудь откроешь, умножая однозначные числа на 4, 5, 6, 7, 8.)

Так стала выглядеть таблица, когда работа была закончена:

Таблица умножения

\times	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Между прочим, первыми, ко всеобщему удивлению, закончили заполнять свои столбики Тофсла с Вифслой.

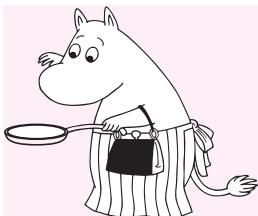
(Как ты думаешь, читатель, почему так получилось?)

Самое важное в этой главе

Умножение одного натурального числа на другое сводится к сложению. От перемены мест множителей произведение не меняется. Таблица умножения содержит множество закономерностей.

ГЛАВА 13

РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН УМНОЖЕНИЯ. УМНОЖЕНИЕ НА ОДНОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО



Муми-мама всё это время с печальным видом раскладывала оладьи по тарелкам и не принимала участия в разговорах.

— В чём дело, мамочка? — спросил Муми-тролль.

— У меня беда, золотко моё. Мне ведь тоже сегодня приснился сон, в котором яничегошеньки не поняла. Только голова разболелась. Все что-то многозначное, и ещё какой-то распределительный закон. Как будто я без закона неправильно распределяю оладьи! — с несчастным видом ответила Муми-мама.

— Мама, вспомни сон! — взмолился Муми-тролль, который понял, что Муми-маму нужно спасать...

— Расскажите, расскажите! — поддержало всё общество.

Мама перевернула сковородку и, макая хвост Сниффа в муку, попыталась изобразить свой сон.

Тофсла предположил:

— Это мамины заботы о завтраке, где каждому по вкусному оладышку. Кругляш перед скобками — это оладышек с поддумяненным бочком. Сначасла он был один на всех, — тех, которые в скобках. Потом мама напекла ещё и дала каждому по штучке.

Вифсла возразил:

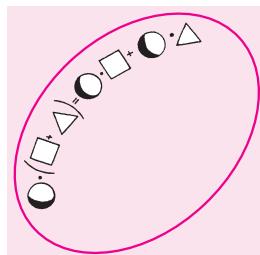
— Почему по штучке? Когда это было такое, чтобы слы на завтрак по одному оладышку?

— Да уж, — добавил Снифф, — по шесть штук каждому и никак не меньше! В кругляше перед скобками будет шесть оладышек. И Муми-мама испечёт к завтраку $6 \cdot 9 = 54$ оладышка!

— О! — удивилась фрёкен Снорк. — Откуда ты взял цифру 9? И как получил число 54?

— 9 — это все мы! — гордо доложил Снифф.

Фрёкен Снорк с сомнением оглядела общество и сказала, что «всех нас», вроде бы, больше.



Глава 13. Распределительный закон умножения

— Ты считаешь не так! Смотри: Муми-родители, Ондатр, Снорк, Снусмумрик, Муми-тролль и я — семеро, Тофсла с Вифслой и Хемуль — двое. Всего — девять.

На Сниффа уставились с недоумением. Тофсла с Вифслой и Хемуль — у всех получалось 3. Но Снифф заявил, что Тофсла с Вифслой маленькие и сойдут за одного едока.

— А почему ты не посчитал фрёken Снорк? — насторожённо осведомился Муми-тролль.

— Так она же ещё вчера сказала, что не ест мучного.

— Надеюсь, это у неё пройдёт, — подумал Муми-тролль и записал:

$$\boxed{7} + \triangle = 9 \quad 6 \cdot (7 + 2) = 6 \cdot 9 = 54.$$

— Ну что, теперь понял, как я насчитал 54 оладышка? — осведомился Снифф.

— Ммм, — промычал Муми-тролль, уставившись на сковородную строчку, — каждый житель «квадрата» и каждый житель «треугольника» съест по шесть оладий. Выходит, что если сложить $6 \cdot 7 + 6 \cdot 2$, то тоже получим 54.

— Вот ещё! — заявил Снифф, у которого интерес к записям на сковородке угас перед знаком равенства. Сниффа вообще удерживала у сковороды только важная роль, которую играл во всей этой истории его, весь в муке, хвост.

— Да ты проверь, проверь, — теребил его Муми-тролль.

Проверка состоялась:

$$6 \cdot 7 + 6 \cdot 2 = 42 + 12 = 54.$$

Фрёken Снорк нарисовала по этому поводу картинку:



Глава 13. Распределительный закон умножения

С удовлетворением взглянув на свою работу, фрёкен Снорк вдруг поняла, что на сковородке было записано то же самое. Только в «домиках» на сковородке не было чисел.

Но теперь-то она числа в домики вставила легко:

$$\textcircled{6} \cdot (\square + \triangle) = \textcircled{6} \cdot \square + \textcircled{6} \cdot \triangle$$

— В «квадратный домик» можно поселить любое число, и в «треугольный домик» — любое, и в кругляш с подрумяненным бочком, — добавила она, — любое. Например, в кругляш — любое число оладий, а в квадрат и треугольник — любое число едоков. Только надо следить за тем, чтобы слева и справа от знака равенства в одинаковых «домиках» жили одинаковые числа.

Муми-тролль с одобрением посмотрел на подружку и с большим чувством сказал, что всё высказанное ею грандиозно, но смысл сковородной записи, наверное, не только в оладьях.

— Припоминаю, что в моём сне было ещё что-то — сказала Муми-мама и с помощью хвоста Сниффа сделала ещё одну запись на сковородке:

$$\left(\textcircled{5} \text{ сотен} + \square \text{ десятка} + \triangle \text{ единицы} \right) \cdot \textcircled{7}$$

— Смотрите, — прошептала фрёкен Снорк, — в этой строчке есть один «домик» появился, кругленький! И оладышек с подрумяненным бочком укатился направо.

— Сколько слагаемых в скобках — это, в сущности, неважно, — оторвался от своих философских размышлений Ондатр, — переместить множитель направо от скобки позволяют переместительный закон.

— Вот и вышло, что смысл записей на сковородке в том, как умножается многозначное число на однозначное, — заявил очень довольный Муми-тролль.

На минуту стало тихо.

$$\begin{array}{r} 524 \\ \times 7 \\ \hline 28 \\ + 140 \\ \hline 3500 \\ \hline 3668 \end{array}$$

Глава 13. Распределительный закон умножения

А потом Муми-мама попросила сосчитать, сколько получится, если умножить 524 на 7.

$$524 \cdot 7 = (5 \text{ сот.} + 2 \text{ дес.} + 4 \text{ ед.}) \cdot 7 = 5 \text{ сот.} \cdot 7 + 2 \text{ дес.} \cdot 7 + 4 \text{ ед.} \cdot 7 = \\ = 35 \text{ сот.} + 14 \text{ дес.} + 28 \text{ ед.} = 3500 + 140 + 28 = 3668.$$

$$\begin{array}{r} \text{тыс.} \\ \times \text{сот.} \\ \hline \text{дес.} \\ \hline 5 & 2 & 4 \\ \times & & 7 \\ \hline 2 & 8 \\ + & 1 & 4 \\ \hline 3 & 5 \\ \hline 3 & 6 & 6 & 8 \end{array}$$

Умножение в строчку проделал Муми-тролль, он же умножил числа в столбик.

— Число из разряда единиц умножилось на 7;

число из разряда десятков умножилось на 7;

число из разряда сотен умножилось на 7.

— Так вот семёрка и распределилась! — сказала фрё肯 Снорк. И, выполнив умножение в таблице разрядов, подвела итог:

Натуральные числа умножают поразрядно.

Более короткий вариант записи предложил Снусмумрик.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
	$\times 5$	2	4 7
3	6	(1) 6	(2) 8

— Что это у тебя за числа в кружочках? — спросил Снорк.

— Это то, что надо передать из одного разряда в другой, из младшего разряда в старший.

— Ну уж их записывать необязательно, — заявил Снорк, — их можно в уме держать.

Тут Ондатр попросил слова:

— Рад признать, что, занявшись поисками закономерностей в таблице умножения чисел от 0 до 9, вы, как исследователи, подошли к разгадке Муми-мамина сна. И это весьма приятно.

Умножение многозначного числа на однозначное вам удалось свести к умножению однозначных чисел (моя таблица умножения оказалась, естественно, очень полезной). И смогли вы это сделать благодаря тому, что использовали

Распределительный закон умножения относительно сложения:

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$

Глава 13. Распределительный закон умножения

Думаю, — продолжил Ондатр, — будет уместно, если, так сказать, виновница появления в нашей жизни распределительного закона, прочитает нам его вслух, у неё это всегда получается отменно.

Произведение суммы двух чисел на некоторое число равно сумме произведений каждого из слагаемых на это число.

Муми-мама прочитала закон с признательностью и, взглянув на Муми-тролля, добавила:

Чтобы найти произведение суммы двух чисел на некоторое число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить.

И тут повеселевшая Муми-мама воскликнула:

— Я вспомнила, откуда взялось число 524. Пять марок двадцать четыре пенни! Ровно столько стоит один вышитый платочек. Сколько платочков мы дарили соседям в прошлый праздник?

— Семь.

— Ну вот! Значит, общая стоимость покупки и определялась как произведение $5,24 \cdot 7$ (марки).

— Мамочка, — сказал Муми-тролль, — мы ведь только что подсчитали стоимость твоей покупки: умножили число 524 на 7 и получили 3668. Только чего?

— Чего-чего, — проворчал Снорк. — Конечно, пенни:

$$524 \text{ пенни} \cdot 7 = 3668 \text{ пенни.}$$

— А в марках это будет, — быстро подсчитал Муми-тролль, — 36 марок и 68 пенни. Мама, в счёте было записано 36,68?

— Не помню, — ответила мама, замешивая тесто, — сосчитайте сами.

— А как? Это ещё надо выяснить.

— Как угодно, голубчики, — сказала Муми-мама. — Собственно говоря, почему бы вам не найти сумму семи слагаемых, каждое из которых 5,24?

— А ведь верно, — обрадовался Снорк, — давайте будем делать, как делали, когда умножали натуральное число на однозначное натуральное число. Давай, Муми-тролль, складывай...

Глава 13. Распределительный закон умножения

Муми-тролль, попыхтев, получил вот что:

Снусмумрик решил, что умножить можно и так:

$$\begin{array}{r}
 \times 5,2\,4 \\
 \quad 7 \\
 \hline
 0,2\,8 \\
 + 1,4 \\
 \hline
 3\,5 \\
 \hline
 3\,6,6\,8
 \end{array}
 \quad \text{или коротко} \quad
 \begin{array}{r}
 \times 5,2\,4 \\
 \quad 7 \\
 \hline
 3\,6,6\,8
 \end{array}$$

Его результат совпал с результатом Муми-тролля.

— Это и так ясно, — произнёс Снорк, — пять марок двадцать четыре пенни — это приблизительно пять марок, так что за семь платочеков заплатили приблизительно 35 марок. Да и вообще, можно было сразу записать предыдущее произведение 3668 и поставить запятую в нужном месте, ведь в записи чисел 524 и 5,24 одни и те же цифры:

$$\begin{array}{r}
 \times 5\,2\,4 \\
 \quad 7 \\
 \hline
 3\,6\,6\,8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \times 5,2\,4 \\
 \quad 7 \\
 \hline
 3\,6,6\,8
 \end{array}$$

— Браво Муми-маме! — провозгласил Ондатр. — Задачи, с которыми она встречается в своей жизни, привели нас к умножению десятичной дроби на однозначное натуральное число.

В это время страницы Книги запелестели, и часть из них заполнилась новыми сведениями.

— Дети, марш купаться! — скомандовал Муми-папа. — Книгу можете взять с собой. Тут для вас появилось задание.

Глава 13. Распределительный закон умножения

На золотистом песке пляжа было очень удобно записывать вычисления, и все желающие принялись за задания из Книги.

1. Удостоверьтесь, что $259 \cdot 6 = 1554$.
2. Найдите устно: $25,9 + 25,9 + 25,9 + 25,9 + 25,9 + 25,9$;
 $25,9 \cdot 6$; $2,59 \cdot 6$; $0,259 \cdot 6$; $0,0259 \cdot 6$; $0,00259 \cdot 6$.
3. Секрет своей работы шепните Алго, он большой ценитель таких вещей.

(Ответы к заданию найдёшь в конце этой главы.)

Алго выслушал все секреты, подумал и предложил правило.

Чтобы умножить десятичную дробь на однозначное натуральное число, нужно:

- найти произведение данных чисел, не обращая внимание на запятую;
 - сосчитать в десятичной дроби количество цифр после запятой;
 - отсчитать в полученном произведении справа налево столько же цифр и поставить запятую.
-

При этом:

- если количество цифр в записи произведения совпало с количеством цифр после запятой в записи десятичной дроби, то слева ставим запятую и пишем в целой части нуль;
 - если же в записи произведения будет меньше цифр, чем после запятой в записи десятичной дроби, то слева к произведению дописываем столько нулей, сколько не хватило цифр, ставим запятую и пишем в целой части нуль.
- С нулями не понял! — заявил Снифф.
— А ты вертись побольше, — заметил Снорк.
— Предположим, умножаем:

$$0,0005 \cdot 3 = ? \quad 5 \cdot 3 = 15.$$

В произведении получили всего две цифры, а надо отделить четыре цифры. Где их взять?

Алго невозмутимо ответил:

— Прочти и выполни алгоритм.

Глава 13. Распределительный закон умножения

Снифф начал читать и выполнять каждый шаг на своём примере.

- $5 \cdot 3 = 15$.
- В дроби после запятой четыре цифры.
- Дописываю слева в произведении два нуля, получается 0015.
- Ставлю запятую, пишу нуль в целой части. Получается 0,0015. Все.

— О-хо-хонюшки, не было бы беды с этими нулями, — сказала тоже выбравшаяся на пляж Муми-мама. — Дети маленькие, могут спутать, сколько нулей нужно написать, а от этого можно и умереть.

— Как это? — испугалась фрёкен Снорк.

— Мне ли этого не знать! Когда Муми-тролль был совсем малышом, ему полагалось 0,0005 грамма одного полезного лекарства в микстуре. Врач назначил тройную порцию этого лекарства, то есть 0,0015 грамма, а аптекарь влил в микстуру 0,015 граммов лекарства. И микстура превратилась в опасный яд.

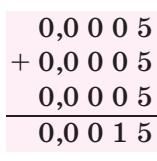
Наступила тревожная пауза.

— Хорошо, что Муми-тролль разбил ту бутылку, — добавила Муми-мама.

— Вот жуть, — сказал Снифф.

— То-то и оно, — покивал головой Хемуль. — Учиться надо.

— Надо ещё раз проверить результат, — заволновалась фрёкен. — 5 десятитысячных умножаем на 3, получается 15 десятитысячных, а не 15 тысячных: $0,0005 \cdot 3 = 0,0015$.

 Сниффа настолько проняла история с лекарством, что он проверил результат сложением и потребовал упражнений для предотвращения несчастных случаев. Книга не заставила себя долго ждать и выдала новую порцию примеров:

$$1) 1,5 \cdot 2; \quad 2) 7,53 \cdot 5; \quad 3) 0,006 \cdot 3; \quad 4) 7,825 \cdot 4.$$

Ответы в Книге были такие:

$$1) 3; \quad 2) 37,65; \quad 3) 0,018; \quad 4) 31,3.$$

(*Ну, что скажешь, читатель? У тебя такие же ответы?*
А вот Снифф заявил, что последний пример решён неправильно,

Глава 13. Распределительный закон умножения

так как после запятой вместо трёх цифр всего одна! Резонно. Что ж, в Книге ошибки? Проверим:

$$\begin{array}{r} 7,8\ 2\ 5 \\ \times \quad 4 \\ \hline 3\ 1,3\ 0\ 0 = 31,3. \end{array}$$

Видишь? Все верно! Снифф придирился зря.)

— Так-то оно так, — думал тем временем Снусмумрик, — но задачу $5,24 \cdot 3,7$ я всё ещё решить не могу...

Самое важное в этой главе

Чтобы найти произведение суммы двух чисел на некоторое число, можно умножить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить.

Умножение на однозначное число выполняется поразрядно.

Ответы к заданиям со с. 105

155,4; 15,54; 1,554; 0,1554; 0,01554.

ГЛАВА 14

УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА 10, 100, 1000 И ТАК ДАЛЕЕ

Раздумья Снусмумрика прервал Хемуль:

— Ну, что вы теперь будете делать?

— Не знаю, — лениво ответил Снорк, — искупаться ещё раз, что ли?

— Нетушки! Вы будете выполнять моё задание!

И он заявил:

— Придумайте для начала по 13 различных чисел и умножьте их на все однозначные числа. На нуль можете не умножать: всё равно ничего, кроме того же нуля, не получится, а он у меня в коллекции уже есть.

— Вот уж не думал, что ты способен на такие фигли-мигли! — возмутился Снорк. — Это будет ведь $13 \cdot 9 = 117$ примеров.

— Вот именно! Это будет 117 новых экземпляров на моём поясе! — ликовал Хемуль.

— А давайте, пусть Шляпа нам поможет, — нашла выход Фрёкен Снорк.

Все общество вернулось в Муми-дом и уселось вокруг Шляпы. Фрёкен Снорк сказала:

— Наденем на Шляпу ленточку с любым однозначным числом, например, с пятёркой.

(Фрёкен Снорк очень любила это число, да и ты, наверное, тоже неравнодушен к нему, читатель.)

— Шляпа нам выдаст произведения после того, как мы брошим в неё 13 различных чисел. Ну, Муми-тролль, начинай, — сказала фрёкен.

Муми-тролль придумал число 21, бросил его в Шляпу, и... из Шляпы выскоцил кружок.

— Это что ещё такое? — возмутился Снорк, бросил в Шляпу своё число 32 и получил другой кружочек.

Так повторилось 13 раз. Какое бы число (138, 149, 17 и так далее) ни бросали в Шляпу, в итоге получали

либо ..5

либо ..0

Глава 14. Умножение на 10, 100, 1000

Это было нечто совершенно удивительное! Муми-тролль считал, что нужно позвать Муми-маму.

— Мне кажется, золотки мои, дело тут в таблице умножения, — сказала Муми-мама.

Открыли таблицу умножения, всмотрелись в столбик умножения на 5.

И Муми-тролль сообразил: «Шляпа выдаёт лишь последнюю цифру произведения любого числа на 5».

— Это произведение обязательно оканчивается нулём или пятеркой, — захлопала в ладоши фрёкен Снорк. — Бросай хоть 13 чисел, хоть 113 — будет то же самое.

— Ну просто сплошное волшебство, — запищали Тофсла с Вифслой. — Не может ли Шляпа выдать нам по конфетсле?

— Слушай, Хемуль, неужели ты всё ещё хочешь нас заставить решать 117 примеров? — спросил Снифф.

— Даже Шляпа от этой затеи отказалась, — добавил свой аргумент Снорк. — Лучше не гонять числа, а поискать ещё что-нибудь интересное, вроде этого приключения с пятёркой.

(Последуй этому предложению, читатель. Подумай, например, о том, что за кружки выскочили бы из Шляпы, если бы на неё повязали ленточку с четвёркой, с шестёркой, восьмёркой, семёркой?)

Хемуль, поколебавшись, снял своё требование. И тут обнаружилось, что Снусмумрик очень сильно задумался.

— Тихо-тихо, не мешайте ему, сейчас он придумает что-нибудь стоящее, я знаю, — заволновался Муми-тролль и зацепил лапой вазу с цветами. Ваза с грохотом разбилась.

Снусмумрик очнулся, с минуту, ничего не понимая, смотрел на осколки, а потом рассказал, что ему придумалось умножение натурального числа на 10, 100, 1000,

$$\begin{aligned} \boxed{53} \cdot 10 &= 53\boxed{0} \\ \boxed{53} \cdot 100 &= 53\boxed{00} \\ \boxed{53} \cdot 1000 &= 53\boxed{000} \end{aligned}$$



Глава 14. Умножение на 10, 100, 1000

— Умножать на десять очень просто! Хоть какое число! Возьми это «хоть какое число» и припиши справа нуль, — заключил Снусмумрик свой рассказ.

— О, мой юный друг, не торопись с заключением! — сказал возвратившийся с прогулки Ондатр. — Но кое в чём ты прав!

Чтобы умножить натуральное число на 10 (100; 1000;...) можно приписать к его записи справа 1 нуль (2 нуля, 3 нуля,...).

Муми-тролль заявил:

— Я, конечно, верю, что это правда, но всё равно хочется разобраться самому. Попробуем:

$$53 \cdot 10 = (50 + 3) \cdot 10,$$

$$\begin{aligned} 53 \cdot 10 &= (5 \text{ десятков} + 3 \text{ единицы}) \cdot 10 = 50 \text{ десятков} + 30 \text{ единиц} = \\ &= 5 \text{ сотен} + 3 \text{ десятка} = 530. \end{aligned}$$

— А как тебе нравится моя таблица? — спросила фрёкен Снорк и показала рисунок.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые	· 10
		5	3				
	5	3	0				

— Смотри, как хорошо видно, что при умножении на 10 каждая цифра числа переходит в левый соседний разряд.

— Вот теперь я точно верю! — сказал Муми-тролль.

— А зачем в таблице графа «тысячи»? — спросил Снорк.

— Пригодится! — уверенно ответил Снифф. — Накоплю кучу денег — тысячи марок — и буду считать, сколько в них пенни. Вот, например:

$$\begin{array}{r} 7034 \\ \times 100 \\ \hline 703400 \end{array}$$

— Числа какие огромные! Для чего надо знать, сколько пенни в такой куче марок? — спросила фрёкен Снорк.

— Как для чего! — захлебнулся от негодования Хемуль.

Глава 14. Умножение на 10, 100, 1000

— Не только для коллекции, — сказал Ондатр, — могу вас уверить, в жизни часто приходится оперировать большими числами.

— Сестричка! А зачем ты написала в таблице «десятие», «сотые», а? — спросил Снорк.

— Ой, не знаю, — смутилась фрёken, — низачем, наверное.

— Пора бы уж привыкнуть, что в жизни Муми-дома «низачем» не бывает, — назидательно произнёс Ондатр. — Очень даже «зачем» — нам предстоит решить задачу про сыр:

«Одна головка сыра весит 0,53 кг, или 530 г. В таблице записан вес одной, десяти, ста и тысячи головок такого сыра в граммах и килограммах. Пользуясь таблицей, составьте правило умножения десятичной дроби на 10, 100, 1000».

Масса сыра	Количество головок			
	1	10	100	1000
в граммах	530	5300	53 000	530 000
в килограммах	0,530 = = 0,53	5,300 = = 5,3	53,000 = = 53	530,000 = = 530

Десятичные дроби Снусмумрик углядел в четвёртой строке и сразу насторожился:

— Результат умножения дроби 0,530 на 10 стоит на пересечении четвёртой строки и третьего столбца. Выпишем из таблицы: $0,530 \cdot 10 = 5,300 = 5,3$.

Точно так же $0,530 \cdot 100 = 53$; $0,530 \cdot 1000 = 530,000 = 530$.

Но я взял всё это из таблицы. А откуда всё это взялось в таблице?

Снусмумрик уставился на вторую строку таблицы:

— Здесь масса сыра в граммах, вычислить её — очень просто! Граммы мы умеем переводить в килограммы, то есть третья строка правильно записана. Интересно, можно было бы третью строку таблицы получить без второй? То есть как можно найти произведения $0,53 \cdot 10$ и $0,53 \cdot 100$?

Попробуем число 0,53 умножить на десять. Дело новое. Чтобы не ошибиться, пойдём привычным путём — разберёмся с каждым разрядом по отдельности:

$$0,53 \cdot 10 = (0,5 + 0,03) \cdot 10;$$

$$(5 \text{ десятых} + 3 \text{ сотых}) \cdot 10 = 50 \text{ десятых} + 30 \text{ сотых} = \\ = 5 \text{ целых} + 3 \text{ десятых} = 5,3; \quad 0,53 \cdot 10 = 5,3.$$

Глава 14. Умножение на 10, 100, 1000

Тысячи	Сотни	Десят-ки	Еди-ницы	,	Деся-тье	Сотые	Тысяч-ные	· 10
			0	,	5	3		
			5	,	3			

— Получилось, что запятая при умножении на десять переместилась на один знак вправо, то есть $0,53 \cdot 10 = 05,3 = 5,3$, — сказал Муми-тролль.

— Тогда, я думаю, если умножаешь на сто, то запятая перемещается вправо на два знака, если на тысячу — на три знака. И так далее, — подхватила его мысль фрёкен Снорк. А Снорк записал: $0,53 \cdot 100 = ?$

И вдруг запятая перескочила на место после пятёрки, потом на место после тройки, померцала там чуть-чуть и вообще исчезла:

$$0,53 \cdot 100 = 0,53 = 53.$$

— Ничего себе, — сказал поражённый Снорк, — запятая испарилась.

— Интересно, а что будет, если умножать на тысячу? — спросил не менее Снорка поражённый Муми-тролль.

Фрёкен Снорк немного пришла в себя и записала:

$$0,53 \cdot 1000 = 0,53 = ?$$

Одной цифры не хватает. Что делать?

— Смотри в таблицу о сыре! — продекламировал Ондатр. — Из неё видно, что недостающая цифра — это нуль:

$$0,53 \cdot 1000 = 530.$$

$$0,53 \cdot 1\,000\,000 = 0,530\,000 \cdot 1\,000\,000 = 530\,000.$$

Значит, вместо недостающей цифры ты можешь смело приписать нуль.

— Понятно, — сказал Муми-тролль.

— Да, — согласился Снорк. — $0,53 \cdot 1\,000\,000 = 530\,000$. Но хорошо бы это сказать словами. Попрошу это сделать подругу Муми-тролля и, между прочим, мою сестру.

Фрёкен порозовела и, показав язык братцу, произнесла:

Глава 14. Умножение на 10, 100, 1000

— Всякому должно быть ясно:

Чтобы умножить десятичную дробь на 10; 100; 1000; ..., нужно в записи этой дроби перенести запятую соответственно на одну, две, три, ... цифры вправо.

При этом:

- если количество цифр в дробной части равно количеству нулей в множителе, то запятая просто отбрасывается;
- если количество цифр в дробной части меньше, чем количество нулей в множителе, то запятая отбрасывается, а вместо недостающих знаков справа приписываются нули.

— Натуральные числа по этим правилам умножать можно? — спросил Снорк.

— Можно, — кивнул Алго. — ...Нужно лишь присмотреться, и в натуральном числе увидишь десятичную дробь. Последнее правило годится и для натуральных чисел, и для десятичных дробей.

Тут за дело взялся Муми-тролль:

$$53 \cdot 10 = 53,0 \cdot 10 = 530; \quad 53,00 \cdot 100 = 5300.$$

— Правило снова сработало! — заявил он.

Снусмумрик заглянул в Книгу, там уже красовалась запись:

1,84 ·	<input type="text"/>	= 18,4;	<input type="text"/>	· 10 = 1,84;
1,84 ·	<input type="text"/>	= 184;	<input type="text"/>	· 100 = 18,4;
1,84 ·	<input type="text"/>	= 1840;	<input type="text"/>	· 1000 = 18,4;
1,84 ·	<input type="text"/>	= 184 000;	<input type="text"/>	· 100 000 = 184.

— Заполним пустые места! — предложила фрёкен Снорк.

— Листок с ответами к этой задаче кладу в Книгу, — мило-стиво обронил Ондатр.

*(Не подкачай, читатель, выполни и ты это задание.
Ответы найдёшь в конце этой главы.)*

Пока все рассуждали, Хемууль, знай себе, вязал новые узелки на своём поясе. Умножив 0,53 на 10, он получил 5,3; 0,53

Глава 14. Умножение на 10, 100, 1000

на 100 — 53. А при выполнении задачи $0,53 \cdot 1000$ ему приспичило чихнуть, и он забыл, что получилось. Помнил только, что нужно сдвинуть запятую. Он и сдвинул её, но ... влево. Получилось число 0,00053. Завязав узелок с этим числом, Хемуль сообразил, что число у него не увеличилось, а уменьшилось. Это ни в какие ворота не лезло! Хемуль растерялся. И напрасно! Его ошибка кое-что значила.

При переносе запятой влево число уменьшится! Сдвинул (переместил) запятую влево на один знак — уменьшил число в 10 раз. На два знака — уменьшил число в 100 раз. На три — в 1000 раз...

(Ошибка Хемуля нам ещё очень пригодится!)

Самое важное в этой главе

Умножать на числа 10, 100, 1000 особенно просто. При переносе запятой вправо число увеличивается, а влево — уменьшается.

Ответы Ондатра

$$1,84 \cdot 10 = 18,4;$$

$$0,84 \cdot 10 = 8,4;$$

$$1,84 \cdot 100 = 184;$$

$$0,184 \cdot 100 = 18,4;$$

$$1,84 \cdot 1000 = 1840;$$

$$0,0184 \cdot 1000 = 18,4;$$

$$1,84 \cdot 100\,000 = 184\,000;$$

$$0,00184 \cdot 100\,000 = 184.$$

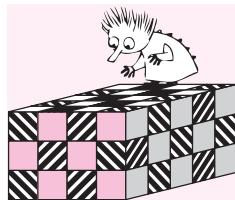
ГЛАВА 15

УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА КРУГЛОЕ ЧИСЛО

Тем временем Тофсла с Вифслой с наследствием занялись постройками из кубиков.

Построили они свои домики по-разному, но неожиданно выяснилось, что на каждый ушло одинаковое число кубиков — 60. Значит,

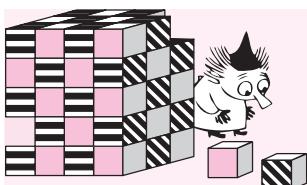
$$(5 \cdot 4) \cdot 3 = 5 \cdot (4 \cdot 3).$$



А в Книге возникла запись:

Сочетательный закон умножения:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$



— Это похоже на сочетательный закон для сложения

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Только вместо знака «+» стоит знак умножения, — сказал Муми-тролль. — Мы так увлеклись умножением, что везде его находим.

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего множителей.

— Выходит, что можно сначала найти произведение $5 \cdot 4$, а потом результат умножить на 3, а можно 5 умножить на произведение $4 \cdot 3$.

— Да, друг мой, — обронил Ондатр, — ты можешь с помощью скобок сочетать любую из этих пар по своему выбору. — Сочетательный закон умножения разрешает это сделать.

— Но, делая выбор пары для сочетания, думай, будет ли тебе это полезным, — добавил Муми-папа.

— Это вы про что? — осведомился Снорк.

Глава 15. Умножение на круглое число

$$\begin{array}{r} \times 325 \\ \quad 8 \\ \hline 3000 \end{array}$$

— Про то, что найти значение произведения $3 \cdot 125 \cdot 8$ можно так: $3 \cdot 125 \cdot 8 = (3 \cdot 125) \cdot 8 = 375 \cdot 8 = 3000$. — заметил Муми-папа. — Но если помнить, что $125 \cdot 8 = 1000$, то выгодней другой порядок умножения:

$$3 \cdot 125 \cdot 8 = 3 \cdot (125 \cdot 8) = 3 \cdot 1000 = 3000.$$

— Наверное, и для десятичных дробей можно пользоваться таким правилом? — спросил Муми-тролль.

— Да, — кивнул головой Ондатр, — закон справедлив, больше того — полезен и для умножения десятичных дробей. Попробуйте найти произведение $3 \cdot 1,25 \cdot 8$ и убедитесь сами!

Муми-тролль и Снорк попробовали, и получилось у них, по словам фрё肯 Снорк, очень славно:

$$3 \cdot 1,25 \cdot 8 = 3 \cdot (1,25 \cdot 8) = 3 \cdot 10 = 30.$$

Ондатр сказал, что эти слова фрё肯 Снорк несколько неуместны, когда речь идёт о серьёзной работе. Но, тем не менее, предложил желающим так же «славно» поступить при вычислении $125 \cdot 16$. И тут Снусмумрика осенило:

$$125 \cdot 16 = 125 \cdot (8 \cdot 2) = (125 \cdot 8) \cdot 2 = 1000 \cdot 2 = 2000.$$

Тут, казалось бы, совсем невпопад, придумал новое задание Муми-папа.

— Любопытно, а как вы справитесь с такими вычислениями? — сказал он, —

$$\begin{array}{ll} 524 \cdot 30; & 5,24 \cdot 30; \\ 524 \cdot 300; & 5,24 \cdot 300; \\ 524 \cdot 3000; & 5,24 \cdot 3000. \end{array}$$

(*Ты заметил, читатель, что Муми-папа дал задание с **круглыми числами** 30, 300 и так далее? Так называются числа, у которых все цифры, кроме цифры старшего разряда, нули.*)

Все разобрали по примеру и уткнулись в свои листочки.

Тофсле с Вифслой тоже достался листочек, и они справились! Правда, им немножечко, ну, совсем немножечко помогли фрё肯

Глава 15. Умножение на круглое число

Снорк, Муми-тролль, Снусмумрик и другие. Но пищали и охали Тофсла с Вифслой вполне самостоятельно. Вот их работа:

$$524 \cdot 30 = 524 \cdot (3 \cdot 10) = (524 \cdot 3) \cdot 10 = 1572 \cdot 10 = 15\,720;$$
$$\begin{array}{r} 524 \\ \times 30 \\ \hline 15720 \end{array}$$

Снорк со своим заданием справился сам, причём не пищал и не охнул ни разочка, только пыхтел:

$$5,24 \cdot 300 = 5,24 \cdot 3 \cdot 100 = (5,24 \cdot 3) \cdot 100 = 15,72 \cdot 100 = 1572.$$
$$\begin{array}{r} 5,24 \\ \times 300 \\ \hline 1572,00 \end{array}$$

Ондатр ознакомился с выполненными заданиями, с одобрением посмотрел на Муми-папу и пожал ему лапу.

— Я удовлетворён! Только что произошла встреча с умножением на круглое число и натурального числа, и десятичной дроби.

После этого Алго моментально предложил всем собравшимся составить правило.

— Никаких проблем! Умножь и припиши нули, — выпалил Снорк.

Алго от такой формулировки отказался, но это только взбодрило присутствующих. Они уселись в кружок, посовещались и составили такой алгоритм:

Чтобы умножить натуральное число на круглое число нужно:

- *умножить это натуральное число на однозначное число, которое стоит в старшем разряде круглого числа;*
 - *приписать к произведению справа столько нулей, сколько их стоит в круглом числе.*
-

В это время Тофсла с Вифслой, не проявившие большого интереса к правилам, опять занялись домиками из кубиков. Тофсла сделал свой домик в два раза выше.

И оказалось, что на новый домик требуется в два раза больше кубиков, чем на старый:

$$5 \cdot 4 \cdot (3 \cdot 2) = (5 \cdot 4 \cdot 3) \cdot 2 = 60 \cdot 2 = 120.$$

Глава 15. Умножение на круглое число

Снусмумрик посмотрел ещё раз на запись

$$524 \cdot (3 \cdot 10) = (524 \cdot 3) \cdot 10 = 1572 \cdot 10$$

и отметил, что

$$524 \cdot (3 \cdot 2) = (524 \cdot 3) \cdot 2 = 1572 \cdot 2;$$

$$524 \cdot (3 \cdot 3) = (524 \cdot 3) \cdot 3 = 1572 \cdot 3;$$

$$524 \cdot (3 \cdot 4) = (524 \cdot 3) \cdot 4 = 1572 \cdot 4.$$

— Это значит, что умножение имеет такое свойство:

Если один из множителей увеличить в несколько раз, то произведение увеличится во столько же раз.

— Интересно, — подумал Снусмумрик, — а что будет, если в произведении множитель не увеличить, а уменьшить в несколько раз?

Тофсла с Вифслой тем временем осмотрели постройку и стали мечтать о домике, у которого и в длину, и в ширину кубиков тоже станет в два раза больше.

Снорк сказал, что он запросто может построить такой домик. И даже домик, у которого высота будет в 10 раз больше, чем у первого домика Тофслы. А длина и ширина, ну, хотя бы в три раза больше, потому что он боится, что на более мощное сооружение у Тофслы с Вифслой кубиков не хватит.

(Сосчитай, читатель, во сколько раз больше кубиков потребуется на дом Снорка, чем на первый домик Тофслы, и сообрази, что будет с произведением, если в нём увеличить каждый множитель в несколько раз.)

Самое важное в этой главе

Чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего множителей.

ГЛАВА 16

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЗНАЧНОГО НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА МНОГОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

— Мы наткнулись на числа, которые умножать не умеем, — признал Снусмумрик, вспомнив свой пример $5,24 \cdot 3,7$, — но кое-что про умножение мы знаем.

— Ещё бы! — заявил Снорк. — Мы уже умеем умножать разные числа. Пятьсот двадцать четыре на семь, например.

— И ещё пятьсот двадцать четыре на тридцать, — добавил Муми-тролль, — и пять целых двадцать четыре сотых на ...

— Надо, наконец, — потребовал Снорк, — научиться умножать пятьсот двадцать четыре на тридцать семь! А с запятой потом разберёмся.

— Попробуем умножить пятьсот двадцать четыре на тридцать семь, — начал Снусмумрик, —

$$524 \cdot 37 = 524 \cdot (30 + 7) = 524 \cdot 30 + 524 \cdot 7.$$

— Не хочешь ли ты записать своё умножение в столбик? — спросила Муми-мама, украшавшая восхитительный торт. — Ты можешь это сделать кремом — места, по-моему, хватит. Всякие кремовые розочки мне, признаюсь, уже поднадоели.

Снусмумрик, высунув язык, соорудил на торте столбики из крема:

$$\begin{array}{r} & \begin{array}{c} 5 & 2 & 4 \\ \times & 3 & 7 \\ \hline 3 & 6 & 6 & 8 \end{array} & \begin{array}{c} 5 & 2 & 4 \\ \times & 7 \\ \hline 3 & 6 & 6 & 8 \end{array} \\ \begin{array}{r} 5 & 2 & 4 \\ \times & 3 & 0 \\ \hline 1 & 5 & 7 & 2 & 0 \end{array} & + & \begin{array}{r} 1 & 5 & 7 & 2 & 0 \\ \hline 1 & 9 & 3 & 8 & 8 \end{array} \end{array}$$

Торт у Муми-мамы был такой огромный, что столбики на нём превосходно уместились. Проблема была только в том, чтобы уследить за Сниффом. Но это не удалось — Снифф слизнул часть крема, а вместе с ним и нуль в среднем столбике в неполном произведении.

— Что ты делаешь! — вскипел Муми-тролль.

— Не ругай его, сынок, — сказала Муми-мама, убирая остатки нуля кулинарной лопаткой, — мне кажется, Снифф слизнул нуль довольно удачно!

Глава 16. Умножение на многозначное число

Умножение чисел $524 \cdot 37$ проделали в таблице разрядов. И Сниффа, конечно, простили.

Десятки тысяч	Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы
		$\times 5$	2 3	4 7
	3	6	6	8
+ 1	5	7	2	
1	9	3	8	8

— Как во времена моей юности, — заметил Муми-папа.

— Ты имеешь в виду кремовый торт?

— И его тоже. Но вообще-то я вспомнил о том, как мы складывали числа поразрядно. А недавно и вы выяснили, что и умножают натуральные числа тоже поразрядно.

— И правда, — сказал Муми-тролль, — сначала умножаем число 524 на 7 (число в разряде единиц), записывая цифры произведения справа налево, начиная с разряда единиц, затем умножаем 524 на 3 (число, записанное в разряде десятков), записывая цифры произведения справа налево, начиная с разряда десятков. Полученные произведения складываем.

— Хорошо, что ты проговорил это словами, — сказал Муми-папа, — мне это помогало при умножении. Наверняка и вам поможет.

Муми-троллю захотелось умножить 524 на 307 поразрядно. Вот два его столбика:

$\begin{array}{r} \times 524 \\ \times 307 \\ \hline 3668 \end{array}$	\times	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 33.33%;">сот.</td> <td style="width: 33.33%;">дес.</td> <td style="width: 33.33%;">ед.</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">5</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">4</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">7</td> </tr> </table>	сот.	дес.	ед.	5	2	4	3	0	7
сот.	дес.	ед.									
5	2	4									
3	0	7									
$+ 0000$	$+ 3$	$6 \quad 6 \quad 8$									
1572	157	2									
$\hline 160868$	$\hline 160$	$8 \quad 6 \quad 8$									

— Какой столбик тебе больше нравится? — спросил Муми-тролль свою подружку фрёкен Снорк.

— Мне — первый. В нём единицы, десятки, сотни умножаются по очереди. Все равно, что по ступенькам прыгаешь, с одной на другую, — шепнула фрёкен Снорк, — если так умножать, то ошибку не сделаешь.

Глава 16. Умножение на многозначное число

— А я за второй столбик. Потому что зачем лишнюю писанину разводить? — вмешался её брат. — Строчку из нулей можно не записывать. Сразу после умножения на 7 единиц можно заняться умножением на 3 сотни. Только в разрядной таблице результат надо писать, начиная с места сотен.

Маленькая фрёкен Снорк надулась и сказала что-то о любителях скакать через ступеньки и возможности набить при этом шишку.

Но скора не разгорелась, так как всем было понятно, что и брат, и сестра по-своему правы. Каждый может выбрать себе тот столбик, который ему больше понравился. А как писать короче всего, сообразил Снусмумрик.

На всякий случай каждый придумал себе задание, чтобы ещё раз всё как следует проверить:

$$23 \cdot 12; \quad 423 \cdot 507; \quad 73 \cdot 1286; \quad 423 \cdot 1020; \quad 1020 \cdot 200\,007.$$

(Выполните, пожалуйста, это задание и ты, читатель. И сверь свои ответы с этими: 276; 214\,461; 93\,878; 431\,460, 20\,407\,140.)

Вся история с умножением многозначного числа на многозначное закончилась чаём, который налила всем Муми-мама. Торт съели до крошки. После этого, вдохновлённый воспоминанием о кремовых столбиках, Ондатр предложил разобраться с умножением десятичной дроби на многозначное натуральное число. Для этого он придумал задание.

Заполните пропуски:

$$5,24 \cdot 37 = (5 \text{ единиц} + 2 \text{ десятых} + 4 \text{ сотых}) \cdot \dots = \dots = 193,88;$$

$$\begin{array}{r} \times \\ 5,24 \\ \times \\ 37 \\ \hline ***8 \end{array}$$

Продолжите правило:

Чтобы умножить десятичную дробь на многозначное число, нужно:

- найти произведение данных чисел, не обращая внимания на запятую;
-

Самое важное в этой главе

Многозначные числа и десятичные дроби удобнее всего умножать на столбик.

$$\begin{array}{r} 524 \\ \times 307 \\ \hline 3668 \\ + 1572 \\ \hline 160868 \end{array}$$

ГЛАВА 17

УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Ближе к вечеру Снусмумрик уселся у подножия одинокой горы, высившейся почти в самом центре Муми-долины. Уселся, чтобы как следует подумать о ещё не решённой задаче: $5,24 \cdot 3,7 = ?$

Муми-тролль, Снорк и остальные устроились неподалёку.

— Мне кажется, что решить эту задачу, — всё равно, что забраться на высоченный пик этой горы.

— Нет проблем, — заявил Снорк, — завтра с утра и заберёмся.

Снусмумрик с сомнением оглядел крутой склон и заметил рядом с пиком маленькую удобную площадку, с которой добраться до вершины горы было, действительно, совсем не сложно.

— Решено, — продолжал Снорк, — завтра штурмуем площадку возле пика, завтракаем на ней, а потом — к вершине!

— Вот бы и для моей задачи придумать такую «площадку», которую можно взять мозговым штурмом, а уж с её помощью одолеть и задачу-пик, — размечтался Снусмумрик.

— Не хочется ли тебе сначала выяснить, сколько будет $0,2 \cdot 0,3$? — спросила фрёken

Снорк, вспомнив, сколько всего они узнали, обсуждая похожий пример $2 \cdot 3$.

— Вот она, задача-площадка! — обрадовался Снусмумрик.

— Решено, — штурмуем пример $0,2 \cdot 0,3$, — заорал Снорк, — начинайте! А потом берём задачу-пик — будем умножать $5,24$ на $3,7$!

— Да чего тут начинать-то, — лениво заметил Муми-тролль. — Это же очень простой пример. Умножим, не обращая внимания на запятую, 2 на 3 :

$2 \cdot 3 = 6$. Теперь поставим запятую. Две десятых умножить на три десятых будет шесть десятых. Штурм отменяется.

— Нет, тут что-то не так, — возразила фрёken Снорк, — мы уже знаем, что $0,2 \cdot 3 = 0,6$. Не может быть, чтобы $0,6$ было значением произведения $0,2 \cdot 0,3$ и значением произведения $0,2 \cdot 3$.

— Обычно девчонки говорят всякую ерунду, но на этот раз моя сестрёнка права. Всё-таки нужен мозговой штурм — это когда задачу решают все вместе, при этом каждый должен высказать всё, что ему приходит в голову по поводу задачи, — сказал Снорк.

Глава 17. Умножение десятичных дробей

— Итак, делимся на три группы. В первую входят фрёкен Снорк, Хемуль, Снифф. Вторая группа — Муми-тролль и я. И ещё Тофсла. Третья группа — Снусмумрик и Вифсла. Начали! — скомандовал Снорк.

Работа первой группы началась с полной растерянности фрёкен Снорк.

— Мы не знаем, с чего начать, — твердила она и от расстройства чертила на подвернувшейся бумаге непонятные линии, и вдруг у неё нарисовался прямоугольник.

— Ой, — сказала фрёкен Снорк, — смотрите-ка! Стороны, как по заказу, равны 0,2 дециметра и 0,3 дециметра... Ой, а ведь его площадь равна произведению $0,2 \text{ дм} \cdot 0,3 \text{ дм}$. Ты понял, Снифф?

Снифф молчал.

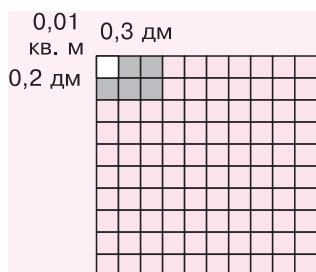
— А ты, Хемуль?

— Я понял, что пока что у нас нет числа, равного произведению $0,2 \cdot 0,3$, и мне нечем пополнить свою коллекцию.

— Найдём площадь этого прямоугольника, и задача будет решена.

— Легко сказать, — вздохнул Хемуль.

— Длина измеряется в сантиметрах, дециметрах, метрах, километрах, а площадь можно измерять при помощи квадрата со стороной 1 см, 1 дм, 1 м, 1 км, — воодушевлённо начала фрёкен Снорк, — и, по-моему, нам подойдёт дециметр. Измерим площадь при помощи квадрата со стороной 1 дм. Сначала нарисуем квадрат. Потом поместим в него прямоугольник.



— Площадь прямоугольника оказалась меньше площади квадрата со стороной 1 дм, — расстроился Хемуль, — и площадь составляет только часть 1 кв. дм.

Снифф полностью с ним согласился.

Но фрёкен Снорк, уже сообразившая, в чём дело, посоветовала им как следует разглядеть картинку и пересчитать квадратики.

И стало ясно, что площадь прямоугольника составляет всего шесть сотых квадратного дециметра.

Глава 17. Умножение десятичных дробей

— Надо же, — изумился Снифф, — умножали десятые на десятые, а получились... сотые: $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

А фрёкен Снорк аккуратно свернула свой рисунок, чтобы показать его Муми-троллю и другим.

В это же время вторая группа «штурмовиков» обсуждала, откуда мог взяться пример $0,2 \cdot 0,3$.

Без ответа на этот вопрос Тофсла не мог понять, зачем нужно вообще что-то на что-то умножать, тем более, когда рядом нет Вифслы.

(Он считал, что лучше было бы поиграть в Весёлые игры из их чемодана. Тем более, что им давно это обещали.)

— Эх, была бы с нами маленькая фрёкен, — с сожалением сказал Муми-тролль, — она бы вмиг придумала.

— И что бы, интересно, она придумала? — спросил Снорк.

— Ну, например, она придумала бы, что ей нужно по цене 0,2 марки за метр купить 0,3 метра кружев. Само собой, для этого пришлось бы сосчитать стоимость покупки, — ответил Муми-тролль, — то есть сосчитать, сколько будет $0,2 \cdot 0,3$.

— Подумаешь! Давайте и мы придумаем про кружева! — предложил Снорк. — Если Тофсла согласится.

Тофсла согласился, и вторая группа в полном составе принялась размышлять над тем, сколько марок потребуется на кружева.

— Если бы нужно было купить 3 метра, то это обошлось бы в $0,2 \cdot 3 = 0,6$ (марки).

— Столько кружев фрёкен Снорк не нужна, — резонно возразил Тофсла, — я видел её новое платье, к нему полагается совсем маленький бантик. И нечего целых 60 пенни тратить.

(Когда речь шла о конкретных практических делах, малыши Тофсла и Вифсла очень быстро соображали. Ты, наверное, это уже заметил, читатель?)

— Да, ей нужно всего 0,3 метра, — согласился Муми-тролль, — то есть в 10 раз меньше денег, чем 0,6 марки. Всего 0,06 марки.

— И получается, что на покупку ей потребуется $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$ (марки).

— Всего-тсла 6 пенни, — заключил Тофсла.

Глава 17. Умножение десятичных дробей

А в третьей группе в это же время работа шла очень-очень тихо. Снусумрик сидел на большом камне под горой и думал. Вифсла сначала поскучал, потом побегал вокруг камня, а потом пристроился сбоку и размечтался о том, что будет, когда штурм закончится, — ещё один торт или, может быть, пирог. И, может быть, устроится какая-нибудь давно обещанная весёлая игра.

Снусумрик же думал над произведением $0,2 \cdot 0,3$ так:

«Если один из множителей увеличить в 10 раз, то произведение тоже увеличится в 10 раз. Если оба множителя увеличить в десять раз, то произведение увеличится в 100 раз. А чтобы произведение не изменилось, надо...»

Снусумрик вскочил и быстро записал:

$$\begin{array}{r} 0,2 \\ \downarrow \\ \boxed{\text{Увеличить в 10 раз}} \\ 2 \end{array} \quad \cdot \quad \begin{array}{r} 0,3 \\ \downarrow \\ \boxed{\text{Увеличить в 10 раз}} \\ 3 \end{array} = \begin{array}{r} 0,06 \\ \uparrow \\ \boxed{\text{Уменьшить в 100 раз}} \\ 6 \end{array}$$

Потом ещё подумал и сделал на всякий случай такую запись:

$$\begin{array}{r} 0,02 \\ \downarrow \\ \boxed{\text{Увеличить в 100 раз}} \\ 2 \end{array} \quad \cdot \quad \begin{array}{r} 0,3 \\ \downarrow \\ \boxed{\text{Увеличить в 10 раз}} \\ 3 \end{array} = \begin{array}{r} 0,006 \\ \uparrow \\ \boxed{\text{Уменьшить в 1000 раз}} \\ 6 \end{array}$$

Тут Муми-тролль подал сигнал общего сбора (пять длинных свистков), и все сбежались к подножию горы.

Результаты работы всех трёх групп совпали: $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$.

— Ур-ра! «Задача-площадка» штурмом взята!

Общее ликовение усилила фрёкен Снорк, когда нерешительно добавила:

— А мне кажется, что место запятой можно определять и по-другому.

Я заметила, что каждый множитель в левой части равенства $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$ имеет после запятой по одному знаку, то

Глава 17. Умножение десятичных дробей

есть всего — два знака. А в результате — в произведении после запятой оказалось тоже два знака.

Я проверила и на втором примере: $0,02 \cdot 0,3 = 0,006$. У первого множителя два знака после запятой, у второго — один. Всего три знака. А в произведении — то же самое: запятая отделила ровно три знака в дробной части. Может, так всегда бывает при умножении десятичных дробей?

Тут фрё肯 заметила, что вся компания замолчала и внимательно слушает её рассуждения. Обнаружив это, она страшно смущилась, порозовела и умолкла.

Тут же ей на помощь пришёл довольный Ондатр, который вместе с Муми-папой пришёл позвать детей ужинать:

— Замечательное наблюдение! Теперь правило умножения десятичных дробей у вас почти в руках. Давайте подведём итог.

Чтобы умножить десятичную дробь на десятичную дробь, нужно:

- **перемножить эти дроби, как натуральные числа (не обращая внимание на запятую);**
- **подсчитать число знаков после запятой в обоих множителях вместе;**
- **в записи произведения справа налево отсчитать столько же знаков и поставить запятую.**

При этом:

- если количество знаков в записи произведения совпадает с количеством знаков после запятой в обоих множителях вместе, то слева ставим запятую и пишем в целой части нуль;
- если же в записи произведения будет меньше знаков, чем после запятой в обоих множителях, то слева к произведению дописываем столько нулей, сколько не хватило знаков, ставим запятую и пишем в целой части нуль.

$$\begin{array}{r} 5,24 \\ \times 3,7 \\ \hline 3668 \\ +1572 \\ \hline 19,388 \end{array}$$

Муми-папа, который уже порядком проголодался, посоветовал решить наконец задачу Снусмумрика: выяснить сколько будет $5,24 \cdot 3,7$.

Снифф сделал первый шаг — перемножил 524 и 37.

— Первый шаг у тебя правильный. Ты делал так: отбросив запятую, полученные натуральные

Глава 17. Умножение десятичных дробей

числа перемножил столбиком. Как ты теперь поступишь с запятой? — спросил Ондатр.

— В этих двух множителях после запятой всего 3 знака, — напрягся Снифф, — так что в произведении отсчитываю 3 знака справа, ставлю запятую. Все!

Муми-мама поздравила всех с удачным окончанием работы и накормила не менее удачным обедом, завершившимся к удовольствию Вифслы малиновым пирогом.

— Только, дорогие мои, — сказала она, взглянувши вправо, — вы несколько расточительны. Нужно бы навести экономию.

(*Попробуй, дорогой читатель, и ты заняться экономией: просмотрь ещё раз формулировки всех правил умножения, с которыми мы работали в предыдущих главах.*)

(Можно ли несколько правил объединить в одно, которое годится для всех случаев умножения?)

Тут Тофсла с Вифслой притащили свой чемодан и долгожданные игры начались.

Игра «Потерялась запятая»

Просто замечательно, что в примере $127 \cdot 35 = 4445$ запятой нет. Она тут не нужна.

А вот в примерах ниже запятая появляется.

Но какое место в произведении она должна занять? Найди его.

$$1,27 \cdot 3,5 = 4445; \quad 12,7 \cdot 0,35 = 4445; \quad 12,7 \cdot 3,5 = 4445.$$

А здесь наоборот: запятая не может найти место в множителях. Помоги ей.

$$127 \cdot 35 = 4,445; \quad 127 \cdot 35 = 444,5; \quad 127 \cdot 35 = 44,45.$$

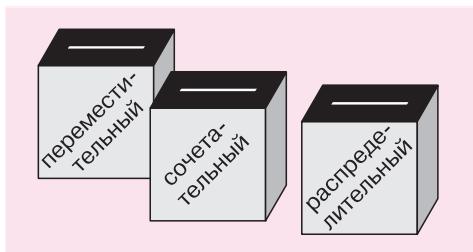
Обрати внимание, что это можно сделать несколькими способами.

Игра «Почта»

При умножении десятичных дробей можно пользоваться переместительным, сочетательным и распределительным законами, потому что умножение десятичных дробей сводится к умножению натуральных чисел, для которых эти законы выполняются.

Глава 17. Умножение десятичных дробей

Запишите на отдельных листках результаты умножения чисел: $0,125 \cdot 14 \cdot 8$; $25 \cdot 199$; $2,3 \cdot 99$; $3,05 \cdot 32 + 30,5 \cdot 6,8$.



Сложите листки в конверты и подпишите на конвертах имя закона, которым вы воспользовались при вычислении произведения.

Опустите письмо в соответствующие ящики. Может быть, некоторые письма придётся отправить по нескольким адресам.

Выигрывает тот, кто наиболее быстро и правильно отправит письма.

Игра «Обиды Нулика»

Обида первая

«Я часто болею, когда мне мало уделяют внимания. Дело не столько во внимании, сколько в том, что, пренебрегая мною, читатель получает неправильный результат.»

Вот наглядные примеры:

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 7 \\ \times 2\ 0\ 4 \\ \hline 5\ 4\ 8 \\ + 2\ 7\ 4 \\ \hline 3\ 2\ 8\ 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 3\ 4 \\ \times 6\ 0 \\ \hline 4\ 4\ 0\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7\ 0\ 5\ 6 \\ \times 8 \\ \hline 6\ 0\ 4\ 8 \end{array}$$

На что обиделся Нулик, увидев эти примеры?

Обида вторая

«Видимо, невнимание ко мне позволяет многим умножающим не только выталкивать меня с того места, где я нужен, но и ставить меня туда, где я не обязателен. И я вынужден там зря стоять из-за чьей-то забывчивости.»

В следующих примерах помогите Нулику разобраться, где он необходим. В этом случае подчеркните его, а где можно без нуля обойтись — зачеркните.

$$0,50 \cdot 4; \quad 0,25 \cdot 2; \quad 0,2 \cdot 50; \quad 10,2 \cdot 0,1;$$

$$30,3 \cdot 0,20; \quad 0,60 \cdot 200 = 0,6 \cdot 200 = 120,0 = 120.$$

Глава 17. Умножение десятичных дробей

Игра «Гости»

После того, как с обидами разобрались, Нулик успокоился и рассказал:

— Когда ко мне в гости приходят запятая, двойка, тройка и пятёрка, то мы играем в игру: составляем вместе такие множители, которые дают произведение, подчиняющееся какому-нибудь из условий:

- 1) должно быть два значащих нуля в конце произведения;
- 2) должно быть три значащих нуля в начале;
- 3) должно быть десять значащих нулей после запятой.

Из данных примеров выберите подходящий к каждому случаю:

$$\begin{array}{r} \times 0,0\,2\,3 \\ 0,0\,5 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 0,0\,0\,0\,0\,5\,3 \\ 0,0\,0\,0\,0\,0\,2 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 2\,3\,0 \\ 5\,0 \end{array}$$

Составьте свои примеры, в каждом из которых выполняется какое-нибудь одно из трёх условий.

Пока дети играли, попутно упражняясь в умножении, взрослые разговорились.

— О-хо-хонюшки, — вздохнула Муми-мама, — с какими сложными задачами уже приходится сталкиваться детям! Им бы очень помогло, если бы они научились управлять своими мыслями.

— Да-с, — поддержал её Ондатр, — это так. Думать — значит уметь осуществлять мыслительные операции.

Психологический комментарий О мыслительных операциях

Прислушаемся к мнению Муми-мамы и Ондатра: хорошо бы узнать, как работают наши мысли. В этом нам помогут семь игр, каждая из которых поможет развить способности к разным мыслительным операциям.

Первая и вторая игры развивают АНАЛИЗ — способность мысленно разобрать предмет на части, выделить его отдельные детали, свойства, способы использования, а также отобрать среди них существенные отличительные признаки данного предмета.

Третья игра учит СИНТЕЗУ — способности по частям, отдельным свойствам мысленно «собрать» представление о предмете.

Глава 17. Умножение десятичных дробей

Четвёртая и пятая игры помогают научиться СРАВНЕНИЮ — это способность устанавливать сходство и различие предметов на основе выделения их сходных либо различных признаков.

Шестая игра учит ОБОБЩЕНИЮ — способности выделять наиболее существенные общие признаки различных предметов и подбирать для объединения этих предметов какое-либо одно обобщающее слово или словосочетание.

Когда мы думаем, то мы анализируем, синтезируем, сравниваем и обобщаем. Благодаря этому мы усваиваем и понимаем новые знания, а также самостоятельно придумываем новые идеи.

Игра 1

— На столе стоит чашка, — сказала Муми-мама. — Назовите признаки этого предмета.

Со всех сторон посыпалось:

- | | |
|-----------------|-------------------------|
| — Фарфоровая. | — Очень хрупкая. |
| — Мамина. | — С ручкой. |
| — Круглая. | — С цветочком. |
| — Непрозрачная. | — Ободок внутри стёрся. |

Самый неожиданный признак назвал Снифф:

— Она без блюдца!

Муми-папа слегка улыбнулся и задал следующий вопрос игры:

— Что можно делать с чашкой? Кто предложит самый оригинальный способ использования данного предмета?

Все наперебой загадали:

- | | |
|---|--|
| — Применять как черпак! | — Использовать для рисования кружочеков! |
| — Отмерять сахарный песок для того, чтобы варить варенье! | — Её можно подарить! |
| — Накрыть жука, чтобы не уполз! | — Превратить в подсвечник! |
| — Если она вдруг разобьётся, то осколки можно использовать для составления красивого орнамента! | — Хранить конфеты! |
| Свою версию пропищали и Тофсла с Вифслой: | — В чашке можно сделать раствор для мыльных пузырей. |
| — Очень неплохо, — признал Ондатр, — играем дальше. | |

Глава 17. Умножение десятичных дробей

Игра 2

— Перед вами список признаков дерева: кора, листья, иголки, корни, дупло, ветки, ствол, шишки, сломанный сук, смола, цветок, почки, яблоки, жуки-короеды, побеги, плоды, — начал Муми-папа следующую игру. — Выделите те признаки, которые обязательны всегда для всех деревьев. Попробуйте нарисовать дерево так, чтобы на рисунке были представлены только его главные, самые существенные признаки.

Игра 3

— А теперь поиграем в загадки, — сообщил Муми-папа и спросил:

— Стеклянный, отражающий, блестящий — что это за предмет?

- Зеркало! — первым выпалил Снорк.
- Ёлочная игрушка, — шепнула фрёкен.
- Невкусный, зелёный, колючий?
- Кактус! Кактус! — закричали все разом.
- Хвойная иголка, — вздохнул Муми-троль.

(*Какие ещё предметы соответствуют этим признакам, читатель? Придумай сам другие наборы признаков и предложи друзьям отгадать, какие предметы ты задумал.*)

Игра 4

А теперь, — продолжил Муми-папа, — запишите в столбики, чем сходны и чем различны следующие предметы:

жёлудь — помидор; ледышка — камень; палочка — метр.

(*Придумай свои пары предметов и сравни их.*)

Выигрывает тот, кто больше укажет признаков сходства и различия этих предметов.

Игра 5

В этой игре требуется умение придумывать аналогии, то есть устанавливать сходство по некоторым признакам между совершенно разными предметами.

— Облако похоже на вату, — читал Муми-папа, — потому что оно белое и пушистое. А ещё на что похоже облако? Почему?

Глава 17. Умножение десятичных дробей

Чайник похож на пароход. Почему? А ещё на что похож чайник?

Осенний лист похож на ...? Почему? А ещё на что похож осенний лист?

(Придумай, читатель, свои аналогии для любых выбранных тобой предметов.)

Выигрывает тот, кто для одного предмета сумеет подобрать больше аналогий и чьи аналогии будут оригинальнее.

Игра 6

— Предъявляю два слова, подумайте, что между ними общего, и назовите это общее одним обобщающим словом или словосочетанием. Может быть, для одной и той же пары конкретных слов вы сможете подобрать несколько обобщающих слов-названий. Например, апельсин и банан — это

фрукты,

плоды,

продукт питания, в котором много витаминов,

украшение праздничного стола.

Ондрат предъявил целый список пар слов:

- | | |
|---------------------|----------------------|
| 1) пальто, платье; | 6) воздух, вода; |
| 2) часы, термометр; | 7) чертёж, статуя; |
| 3) стул, шкаф; | 8) велосипед, лодка; |
| 4) газета, радио; | 9) ёжик, кошка |
| 5) бусы, лестница; | 10) песня, торт. |

Ответы были найдены моментально, и только с парой слов под номером 10) вышла заминка.

Снусмумрик сказал, что в ней речь идёт о произведениях двух видов искусства: песня — это произведение музыкального искусства, а торт — кулинарного.

— Если, конечно, торт приготовила Муми-мама, а не какой-нибудь хемууль, — добавил Снорк.

(Придумай самостоятельно другие варианты таких игр, читатель!)

Самое важное в этой главе

Десятичные дроби удобнее всего умножать в столбик, аккуратно расставляя запятые. Способности к мыслительным операциям можно развивать.

ГЛАВА 18

ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ. ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Лето шло к концу. Стояли последние дни августа. Заканчивалась и Книга.

Муми-тролль проснулся и лежал просто так, глядя в потолок. А кровать Снусмумрика была пуста.

— Ой, — подумал Муми-тролль, — неужели он...

В эту же минуту под окном послышался тайный сигнал: один длинный свисток и два коротких, что означало: «Какие у тебя планы на сегодня?»

Муми-тролль спустился по верёвочной лестнице вниз, посмотрел на Снусмумрика долгим взглядом и сказал:

— Ты хочешь уйти?

Снусмумрик кивнул.

— Попрощайся с Муми-мамой. Позавтракай с нами.

Муми-тролль говорил короткими отрывистыми фразами. На длинные не хватало духу, слезы подкатывали к самому горлу.

Снусмумрик не любил долгих прощаний, так как подозревал, что некоторые жильцы Муми-дома будут реветь. Но отказать напоследок другу Снусмумрик не мог. Они пошли к Муме-маме.

— Выходит, ты покидаешь нас... — сказала Муми-мама. — И зимнюю спячку ты проведёшь не с нами? О-х-хонюшки. Обещай мне по крайней мере напоследок позавтракать с нами хвойными иголками. Раз в году это должен делать каждый! А для твоего здоровья это совершенно необходимо! Обычно хвоя у нас в меню накануне зимней спячки. Что же, в этом году позавтракаем ею сегодня.

Снусмумрик покорно взглянул на Муми-маму, с жалостью — на Муми-троля и сказал:

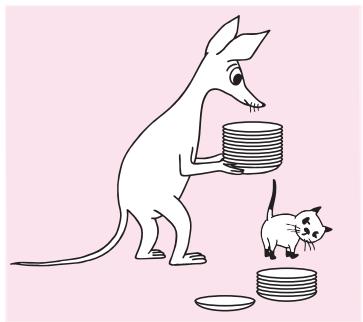
— В таком случае, может быть, не будем будить остальных?

— А меня и будить не надо. Я — вот он, — вломился в кухню Снифф.

— Ну, раз проснулся, доставай столько тарелок, сколько нужно, чтобы на каждую уложить по 6 хвоинок. Всего их у меня 24 штуки.

$$\begin{array}{r} 24 = 6 \\ \text{Снифф} \end{array} + \begin{array}{r} 6 \\ \text{Муми-троль} \end{array} + \begin{array}{r} 6 \\ \text{Муми-мама} \end{array} + \begin{array}{r} 6 \\ \text{Снусмумрик} \end{array}$$
$$24 - 6 - 6 - 6 - 6 = 0$$

Глава 18. Деление натуральных чисел. Деление с остатком



Снифф, облизываясь, приволок кучу тарелок. Слово «хвоинок» он не разобрал, ему послышалось «тартиночка» (тартишка — это такой французский бутерброд).

Мама начала раскладывать двадцать четыре иголки по четырём тарелкам.

— Ну и зря ты, Снифф, притащил 11 тарелок. Нас здесь сейчас только четверо.

Мог бы сразу догадаться, что понадобится только 4. Ведь $6 \cdot 4 = 24$, — попытался отвлечь Муми-маму и Муми-тролль от грустных мыслей Снусмумрик. — Значит, 24 хвоинки можно разделить по четырём тарелкам. Каждому достанется по 6 хвоинок.

— Снусмумрик! Ты сказал «разделить»? Ты назвал новое действие над числами — деление! — Подумать только! Вчера, когда вы угомонились, Ондатр сказал мне, что вы вот-вот начнёте делить. Ума не приложу, как это он догадался? — сказала Муми-мама.

Снусмумрик смущённо улыбнулся:

— Чувствую, что мне совсем не обязательно уходить сегодня. Надо будет заняться делением.

— По такому случаю хвоинки отменяются! — завопил Снифф.

— А я-то, выходит, зря свои съел? — засмеялся Снусмумрик.

— Не расстраивайся, твоя голова после хвоинок будет работать ещё лучше! — сказала Муми-мама. — Хотя иногда мне кажется, что лучше — некуда.

— Подкрепись-ка хвоей и ты, Снифф, — посоветовал Муми-тролль.

Снифф вспыхнул, но хвою есть не стал.

Пока варился кофе, проснулись все остальные. Снусмумрик внимательно посмотрел на ещё неубранные тарелки с хвойей и начал размышлять вслух:

— Во-первых, Муми-мама знала, что хвою будут есть четверо. Во-вторых, она достала 24 иголки.

— Поэтому она делила 24 на 4 и положила на каждую тарелку именно по 6 хвоинок, — подключился к размышлению Муми-тролль.

Глава 18. Деление натуральных чисел. Деление с остатком

— Каждый получил свою часть (четверть) всех иголок. Одна четвёртая от 24 есть 6, — сказал Снусмумрик.

— Выходит, что 24 — делимое, 4 — делитель.

Правильно я им дал названия, мамочка? — спросил Муми-тролль.

— По-моему, правильно, но лучше спросим у Муми-папы.

— Да, — подтвердил Муми-папа и добавил: 6 — частное, а записывается это всё так:

$$\begin{array}{r} 24 : 4 = 6 \\ \text{Делимое} \quad \text{Делитель} \quad \text{Частное} \\ \text{или так: } \begin{array}{c} 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{c} 4 \\ 6 \\ \hline \end{array} \right. \quad \text{или так: } \frac{24}{4} = 6. \end{array}$$

— Ура! — закричал Муми-тролль.

— С чего это ты радуешься? — подозрительно спросил Снифф.

— С того, — ответил Муми-тролль, — что я понял, как мама узнала, что надо положить по шесть хвоинок на каждую из четырёх тарелок. Ведь в таблице умножения есть такой результат: $6 \cdot 4 = 24$.

Если знаешь таблицу умножения, то легко разделишь на любое число. Да!

— Ух, какой ты смелый стал, стоило тебе только выучить таблицу умножения, — съехидничал Снифф, всё ещё немножко обиженный на предложение Муми-тролля съесть хвоинки, — уже и на любое число делить можешь. А сам и не знаешь, что значит разделить!

— А вот и знаю!

Скора, к счастью, так и не разгорелась, потому что вмешался Ондатр и объяснил Сниффу, что значит разделить одно число на другое:

Разделить число a на число b — это значит найти такое число c , которое при умножении на число b даёт число a .

$$a : b = c, \text{ если } b \cdot c = a$$

После этого Муми-тролль уверенно продолжил:

Глава 18. Деление натуральных чисел. Деление с остатком

— $24 : 1 = 24$, так как $24 \cdot 1 = 24$ — мы это уже знаем.

$24 : 2 = 12$, так как $12 \cdot 2 = 24$,

$24 : 3 = 8$, так как $8 \cdot 3 = 24$,

$24 : 4 = 6$, так как $6 \cdot 4 = 24$,

$24 : 5 = ?$ СТОП !

Какое такое число при умножении на 5 даёт 24? Проверь таблицу умножения, Снусмумрик!

— В столбце умножения на 5 числа 24 нет, значит, 24 на 5 не делится, — сообщил Снусмумрик.

— Что же это означает? Есть 24 хвоинки, но никто из пятерых не съест ни одной? — забеспокоилась Муми-мама.

— Ну, с хвоинками ещё можно пережить, а если дадут конфеты? — возразил Снифф, время от времени соображающий очень быстро.

— Есть способ деления, который применяют все малыши, — сказал Снусмумрик, — раздавать по одной конфете до тех пор, пока все конфеты не будут разданы. Так и при игре в карты делают. Но 24 разделить на 5 поровну не получается!

— А если так: из 24 конфет взять 20, которые, мы знаем, можно разделить на 5. При этом каждому достанется по 4 конфеты и останется ещё 4, — предложил Муми-тролль, — тогда можно записать:

$$24 : 5 = 4 \text{ (остаток } 4\text{)} \text{ или так: } \begin{array}{r} 24 | 5 \\ -20 | 4 \\ \hline 4 \end{array}$$

— И правда, — согласился Снусмумрик, — так можно, потому что $4 \cdot 5 + 4 = 24$.

— А тогда можно записать, что $24 : 4 = 6$ (остаток 0), потому что $4 \cdot 6 + 0 = 24$.

Ондратр подтвердил правоту Муми-тролля, сообщив, что если остаток равен нулю, то можно сказать, что это было **деление нацело**.

Двадцать конфет поделили поровну между пятью любителями сладкого.

— А что делать с оставшимися четырьмя конфетами? — спросил Снорк.

Глава 18. Деление натуральных чисел. Деление с остатком

— У нас получилось **деление с остатком**, — сказал Снумумрик. — И теперь спрашивается: что с этим остатком делать?

— Конфеты пока можно не трогать. И намекнуть Муме-маме, что неплохо бы добавить ещё, — продолжил Снорк.

— А что, обязательно делить целыми конфетами? — осторожно спросила фрё肯 Снорк.

— Вот это вопрос! Золотко моё! — Муми-тролль даже подпрыгнул. — Теперь ясно, что нужно делать. Берём целую конфету и делим её на пять равных частей, то есть находим одну пятую конфеты, а раз конфет осталось 4, то каждый из пятерых получит четыре таких части, то есть четыре пятых. Получаются какие-то пятеричные дроби.

(Встречался ли ты, читатель, с таким случаем деления? Как бы ты записал результат такого деления?)

— Четыре целых конфеты и четыре пятых конфеты — вот сколько получит каждый при делении конфет до конца поровну! — подвёл итог Ондатр.

Муми-тролль занялся продолжением деления:

$$24 : 5 = 4(\text{ост. } 4);$$

$$24 : 6 = 4(\text{ост. } 0);$$

$$24 : 7 = 3(\text{ост. } 3);$$

$$24 : 8 = 3(\text{ост. } 0);$$

$$24 : 9 = 2(\text{ост. } 6).$$

— У Муми-тролля ошибка! — всунулся Снифф. — Я 24 на 7 разделил так: $24 : 7 = 2$ (ост. 10). В отличие от Муми-тролля, я помню, что $2 \cdot 7 = 14$, а $24 - 14 = 10$.

— Бедный Снифф, ты совсем разлюбил конфеты! — сокрушённо сказал Снорк.

— С чего ты взял? — подозрительно спросил Снифф.

— Ну, иначе бы ты сообразил, что 10 больше 7. Будет ещё по одной конфете каждому и останется 3.

Остаток от деления одного натурального числа на другое должен быть меньше делителя.

(Составь, читатель, свой столбик для деления числа 36 на все однозначные числа.)

Глава 18. Деление натуральных чисел. Деление с остатком

Снусмумрик посмотрел на дорогу, ведущую из Муми-дома. У Муми-тролля упало сердце. Но Снусмумрик сказал:

— Послушай, Снорк, а что, если делитель будет маленьким? Что будет с остатком?

— Ты говоришь про единицу?

— Да нет, с единицей всё понятно. Для любого числа $a : 1 = a$, потому что $a \cdot 1 = a$.

Я говорю про нуль. Может ли нуль быть делителем?

— Поделим 24 на 0 и без всяких там остатков получим 24. Потому что делить на 0, значит, вообще не делить. 24 как было, так и останется!

— Что это с тобой, Снорк? Если 24 поделить на 0, то получится 0, — уверенно заявил Муми-тролль, — потому что если делить на 0 означает вообще не делить, то в частном вообще ничего и не получится, только 0.

Снорк ринулся в спор: $24 : 0 = 24$, вот!!!

Муми-тролль тоже стоял на своём: $24 : 0 = 0$, вот и вот!!!

Чтобы разрешить спор, стали проверять результаты деления, конечно же, умножением. Муми-тролль взялся за строчку Снорка:

— Если $24 : 0 = 24$, то должно быть $24 \cdot 0 = 24$. Че-пу-ха!

Снорк ответил тем же:

— Если $24 : 0 = 0$, то должно быть $0 \cdot 0 = 24$. Тоже че-пу-ха!

Снусмумрик попробовал примирить спорщиков. Он заявил, что при делении 24 на 0 не получится никакого числа.

— Как это никакого? — объединились Снорк и Муми-тролль. — Хоть что-нибудь, да должно получиться!

— Ну, ладно! Предположим, это ваше «хоть что-нибудь» получилось при делении 24 на 0. Возьмём это «хоть что-нибудь» и умножим на 0. Должно получиться 24, так?

— Так... Но 24 ни за какие коврижки не получится. Получится нуль!

— Вот именно! Значит, нет такого «хоть что-нибудь»! Нет такого числа, которое является частным при делении 24 на нуль.

— Выходит, что нуль в делении не участвует?

Глава 18. Деление натуральных чисел. Деление с остатком

— Участвует, — успокоил её Муми-тролль, — нуль может быть делимым:

$$0 : 2 = 0, \text{ так как } 0 \cdot 2 = 0;$$

$$0 : 3 = 0, \text{ так как } 0 \cdot 3 = 0;$$

.....

$$0 : 1000 = 0, \text{ так как } 0 \cdot 1000 = 0.$$

.....

— Но тогда выходит, что $0 : 0 = 0$, так как $0 \cdot 0 = 0$?

— Не-ет, — с сомнением произнёс Муми-тролль, — смотри:

$$0 : 0 = 5, \text{ так как } 5 \cdot 0 = 0,$$

$$0 : 0 = 999, \text{ так как } 999 \cdot 0 = 0,$$

$$0 : 0 = 0,5, \text{ так как } 0,5 \cdot 0 = 0\dots$$

— Знаете, — решил Снусмумрик, — мне кажется, мы не можем сказать, что разделили нуль на нуль. Так как мы не знаем, какое будет при этом делении частное.

— Неспроста Муми-мама с подозрением относится к нулю. Она говорит, что с нулём всегда проблемы, — вспомнил Муми-тролль.

— И всё-таки кое-что о нуле мы выяснили! — сказал Снусмумрик, — мы выяснили, что

На нуль делить нельзя!

Нуль можно делить на любое число, не равное нулю, частное от такого деления всегда будет равно нулю:

$$0 : a = 0, \quad a \neq 0.$$

Дорога манила Снусмумрика в путешествие, но проблема деления, с которой ещё далеко не всё было ясно, прочно удерживала странника в Муми-доме.

Самое важное в этой главе

Деление натуральных чисел — действие, обратное умножению натуральных чисел.

ГЛАВА 19

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЗНАЧНОГО НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА ОДНОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

— Есть идея изучать деление так же, как мы изучали умножение, — предложил Муми-папа.

— Но мы только что проснулись, вряд ли удастся уснуть и увидеть веющие сны о делении, — сказала фрёкен Снорк.

— Я не это имел в виду, я призывал обсудить, как происходит деление любого числа на однозначное число, а потом все прочие случаи. В связи с этим имею честь предложить свою задачу:

«Как из доски длиной 1,48 м сделать 4 одинаковые полочки?»

— Надо сделать насечки на месте распила, — предложил Снорк. Муми-тролль с готовностью сделал эти насечки на глазок, приблизительно. Тут же себя проверил, прикладывая линейку к получившимся частям. Части оказались разными.

— А надо, чтобы досочки для каждой полки были одинаковыми, — сказал Снусмумрик. — Как это сделать?

Муми-мама пожертвовала бельевую верёвку, Муми-тролль отрезал кусок, равный длине доски, сложил его пополам и ещё раз пополам. А потом сделал насечки с помощью этой верёвки.

— А можно ли решить эту задачу, вычислив длину полочки? — спросил Хемуль.

— Попробуем, — сказал Муми-тролль, — будем рассуждать так: длина полки меньше метра, потому что для метровых полок нужно иметь доску, по крайней мере, в 4 метра. Значит, длина полки будет 0 метров и сколько-то дециметров и сантиметров.

Рассчитаем точнее. В доске 14 дм 8 см. Разделим это число на 4. На каждую полку идёт 3 дм, и останется ещё 2 дм и 8 см. Переводим дециметры в сантиметры. Получаем 28 см. Эти 28 см разделим на 4, будет 7 см. Итак, длина полки 3 дм и 7 см, или 37 см, или 0,37 м.

— Ура! Деление закончилось! — вставил Снифф.

— Прикладываем к доске последовательно 4 раза по 37 см. Попадаем на насечки, — с этими словами Муми-тролль распилил доску по насечкам. Хемуль внёс



Глава 19. Деление на однозначное число

в коллекцию число 0,37. Муми-папа прикрепил полки, фрёкен Снорк покрасила их, а Муми-мама получила для кухни подарок.

Снусмумрик всё это время задумчиво сидел в уголке. Муми-тролль опять забеспокоился.

— Вы делили доску длиной 1,48 м на 4 части, — сообщил Снусмумрик, — а я, кажется, понял, как делить любое число на однозначное. Смотрите! Во-первых, $1,48 \text{ м} = 148 \text{ см}$.

Теперь делим **поразрядно**.

Одна сотня нацело на 4 не делится, то есть в частном не будет цифры, стоящей в разряде сотен. А будут ли цифры в разряде десятков? В делимом 14 десятков. 14 делится на 4. Получаем в частном 3 десятка. Из 14 десятков нацело разделилось $12 = 4 \cdot 3$; 2 десятка в остатке; 2 десятка переводим в единицы, получается 20 единиц, и присоединяем к ним 8 единиц делимого.

Сотни	Десятки	Единицы		Десятки	Единицы
1	4	8	: 4 = 3	7	
1	2				
	2	8			
	2	8			
		0			

28 делится на 4 нацело. В частном получается 7, а в остатке — 0. Деление закончено.

— Получается, что Снусмумрик «распотрошил» число 148 на такие слагаемые, каждое из которых делится на 4, — сообразил Муми-тролль, — у него получилось:

$$148 = 12 \text{ дес.} + 28 \text{ ед.} = 120 + 28,$$

потом каждое слагаемое разделилось на 4:

$$148 : 4 = (120 + 28) : 4 = 120 : 4 + 28 : 4 = 30 + 7 = 37.$$

— Вот это я и понял! — подтвердил Снусмумрик. — Это верно, потому что

$$37 \cdot 4 = (30 + 7) \cdot 4 = 30 \cdot 4 + 7 \cdot 4 = 120 + 28 = 148.$$

— Получилось, что **деление, как и умножение, выполняется поразрядно**, — сказал Муми-тролль. — Записываю коротко:

$$\begin{array}{r} 148 \\ - 12 \\ \hline 28 \\ - 28 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} 4 \\ 37 \end{array} \right.$$

— Я тоже попробую делить уголком, — сказала фрёкен Снорк.

Глава 19. Деление на однозначное число

— Это очень полезно сделать, прежде чем заучивать правило. Попробуй поделить 26036 на 4, 148 на 5, — посоветовал Муми-папа.

Ондратр одобрительно кивнул Муми-папе, а фрёкен Снорк принялась за работу.

Делим поразрядно.

$$1. \begin{array}{r} 26036 \\ \hline 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$2. \begin{array}{r} 26036 \\ \hline 24 \quad \text{тысячи} \\ \hline 2 \end{array} \quad \begin{array}{|c} 4 \\ \hline 6 \dots \end{array}$$

$$3. \begin{array}{r} 26036 \\ \hline 24 \\ \hline 20 \\ \hline 20 \quad \text{сотни} \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{|c} 4 \\ \hline 65\dots \end{array}$$

$$4. \begin{array}{r} 26036 \\ \hline 24 \\ \hline 20 \\ \hline 20 \\ \hline 03 \\ \hline 0 \quad \text{десятки} \\ \hline 03 \end{array} \quad \begin{array}{|c} 4 \\ \hline 650 \end{array}$$

$$5. \begin{array}{r} 26036 \\ \hline 24 \\ \hline 20 \\ \hline 20 \\ \hline 03 \\ \hline 0 \\ \hline 036 \\ \hline 36 \quad \text{единицы} \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{|c} 4 \\ \hline 6509 \end{array}$$

1. 2 десятка тысяч не делится на 4. Значит, в частном не будет десятков тысяч.
2. 26 тысяч делится на 4. Получим 6 в частном. $4 \cdot 6 = 24$. 2 тысячи получилось в остатке. Уже понятно, что в частном будет четырёхзначное число.
3. Переходим к следующему разряду — разряду сотен. 2 тысячи переводим в сотни. Будет 20 сотен, к ним присоединяется 0 сотен делимого (записываем 0 — цифру следующего разряда — рядом с остатком). От деления 20 на 4 в частном будет 5.
4. Следующий разряд — десятки. От деления 3 на 4 получаем в 0 в разряде десятков и 3 десятка в остатке.
5. Следующий разряд — единицы. Выполняем те же операции, что и раньше. Рядом с остатком 3 записываем цифру следую-

Глава 19. Деление на однозначное число

щего разряда — 6.

$$36 : 4 = 9.$$

9 единиц в частном и 0 в остатке. Деление закончено.

— И всё! — встряхнула уставшими лапами фрё肯 Снорк.

— И ничего не всё, — возразил Снумумрик, — давай ещё коротко запишем.

Затем фрёken Снорк начала делить число 148 на 5. Вот что получилось:

$$\begin{array}{r} 148 \Big| 5 \\ -10 \quad \Big| 29 \\ \hline 48 \\ -45 \\ \hline 3 \end{array} \qquad 148 : 5 = 29 \text{ (ост. 3)}$$

$$\begin{array}{r} 26036 \Big| 4 \\ -24 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 36 \\ -36 \\ \hline 0 \end{array}$$

— А я попробую поделить в таблице разрядов. Оно как-то основательнее получается, — сообщил Муми-тролль, взял число 148, разделил его на 5 в таблице и записал ответ.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Десятие	Сотые	Тысячные	
— 1	4	8	,	0	0	0	... : 5 = 2 9 , 6
— 1	0						Десятки
		— 4	8				
		— 4	5				Единицы
			— 3	0			
			— 3	0			Десятые
				— 0			

Если при делении натурального числа на однозначное натуральное число получается остаток, то ставь в частном запятую, а остаток переводи в единицы следующего, меньшего разряда и продолжай деление, — появление нуля в остатке означает, что деление закончено.

— торжественно произнёс Ондатр.

Глава 19. Деление на однозначное число

— Послушайте! — заметил Снусмумрик. — Так ведь если работать в таблице разрядов, то понятно, как делить десятичные дроби на однозначное число:

$$1. \quad \begin{array}{r} 14,8 \\ -\overline{12} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ | \\ 3,7 \end{array}$$

единицы

28

28 десятые

0

$$2. \quad \begin{array}{r} 1,48 \\ -\overline{12} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ | \\ 0,37 \end{array}$$

28

28

0

$$3. \quad \begin{array}{r} 0,00148 \\ -\overline{12} \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ | \\ 0,00037 \end{array}$$

десятитысячные

28

28 стотысячные

0

— Что же, при делении десятичных дробей всегда следует рисовать таблицу разрядов? — спросил Снорк. — Я, признаюсь, не большой любитель таких таблиц.

— Таблицу достаточно мысленно представить, как мы это делали при сложении и умножении, — ответил Снусмумрик. — Это нам поможет делить. А ещё запятая поможет.

— Это как?

— Она отделяет целую часть числа от дробной — тысячи, сотни, десятки от десятых, сотых, тысячных... Попробуйте, поделите что-нибудь на что-нибудь. Сами увидите.

— Что «что-нибудь»? — сказал Снорк. — Вот в чём вопрос!

$$\begin{array}{r} 6,040 \quad | \quad 5 \\ -\overline{5} \end{array} \quad \begin{array}{r} 1,208 \quad 6 \ 04 \\ \text{6} \end{array}$$

10

10

40

40

0



Муми-тролль, долго не раздумывая, сказал, что неплохо, например, разделить 6,04 на 5: 6 единиц делим на 5, в частном пишем 1, остаток 1 дробим на десятые... Стоп! Целая часть закончилась — ставим запятую в частном.

— У тебя получилось 1,208? — спросил Муми-папа. — Похоже на правду, моя грубая прикидка дала результат 1, ведь $6 : 5$ примерно равно 1.

— У меня про это сочинилась считалочка, — сказала фрёken:

Есть у нас число с хвостом.

Число делим, хвост потом.

Глава 19. Деление на однозначное число

Операция простая —
Но нужна тут запятая.

— Бра-во! — закричали все что было сил, — «число с хвостом» — это десятичная дробь! Десятичная дробь — это хвостатое число!

— Однако для успехов в делении необходима, кроме стихов, ещё и тренировка. — Заметил Ондатр и взглянул на Тофслу с Вифслой. Те вздохнули и выбрали для тренировки примеры $148 : 9$ и $1,48 : 9$ — самые на внешний вид «легкие» из заданий Ондатра.

— Итак, — заявил Ондатр, пристроив Тофслу с Вифслой к делу, —

Деление десятичной дроби на однозначное натуральное число выполняем так же, как и деление натуральных чисел, но как только заканчивается деление целой части, в частном ставим запятую.

При этом, если закончили «сносить» цифры делимого, а остаток ещё не равен нулю, то последовательно приписываем в делимом справа один нуль за другим и продолжаем деление. Появление нуля в остатке означает, что деление закончено.

Вот, если угодно, упражнения:

1. Продолжите деление:

$$\begin{array}{r} 0,4\ 4\ 4 \\ \cdot\ \cdot\ \dots \\ \hline 6 \\ \hline 0,0\ \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1,1\ 2\ 3\ 4\ 5 \\ -1,0 \\ \hline 1\ 2 \\ \dots \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \hline 0,2 \end{array}$$

2. Рассмотрите равенства:

$$\begin{array}{ll} 3208 : 8 = 04010; & 0,3208 : 8 = 040100; \\ 32,08 : 8 = 04010; & 0,03208 : 8 = 000040100; \\ 3,208 : 8 = 0040100; & 320800 : 8 = 00401000. \end{array}$$

Поставьте запятую, отбросьте лишние нули. Результаты перейдите в коллекцию Хемуля.

На первый взгляд, это задание было потруднее задания Тофслы и Вифслы, но с ним Муми-тролль и другие справились без

Глава 19. Деление на однозначное число

приключений. У Тофслы же с Вифслой творилось с примерами $1,48 : 9$ и $148 : 9$ что-то невообразимое.

$$\begin{array}{r} \begin{array}{r} 1,4\,8 \\ - 9 \\ \hline 5\,8 \end{array} & \left| \begin{array}{r} 9 \\ 0,1\,6\,4\,4\,4\,4\dots \end{array} \right. & \begin{array}{r} 1\,4\,8 \\ - 9\,0 \\ \hline 5\,8 \end{array} & \left| \begin{array}{r} 9 \\ 1\,6,4\,4\,4\,4\dots \end{array} \right. \\ \begin{array}{r} - 5\,4 \\ \hline 4\,0 \end{array} & & \begin{array}{r} 5\,4 \\ \hline 4\,0 \end{array} & \\ \begin{array}{r} - 3\,6 \\ \hline 4\,0 \end{array} & & \begin{array}{r} 3\,6 \\ \hline 4\,0 \end{array} & \\ \begin{array}{r} - 3\,6 \\ \hline 4\,0 \end{array} & & \begin{array}{r} 3\,6 \\ \hline 4\,0 \end{array} & \\ \begin{array}{r} - 3\,6 \\ \hline 4\,0 \end{array} & & \begin{array}{r} 3\,6 \\ \hline 4\,0 \end{array} & \\ \begin{array}{r} - 3\,6 \\ \hline 4 \end{array} & & \end{array}$$

— Ой, этому делению концасла не видно, — захныкал Тофсла.

— Как и где остановитьсла, — вторил ему Вифсла.

Никто не мог понять, в чём тут дело, и тогда примеры $148 : 9$ и $14,8 : 9$ бросили в Шляпу и вот что получили в ответ:

$$148 : 9 = 16, (4); \quad 1,48 : 9 = 0,16(4).$$

Тут вмешался Муми-папа:

— Делить 148 и 1,48 на 9 столбиком можно сколько угодно долго, и процесс никогда не закончится. Припоминаю, что математики придумали именно для такого случая и обозначение: $16,(4)$ и $0,16(4)$ и название: бесконечные периодические десятичные дроби, цифра 4 в этом случае называется периодом.

— Выходит, что при делении могут получиться и конечные десятичные дроби, и бесконечные периодические десятичные дроби? — спросили хором Муми-тролль и Снусмумрик.

И пapa ответил, что они, как никогда, правы.

Самое важное в этой главе

Способ деления на однозначное натуральное число. Десятичные дроби на однозначное число делят так же, как натуральные числа, только внимательно следят за запятыми. В результате могут получиться бесконечные периодические десятичные дроби.

ГЛАВА 20

ДЕЛЕНИЕ МНОГОЗНАЧНОГО НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА И ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА МНОГОЗНАЧНОЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

Мысли Снусмумрика в это время крутились вокруг предстоящего путешествия.

— Кстати, сколько у меня денег? Кажется, 7872 марки. Надо сегодня же сходить в банк и поменять их на заморики, — думал он. — Да ещё постараться получить эти заморики, по возможности, самыми крупными купюрами. Хранить легче будет.

(*Ты, наверное, уже догадался, читатель, что заморики — это такая валюта, с которой удобно путешествовать.*)

Интересно, сколько я получу замориков и какими купюрами? Будет ли у меня тысяча замориков? В банке за 64 марки дают 1 заморик, значит, за 640 марок дадут 10 замориков, а за 6400 марок — 100 замориков, за 64000 — 1 тысячу замориков. У меня только около 8 тысяч марок, значит, тысячи замориков мне не видать. Но уж сто-то я получу! Даже немножко больше! Хм, сколько немножко? Выясним. Отложу в сторону 6400 марок, оставшиеся марки разложу по 640, затем — по 64. Итак, 7872 марки мне поменяют на 123 заморика.

На всякий случай Снусмумрик решил ещё раз проверить результат умножением:

$$\begin{array}{r} \times \quad 64 \\ 123 \\ \hline 192 \\ +128 \\ \hline 64 \\ \hline 7872 \end{array} \quad \text{или} \quad 64 \cdot 100 + 64 \cdot 20 + 64 \cdot 3 = \begin{array}{r} + 6400 \\ + 1280 \\ \hline 7872 \end{array}$$

— Чем это ты занимаешься? — спросил Снорк.

— Считаю деньги!

— А, по-моему, ты делишь. И делишь на двузначное число, — возразил Снорк.



Глава 20. Деление на многозначное число

— Действительно,

$$\begin{aligned}7872 : 64 &= (6400 + 1280 + 192) : 64 = \\&= 6400 : 64 + 1280 : 64 + 192 : 64 = 100 + 20 + 3 = 123,\end{aligned}$$

— согласился Снусмумрик.

— Верно, — подтвердил подошедший Ондатр. — А ты, друг мой Снорк, попытайся выполнить деление привычным уголком, используя понятие разряда.

$$\begin{array}{r} 7872 \quad | 64 \\ - 64 \\ \hline 147 \\ - 128 \\ \hline 192 \\ - 192 \\ \hline 0 \end{array}$$

Снорк начал делить 7872 на 64 по разрядам:

1. 7 тысяч не делится на 64. Значит, в частном не будет тысяч.

2. 78 сотен делится на 64. Значит, в частном будут сотни и получится трёхзначное число. 78 разделю на 64. Получу 1 в частном и 14 в остатке.

3. Запишу рядом с остатком 14 цифру следующего разряда. 147 разделю на 64. Получу 2 в частном и 19 в остатке.

4. Продолжу деление. Получу в частном 1 сотню, 2 десятка, 3 единицы. Итак,

$$7872 : 64 = 123.$$

— Это очень напоминает деление на однозначное число, — заметил Снусмумрик.

— А я так и делал, — ответил Снорк.

— Но разве правило деления на однозначное число ничем не отличается от правила деления на двузначное? — спросил Мумитролль. — Как так?

— Сейчас уточним на примерах. Придумайте любое число, а я его разделю на 64, — пришёл на помощь Муми-папа.

Придумали число 15872.

— Марок или замориков? — уточнил Снифф.

— Марок, марок, — спешно сказал Снусмумрик, — не отвлекайся!

— Итак, решаю задачу:

$$\begin{array}{r} 15872 \quad | 64 \\ \hline \end{array}$$

Отделяю две цифры слева — это 15 (тысяч).

Но 15 не делится на 64. Добавлю ещё одну цифру — получится 158 (сотен). 158 делится на 64.

Глава 20. Деление на многозначное число

— Стоп! Ты, папочка, начал не так, как при делении на однозначное число. Отделил сразу две цифры, а не одну, — вставил Муми-тролль.

— Так ведь раньше делили на однозначное число, поэтому отделяли одну цифру, а я...

— Понял, понял.

— Что ты понял?

— Понял, что если делителем является трёхзначное число, и если я буду на него делить, то сначала отделяю первые три цифры делимого, а потом буду добавлять так же по одной цифре. Вот.

И, помолчав, уточнил, что в делимом нужно от делить столько цифр, начиная с высшего разряда, сколько их есть в делителе.

— Вот в этом и состоит особенность деления на многозначное число, — сказал Муми-папа. — Есть ещё вопросы?

Вопросов не было, и Муми-папа продолжил.

— А как он догадался, что в частном 2? — шёпотом спросила фрёкен Снорк.

— Подбираю первую цифру в частном по первым цифрам делимого и делителя, $15 : 6 \approx 2$, — пояснил Муми-папа, — проверяю, подходит ли мне цифра 2:

$$64 \cdot 2 = 128; \quad 158 > 128; \quad 158 - 128 = 30;$$

— остаток получился меньше делителя. Цифра 2 подошла!

— А если бы остаток оказался больше делителя? — опять спросила фрёкен Снорк.

— Тогда я стал бы испытывать следующую цифру.

— Цифру 3?

— Да, в этом примере — цифру 3.

— А дальше? — продолжала допытываться фрёкен Снорк.

— Все в таком же духе. Если хочешь, попробуй записать сама.

$$\begin{array}{r} 15872 \\ - 128 \\ \hline 307 \end{array}$$

Фрёкен, слегка волнуясь, записала и начала рассуждать в Муми-папином духе:

— Попробую в качестве второй цифры в частном взять 5.

$$30 : 6 = 5; \quad 645 = 320; \quad 307 < 320.$$

Ой, цифра 5 не годится, какую же брать? Цифра 6 тем более не годится...

$$\begin{array}{r} 15872 \\ - 128 \\ \hline 30 \end{array}$$

Глава 20. Деление на многозначное число

$$\begin{array}{r} 15872 \\ - 128 \\ \hline 307 \\ - 256 \\ \hline 51 \\ \dots \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 64 \\ 24 \end{array} \right.$$

— В этом случае нужно взять предшествующую цифру, — подсказал Муми-папа, — попробуй испытать цифру 4.

Фрё肯 быстро сосчитала, что $644 = 256$ и сказала, что 4 подходит.

Ей осталось сообразить, что $50 : 6 \approx 8$; $648 = 512$; сделать вывод о том, что цифра 8 на роль последней цифры частного подходит и сказать, что деление завершено.

— Да-а, — сочувственно сказал Муми-тролль, — ты не переутомилась?

— Но этому же нужно научиться! — сказала фрёken Снорк. — А вдруг я тоже решусь путешествовать, как Снусмумрик? На всякий случай надо научиться переводить марки в заморики.

Муми-тролль, да и все остальные решили, что такое учение будет и им полезно. Каждый придумал свою сумму денег. Получились суммы в 9152; 640; 64064; 1280; 128 832; 704 марки. Их начали переводить в заморики. (Одна из этих сумм — Снусмумрикова. Новый пересчёт потребовался потому, что Муми-тролль вручил ей на дорогу содержимое своей копилки.)

$$\begin{array}{r} 15872 \\ - 128 \\ \hline 307 \\ - 256 \\ \hline 512 \\ - 512 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 64 \\ 24 \end{array} \right.$$

Заявки для обмена марок на заморики

	1000 замориков	100 замориков	10 замориков	1 заморик
Снусмумрик	1	0	4	3
Снорк			1	1
Хемуль	1			1
Снифф			2	
Муми-тролль	2		1	3
Тофсла и Вифсла			1	0

(Подумай, читатель, кто какую сумму марок менял, и чью заявку на обмен следует забраковать? Вспомни, что за 64 марки в банке дают 1 заморик.)

Глава 20. Деление на многозначное число

Муми-папа вернул на доработку заявку Снусмумрика.

— Какая же ошибка в этой заявке? — Муми-тролль изо всех сил думал и гадал. — Ну не мог же Снусмумрик ошибиться! Чтоб мы сделали правильно, а он нет?! Такого быть не может. Наверное, столько марок, сколько в заявке, никогда не найдёшь!

Фрё肯 Снорк всё-таки посоветовала сделать проверку. Они вдвоём уткнулись в злополучную заявку, но ответа на вопрос не нашли.

— Найди-ка, золотко моё, сначала ошибку в моих записях, — попросила Муми-мама. — Муми-папа утверждает, что я ошиблась в хозяйственных расчётах. А ему, разумеется, виднее. Мне потребовалось разделить 721 на 7.

— О, мамочка, ты же пропустила нуль после единицы, — сообразил Муми-тролль. — Должно быть 103, а у тебя 13!

$$\begin{array}{r} 345 \Big| 5 \\ -30 \\ \hline 45 \\ -45 \\ \hline 0 \end{array}$$

— Ох, верно! Ну-ка, посмотри, а в этой задаче я правильно делаю?

— Да нет же, мамочка! Здесь ответ должен быть 69.

— Ума не приложу, как тут разобраться, то нужен нуль, то нет! Объясни-ка пообстоятельней, сынок.

— Ну, мамочка! В первой задаче 7 сотен делишь на 7, получаешь в частном 1 сотню, сносишь два десятка, а 2 не делится на 7, и в частном на место десятков ставится 0. Ты его пропустила, и вышло у тебя вместо 103 лишь 13.

А во второй задаче деление 345 на 5 начинается с деления 34 десятков на 5, что даёт в частном 6 в разряде десятков и остаток 4. Этот остаток говорит о том, что в ответе больше не будет десятков, так как 4 не делится на 5. Ты, наверное, подумала, что 4 — цифра нового разряда...

— Теперь всё замечательно понятно, золотко моё! — заявила Муми-мама. — Поделю-ка я 40 на 8. Вдруг да мне понадобится этот результат.

— Ну, мамочка! Ну какое же 41 — всерьёз расположился Муми-тролль.

— Да, в самом деле, у меня поделилось забавно: делила 40 карамелек на 8 малышей, а вышло по 41 штучке каждому.

— Я бы не отказался от 41, но на самом-то деле будет 5.

$$\begin{array}{r} 721 \Big| 7 \\ -7 \\ \hline 21 \\ -21 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \Big| 8 \\ -32 \\ \hline 8 \\ -8 \\ \hline 0 \end{array}$$

Глава 20. Деление на многозначное число

— О-х-хонюшки! Ну и наделала я ошибок, — сказала Муми-мама.

Но в душе она была очень довольна.

(Если честно, то её ошибки были маленькой хитростью. На самом деле она умела очень даже ловко делить.)

$$\begin{array}{r} 7200 \quad | 60 \\ -60 \\ \hline 120 \\ -120 \\ \hline 0 \end{array}$$

— Была не была — делю в последний раз, — заявила Муми-мама.

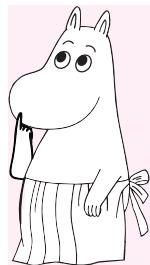
— Мама! Это жуть что такое! Ты опять ошиблась.

— Ах, верно. Должно быть 120. Пожалуй, я неуважительно отнеслась к разрядам частного. Да к тому же разумно было бы зачеркнуть по одному нулю в делимом и делителе прежде, чем делить...

Тут мама нежно-нежно посмотрела на своё Муми-дитя и спросила:

— А теперь ты можешь найти ошибку в заявке Снусмумрика?

— Теперь могу, — и Муми-тролль исправил заявку. — Бумажек в 1000 замориков — нуль. Не дотянул Снусмумриков капитал до тысячи, и сильно не дотянул. Бумажек в 100 замориков — всего одна, в 10 замориков — четыре, в 1 заморик — три.



Муми-папа восхищённо посмотрел на Муми-маму...



А Снорк решил, что ему пришла пора обнародовать свой реферат на тему «Деление десятичных дробей на многозначное натуральное число». Именно такой реферат поручил ему подготовить Ондатр.

— «Реферат — это такое сообщение на заданную тему, после которого всё становится ясным», — так было объяснено Снорку. Снорк встал в середине гостиной и затем заявил:

— Слушайте мой реферат:

«При сравнении деления десятичных дробей на однозначное натуральное число с делением десятичных дробей на многозначное натуральное число ничего нового не обнаружено».

— И всё? — спросили в гостиной хором.

— Все, — ответил Снорк, — проверяйте!

Глава 20. Деление на многозначное число

Все бросились проверять.

$$\begin{array}{r} \overline{3\ 7,1} \quad \left| \begin{array}{r} 5 \\ 7,4\ 2 \end{array} \right. \\ \underline{-3\ 5} \\ \underline{\quad 2\ 1} \\ \underline{-2\ 0} \\ \underline{\quad 1\ 0} \\ \underline{-1\ 0} \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{3\ 7,1} \quad \left| \begin{array}{r} 5\ 3 \\ 0,7 \end{array} \right. \\ \underline{-3\ 7\ 1} \\ \underline{\quad 0} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{1\ 9\ 4\ 2,4} \quad \left| \begin{array}{r} 3\ 2 \\ 6\ 0,7 \end{array} \right. \\ \underline{-1\ 9\ 2} \\ \underline{\quad 2\ 2\ 4} \\ \underline{-2\ 2\ 4} \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \overline{3\ 7,1\ 0} \quad \left| \begin{array}{r} 5\ 3\ 0 \\ 0,0\ 7 \end{array} \right. \\ \underline{-3\ 7\ 1\ 0} \\ \underline{\quad 0} \\ \hline \end{array}$$

Потом проверили ещё и умножением.

(Сделай то же самое, читатель.)

Появился вполне логичный вывод:

Деление десятичной дроби на многозначное натуральное число выполняется так же, как и деление натуральных чисел, но как только заканчивается деление целой части, в частном ставят запятую.

Книга между тем уже наполнилась записями. Всего в Книге 200 страниц. Заполненных к этому времени оказалось 174 страницы. Муми-тролль повычислял немного и сообщил, что осталось заполнить примерно 0,13 всех листов — и Книга будет закончена.

— Интересно, получим ли мы за это какое-нибудь вознаграждение? — спросил Снифф.

— Я думаю, что с вознаграждением всё будет в порядке, — ответила Муми-мама, — лично я вам устрою пир горой, обед будет только из третьего. Можно будет не умываться, не ложиться вовремя спать и всё такое прочее. Что ёщё?

— А лично я с удовольствием пожму всем вам лапы, — сказал Муми-папа.

Самое важное в этой главе

Деление десятичной дроби на многозначное натуральное число выполняется так же, как и деление натуральных чисел, но как только заканчивается деление целой части, в частном ставят запятую.

При делении часто возникают ошибки, поэтому нужно быть особенно внимательным.

ГЛАВА 21

ДЕЛЕНИЕ НА ДЕСЯТИЧНУЮ ДРОБЬ

Даже Ондатр и тот проявил интерес к предстоящему торжеству.

— Вы должны поставить много столов в самых неожиданных местах. А всех участников пира хорошо бы украсить праздничными бантами.

— Ах, милый Ондатр! Вы поразительно мудры и в житейских вопросах, — всплеснула лапами Муми-мама и безотлагательно принялась за изготовление бантов. У неё в шкафу обнаружилось 14 м розовой и 8,96 м голубой ленты.

— Хозяевам — розовые, гостям — голубые, — сказала мама и отправилась на поиски ножниц.

— А хватит ли на бантики? — осведомился Муми-папа.

— Обычно на бантик идёт 1 м, — сказала фрёкен Снорк, — то есть нам нужно 11 м розовой ленты, а у нас только 8,96 м. Можно сделать бантик в 80 см, но меньше, чем 0,8 м бант делать нельзя: не будет никакого вида.

— Значит, Муми-мама будет резать ленты на кусочки по 0,8 м, — сказал Муми-тролль.

— Если ей, конечно, удастся разыскать ножницы, — добавил Муми-папа. — Да! А сколько бантиков выйдет? Фрёкен Снорк, будь добра, раздели 89,6 на 8.

У фрёкен вышло 11,2.

— Выходит 11 бантиков. Только один из них будет побольше.

— А кому он достанется? — ревниво спросил Снифф.

— Мне кажется, что его нужно дать Муми-троллю, — выдала себя с головой фрёкен Снорк и буквально заалела.

— Почему это Муми-троллю? — возразил Хемуль. — А бедный, ни в чём не повинный коллекционер останется ни с чем?

— Тихо, тихо! — сказал Муми-папа. — Разве не ясно, что это Муми-мама должна решать, кому достанется самый большой бант.

Тут, кстати, нашлись ножницы, и Муми-мама вернулась в гостиную.

— Большой бант — фрёкен Снорк, — заявила она, — фрёкен будет выглядеть с ним очень мило.

— Стоп! Ошибка! — закричал Снорк. — Чтобы узнать, сколько будет бантов, надо было делить 8,96 на 0,8!

Глава 21. Деление на десятичную дробь

— Мы это и сделали, — успокоил всех Муми-папа, — только мы заменили деление 8,96 на 0,8 делением 89,6 на 8. Может быть, кто-нибудь думает, что нужно изобрести новый способ деления десятичной дроби на десятичную дробь?

Так никто не думал, потому что делить на 8 умели все.

— Но разве такие замены делать можно? — выразил общее сомнение Снусмумрик.

— Ну, конечно, — ответила Муми-мама, дорезая ленту. — Я это делаю очень часто. Помню, вы как-то отправились в гrot, а Ондатр решил провести день без пищи, для того чтобы отвлечься от суэты. Мы с Муми-папой собрались было завтракать. Я решила испечь 8 штук блинов — по 4 штуки каждому. Смотрю — на дороге показались Тофсла с Вифслой. Значит, думаю, завтракающих будет в два раза больше. Чтобы каждому всё равно досталось по 4 блина, придётся напечь их тоже в два раза больше — 16. Пока пекла, объявились Снифф, Снорк и Муми-тролль. Народу оказалось в четыре раза больше, чем сначала. Ну и блинов потребовалось тоже в четыре раза больше — 32. Зато каждому, как я и планировала вначале, досталось по 4 блина. Правда, завтрак несколько припоздал.

В задаче с бантиками увеличили 0,8 в 10 раз, получили натуральное число 8.

— А как ты, мамочка, догадалась, что именно в 10 раз? — спросил Муми-тролль. — Это после твоих-то ошибок?

— Ну, кто не ошибается, золотко моё! Вон даже Снусмумрик однажды ошибся в заявке, — скромно сказала Муми-мама. — Ты сам посмотри внимательнее на числа 8,96 и 0,8 — и поймёшь.

— А я уже вижу! Умножение на 10 переносит запятую на один знак вправо: $0,8 \cdot 10 = 8$, — обрадовался Муми-тролль. — Это выходит, что мы в десять раз увеличили делитель. Теперь во столько же раз увеличим делимое: $8,96 \cdot 10 = 89,6$, и тогда в результате деления получим то же число бантиков, что и при делении 8,96 на 0,8.

— Не мешает проверить, — бросил реплику мудрый Ондатр.

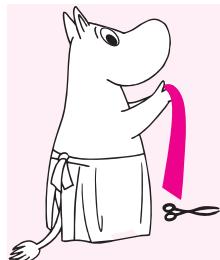
Пока проверяли, мама перешла к голубой ленте.



$$\begin{array}{r} 11,2 \\ \times 0,8 \\ \hline 8,96 \end{array}$$

Глава 21. Деление на десятичную дробь

— Кто сосчитает, сколько бантов по 0,8 м выйдет из 14 м? — спросил Муми-папа, внимательно глядя на Сниффа. Снифф без большого желания, но тем не менее верно произвёл вычисления по правилу Муми-мамы.



От него потребовали объяснений.

— Нужно заменить деление на десятичную дробь делением на натуральное число. Для этого делимое и делитель нужно увеличить в одно и то же число раз. При этом «одно и то же число раз» должно быть таким, чтобы делитель стал натуральным числом, — сказал Снифф. — Я увеличил делитель в 10 раз и не забыл то же самое проделать с делимым.

Ведь именно так поступает Муми-мама, когда ей приходится печь оладьи для новых гостей. И вот что у меня получилось: $14 : 0,8 = 140 : 8 = 17,5$.

— Между прочим, — добавил Снорк, — Муми-мамино правило неплохо объясняется с помощью запятой:

Чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно в записи делимого и делителя перенести запятую вправо на столько знаков, сколько их после запятой в делителе, а затем выполнить деление на натуральное число.

— Но у меня делимое 14. Никакой запятой в нём нет, — вскинул голову Снифф.

— Как, неужели ты до сих пор не умеешь представлять натуральное число в виде дроби? — удивился Снорк. — Можно же сделать вот так: $14 = 14,0 = 14,00 = 14,000 = \dots$

— А-а, — понимающе протянул Снифф и через несколько минут показал вычисления: $14 : 0,8 = 14,0 : 0,8 = 140 : 8$.

$$\begin{array}{r} 14\ 0,0 \quad |8 \\ -8 \qquad \qquad |17,5 \\ \hline 6\ 0 \\ -5\ 6 \\ \hline 4\ 0 \\ -4\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

— Итак, Снифф, ты научился делить и натуральные числа, и десятичные дроби на десятичную дробь, — с удовольствием сказал Ондатр.

— И где это мне пригодится? — деланно буркнул Снифф, втайне довольный собой.

— Помнишь, как мы делали полки? — сказал Муми-тролль. — Доску разделили на части

Глава 21. Деление на десятичную дробь

согласно количеству полок и получили длину одной полки. Потом отмеряли и отрезали.

— Теперь представь себе, — подхватил Снорк, — что необходимо сделать стеллаж высотой 1,356 м для книг такого же размера, как наша Книга. Сколько полок получилось бы в нём, если высота Книги 46,5 см? Задача похожа на задачу с бантиками. Понял, придира? — поинтересовался Снорк.

— Понял, понял. Пойду похвалюсь Алго, — сказал Снифф.

— А по дороге потренируйся в переносе запятой, могу дать тебе задачу, — крикнул ему вдогонку Снорк. Но Снифф проигнорировал задачу, и Снорку пришлось решать её самому. Вот эта задача:

$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 0\ 0 \quad | 1\ 2\ 5 \\ -1\ 2\ 5 \\ \hline 2\ 5\ 0 \\ -2\ 5\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1,5 : 0,125 = 1,500 : 0,125 = 1500 : 125.$$

Если число знаков после запятой одинаково в делителе и делителе, то запятая при делении просто отбрасывается.

— Может ли такое быть в жизни? — спросил Хемуль.

— Ну, например, 0,125 килограмма конфет стоят полторы марки. Поделив, узнаю, сколько стоит 1 килограмм конфет — 12 марок. 125 килограммов, которые в 1000 раз больше 0,125 килограмма, стоят в 1000 раз больше, то есть 1500 марок. $1500 : 125 = 12$ (марок).

— А что получится, если 0,125 разделить на 1,5? $0,125 : 1,5 = 1,25 : 15?$ — спросил Муми-тролль и начал рассуждать. — Если опять про конфеты, то узнаем, сколько килограммов конфет можно купить на марку.

Получилось, что на 1 марку можно купить приблизительно 0,083 кг конфет.

В это время Снифф хвастливо сообщил Алго про свои успехи в делении и про то, что ему лень делать эти нудные вычисления.

— Ну что же, вот тебе несколько устных примеров, — сказал Алго. — Зная, что $483 : 21 = 23$, найди частное без карандаша

$$\begin{array}{r} 1,2\ 5 \quad | 1\ 5 \\ -1\ 2\ 0 \quad | 0,0\ 8\ 3\ 3\ ... \\ \hline 5\ 0 \\ -4\ 5 \\ \hline 5\ 0 \\ \dots \end{array}$$

Глава 21. Деление на десятичную дробь

и бумаги:

$$48,3 : 21; \quad 48,3 : 0,0021; \quad 48,3 : 2,1;$$
$$4,83 : 2,1; \quad 48,3 : 0,21; \quad 0,483 : 0,21.$$

И Алго вместе со Сниффом пошёл в гостиную. Через некоторое время, когда задачи были решены, Алго записал свой алгоритм деления на десятичную дробь:

Чтобы разделить число на десятичную дробь, нужно:

- перенести запятую в записи делимого и делителя на столько знаков вправо, сколько их после запятой в записи делителя;*
- если знаков после запятой в записи делимого недостаточно, на место недостающих знаков поставить нули;*
- выполнить деление на полученное натуральное число.*

Похоже, что проблемы деления были решены. Муми-тролль взглянул на тоскующих Тофслу с Вифслой и спросил:

— Чья сегодня очередь играть с малышней?

Психологический комментарий

О свойствах внимания

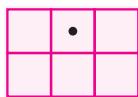
Действительно, какая полезная вещь — игры! — подумал Ондатр. — Вроде бы играешь, а на самом деле узнаешь кое-что о свойствах своего ума. Сейчас игры помогут нам разобраться с тем, что такое внимание.

Снусмумрик запустил лапу в чемодан и вытащил яркую карточку с названием игры.

Игра «Муха»

Проверяем способность к концентрации внимания.

Играют двое. Первому показывают такую картинку.



Точка — это муха, которая по команде может ползать в любом направлении. За один раз она перемещается только на один квадрат: вправо, влево, вниз, вверх, по диагонали вниз вправо, по диагонали вверх влево и тому подобное. Картиночку после показа обязательно убираем.

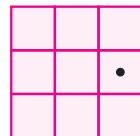
Глава 21. Деление на десятичную дробь

Второй играющий, держа картинку перед собой, диктует возможный маршрут движения мухи в течение двух минут (диктовать нужно чётко, без пауз).

Первый играющий в уме держит эту картинку и мысленно перемещает муху в зависимости от команды второго играющего.

Если первый играющий в конце игры указывает правильный конечный пункт прибытия мухи, то он выигрывает.

Игру можно усложнить, если муха будет двигаться по квадрату 3×3 .



Итак, **Внимание** — это способность сосредоточиваться на чем-либо (на определённом предмете, на каком-то своём действии). Можно сказать, что внимание — это способность сознательно контролировать себя в отношении того,

ЧТО
именно ты делаешь и
КАК
ты это должен делать.

О способности быть внимательным можно судить по основным свойствам внимания.

УСТОЙЧИВОСТЬ — это способность длительное время сосредоточиваться на каком-либо занятии (решении задачи, чтении главы этой книги).

ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕ — это перенос своего внимания с одного предмета на другой, умение быстро переходить от одного действия к другому.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ — это способность одновременно выполнять несколько действий.

КОНЦЕНТРАЦИЯ — это готовность удерживать напряжённое внимание на предмете или занятии, не отвлекаясь на помехи.

Самое важное в этой главе

Деление на десятичную дробь сводится к делению на натуральное число. Важно научиться управлять своим вниманием.

ГЛАВА 22

ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ И ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ

— Теперь мы знаем все действия, а вот попробуйте найти значение выражения, в котором они участвуют вместе.

Приготовьтесь записывать.

И Муми-тролль продиктовал:

«3,2 плюс 1,8 умножить на 5 минус 2,2».

Все склонились над своими листочками. Подошедший в это время Ондатр посоветовал Муми-троллю проверить, правильно ли записали пример.

При проверке оказалось:

у Муми-тролля: $3,2 + 1,8 \cdot 5 - 2,2$;
у Снорка: $(3,2 + 1,8) \cdot 5 - 2,2$;
у фрёкен Снорк: $(3,2 + 1,8) \cdot (5 - 2,2)$;
у Снусмумрика: $3,2 + 1,8 \cdot (5 - 2,2)$.

— А что это ещё за скобки? Зачем они здесь? — недоумённо спросил Муми-тролль.

— Муми-папа вчера рассказывал про них, когда вы с моей сестрой гуляли по Муми-долу, — скромно сказал Снорк, хотя в глазах у него прыгали бесенята.

Муми-тролль раздумывал, стоит ли ему обидеться на Снорка, а фрёкен показала брату язык. Но обоим было любопытно узнать, что такое рассказал про скобки Муми-папа. И они стали расспрашивать Снорка.

В числовом выражении без скобок сначала выполняют умножение и деление, а затем — сложение и вычитание слева направо. В числовом выражении со скобками сначала выполняют все действия внутри скобок.

— оттаратабанил Снорк.

Глава 22. Все действия с числами и дробями

— Зачем? — опять не понял Муми-тролль. — Ведь результат останется тем же.

— Ты изменил своему правилу всё проверять, Муми-тролль!

И Муми-тролль запыхтел над решением четырёх разных примеров. Причём начал с последнего: $3,2 + 1,8 \cdot (5 - 2,2) = 8,24$.

$$1) 5 - 2,2 = 2,8; \quad 2) 1,8 \cdot 2,8 = 5,04; \quad 3) 3,2 + 5,04 = 8,24$$

(*Убедись и ты, читатель, что результат может измениться, если поставить скобки.*)

Самое важное в этой главе

В числовом выражении без скобок сначала выполняют умножение и деление, а затем — сложение и вычитание слева направо. В числовом выражении со скобками сначала выполняют все действия внутри скобок.

Эпилог. Бал в Муми-доле

Муми-папа объявил начало бала и произнёс небольшую речь, в которой выразил благодарность всем изучившим десятичные дроби. Муми-мама выкатила тачку оладий. Все почувствовали себя непринуждённо, немного погодя веселье было в полном разгаре.

И тут-то Хемуль сообщил, что с его поясом произошло нечто странное. Он удлинился в левую от нуля сторону, и теперь там был длинный и абсолютно пустой кусок. Хемуль недоумевал.

— Для какой это надобности? — спросил он.

— Вот это вопросик! — сказал Снорк. — Действительно, почему числа у нас расположены правее нуля, а левее нуля разве нет чисел?

— Жалко, что нет Снусмумрика. Этот вопрос для него! — вздохнул Муми-тролль.

Ондатр собрался было возглавить работу по изучению поставленной проблемы. Но тут пал первый снег, скоро он превратил весь Муми-дом в пухлый сугроб. Пришло время зимней спячки. И в Книге появилась последняя запись:

«К О Н Е Ц»

Глава 22. Все действия с числами и дробями

Психологический комментарий

Вопросы для проверки понимания

Книга про десятичные дроби изучена. Чему ты только не научился вместе с обитателями Муми-дома! Ты понял, как найти длину шеста, как разрезать ленту на равные кусочки, как обменять марки на заморики, и, в конце концов, ты понял, что такая позиционная система счисления, натуральное число, десятичная дробь.... Стоп! А что такое «понял»? Что значит «понять»?

Начинается процесс понимания с чувства непонятности. Когда человеку что-то непонятно, у него возникают вопросы. Наличие вопросов и является первым признаком работы мысли и началом понимания.

Среди множества вопросов можно выделить наиболее важные для усвоения каждого нового понятия.

Вот они, эти главные вопросы.

ПОЧЕМУ возникла необходимость в использовании данного понятия? Зачем нам понадобилось это понятие?

КАК это понятие связано с уже имеющимися у тебя знаниями? На какие привычные представления, какие практические ситуации можно опереться при его изучении?

КАКИМИ словами можно обозначить соответствующее понятие?

КАК «выглядит» это понятие? Какие образы можно использовать для того, чтобы наглядно либо мысленно увидеть его содержание?

КАКИЕ отличительные признаки у данного понятия? Какие из них являются наиболее важными и почему?

КАК это понятие связано с другими математическими понятиями? А так же с понятиями из разных областей знаний?

КАКИЕ практические проблемы можно решать, используя данное понятие?

ЧТО нового можно узнать об этом понятии, если заглянуть в будущее?

МОЖЕШЬ ли ты оценить собственное знание об изучаемом понятии? Например, что ты уже знаешь о десятичной дроби, что ты пока ещё не знаешь и что тебе предстоит о ней узнать?

Конечно, никогда и ничего нельзя понять сразу и полностью.

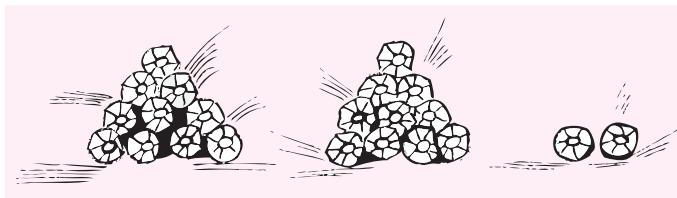
Усваивая новые знания и исследуя окружающий мир, человек получает удовольствие от самого процесса познания.

Желаем тебе удачи на этом пути!

ПРАКТИКУМ

Натуральные числа

1. Камни пересчитали и их число записали тремя способами:



				Всего
a)	X	X	II	XXII;
б)	10	10	2	22;
в)	20 ₅	20 ₅	2 ₅	42 ₅ .

- 1) Меняется ли значение цифры X в зависимости от места, которое она занимает в записи числа XXII?
- 2) Меняется ли значение цифры 2 в зависимости от её позиции (места) в записи числа 22?
- 3) Какие из записей являются *позиционными*?
- 4) Сделайте рисунки, если:
 - а) количество камней, записанное в *римской системе счисления*, равно IX;
 - б) количество камней, записанное арабскими цифрами в *десятичной системе счисления*, равно 19;
 - в) количество камней, записанное в *пятеричной системе счисления*, равно 34₅.
- 5) Верно ли, что числа, которые используют для пересчёта отдельных предметов, называют *натуральными числами*?

Как вы думаете, почему некоторые слова в этом задании выделены?

2. Цифры, употребляемые нами для обозначения чисел, называются арабскими. Греки и римляне употребляли для изображения чисел буквы своего алфавита. Была своя система записи чисел и у славян. В славянской нумерации над буквами славянского алфавита, которые должны были изображать числа, ставился

Практикум

особый знак — «титлó». Если число записывалось двумя или тремя буквами, то титло ставилось над одной из букв.

Á	В	Г	Д	Е	Ѕ	З	Й	Ф
аз	вéди	глаголь	добрó	есть	зелó	земля	йже	фитá
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Í	Ї	Ї	М	Н	Ѣ	Ѡ	Ѱ	Ч
и	кáко	дíоди	мыслéте	наш	кси	он	покóй	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
Р	С	Т	Ү	Ф	Х	Ѱ	Ѡ	҃
рцы	слóво	твéрдо	ук	ферт	ха	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Вот примеры записи чисел, меньших 1000, в славянской системе счисления:

$$\text{КЕ} = 25; \quad \text{ФПИ} = 588; \quad \text{СОС} = 276.$$

- 1) Запишите в этой же системе счисления числа: 252; 354; 78; 23; 199.
- 2) Прочитайте числа ТНЕ; ЧА; ЩЧФ; РІД.

① 3. В римской системе счисления используются такие цифры:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Когда написано несколько римских цифр рядом, то число, обозначаемое ими, читается по следующим правилам:

- Если цифра с большим значением стоит слева от цифры с меньшим значением, то их значения складываются.
- Если цифра с меньшим значением стоит слева от цифры с большим значением, то из большего значения вычитается меньшее. При этом меньшая цифра не должна повторяться.
- Если рядом стоят две одинаковые цифры, то их значения складываются.
- Одна и та же цифра может быть написана подряд не более трёх раз.

Например, число 6 запишется так: VI ($V + I$);

число 4 так: IV ($V - I$);

число 161 так: CLXI;

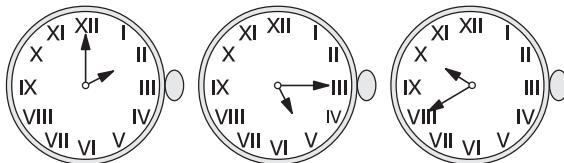
$CCLXXXIII = 200 + 50 + 30 + 3 = 283$;

Практикум

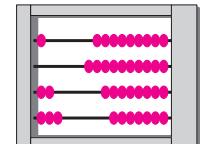
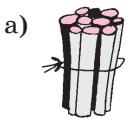
$$\text{XLIX} = 50 - 10 + 10 - 1 = 49.$$

- 1) Запишите в римской системе счисления число: а) 12;
 б) 18; в) 151; г) 91; д) 1147.
 2) Прочтайте и запишите арабскими цифрами число: а) LX;
 б) XL; в) LXXII; г) XXXIV; д) CCX.

① 4. Перед вами циферблаты часов.

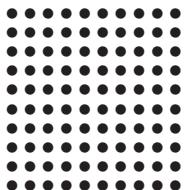


- 1) Запишите время, которое показывают эти часы.
 2) Нарисуйте положение стрелок на часах с римскими цифрами, чтобы часы показывали: а) 2 ч 15 мин; б) 3 ч 30 мин; в) 12 ч.
① 5. 1) Запишите число, месяц и год рождения соседа по парте римскими цифрами.
 2) Сколько глав в книге, если предпоследняя глава имеет номер XVIII? Дайте ответ в римской и десятичной системах счисления.
① 6. Какими из чисел: 15; 123; 237; 1023 вы подпишете рисунки?



Какое число останется? Запишите его с помощью римских цифр.

① 7.1) Рассмотрите рисунок:



$$100 \\ 1 \cdot 100 \\ 1 \cdot 10^2$$



$$+ \\ 3 \cdot 10 \\ 3 \cdot 10^1$$



$$+ \\ 7 \cdot 1 \\ 7 \cdot 10^0$$

Практикум

Установите связь между рисунком и подписями к нему. Объясните, как составлены суммы.

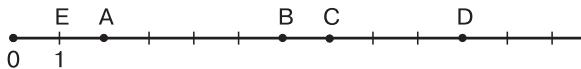
2) Представьте в виде таких же сумм следующие числа:

$$48; \quad 232; \quad 300; \quad 1573; \quad 2000; \quad 42\,300.$$

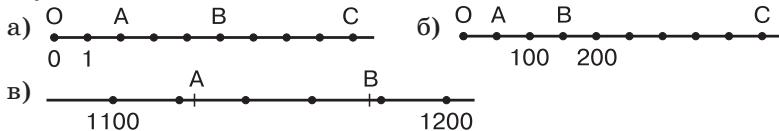
Начертите таблицу разрядов и занесите в неё данные числа.

- ① 8. Занесите в таблицу разрядов числа:
а) $700 + 70 + 7$; б) $900 + 1$;
в) $1 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 0$; г) $2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 3$.
- ① 9. Можно ли получить 370 р.: а) только сотнями? б) только десятками? в) сотнями и десятками? Сколько купюр понадобится в каждом случае?
- ① 10. Сколько и каких разрядных единиц содержится в числе:
а) 4113; б) 4105; в) 8205?
- ① 11. Изменится ли двузначное число, если а) к нему приписать два нуля слева; б) к нему приписать два нуля справа; в) между двумя его цифрами вписать два нуля; г) поменять местами его цифры?
- ① 12. В результате вычислений на калькуляторе получилось число:
а) 1 111 112; б) 78 978 987. Прочтите это число.
- ① 13. 1) Запишите цифрами число: а) восемьдесят две тысячи триста один; б) сто две тысячи пятьсот сорок; в) четыре тысячи двенадцать; г) тридцать пять тысяч сорок восемь; д) пятнадцать миллионов; е) тридцать миллионов семь; ж) 24 тыс.; з) 210 млн; и) 1105 тыс.
2) Запишите словами числительные, которые встречаются в тексте: а) вы можете потратить не более 533 р.; б) премия за отличную учёбу составила 1275 р.; в) на поездку не хватило 1762 р.
- ① 14. Сколько различных трёхзначных натуральных чисел можно составить из цифр: а) 3, 0, 7; б) 1, 9, 8? Запишите в каждом случае наименьшее число.
- ① 15. Запишите для каждого из чисел 3010; 757; 1000; 4900; 9899; 409; 1 а) непосредственно следующее за ним натуральное число; б) непосредственно предшествующее ему натуральное число. Во всех ли случаях вам удалось найти такое натуральное число?

16. Расположите числа в порядке возрастания:
 а) 101; 110; 1101; 1001; 1110; 1010; 1100;
 б) 98; 89; 989; 899; 889; 998; 999;
 в) 57; 75; 77; 55; 5757; 7557; 7575; 7777; 5578.
17. Запишите число, содержащее столько цифр, сколько вам лет, и прочтите его.
18. Выпишите все числа, меньшие 1000, запись которых содержит только цифры 1 и 2. Расположите эти числа в порядке убывания. Сколько таких чисел получилось?
19. 1) Постройте числовой луч. Изобразите на нём точки, соответствующие числам: 3; 8; 10.
 2) Рассмотрите рисунок и назовите числа, соответствующие точкам A , B , C , D .

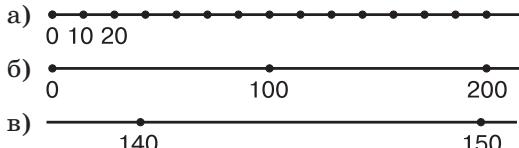


20. Запишите числа, соответствующие точкам A , B , C на числовой луче:



Обратите внимание, что в случае в) начало числового луча — точка O — находится за пределами рисунка.

21. Какая из точек — $A(19)$ или $B(29)$ — расположена на числовой линии ближе к точке $C(23)$?
22. 1) Найдите точки, которые удалены на 7 единиц от точки $A(13)$ на числовой линии. Сколько таких чисел?
 2) Найдите несколько пар точек, имеющих координатами натуральные числа, равноудалённые от точки $A(17)$ на числовой линии. Сколько таких пар? Сделайте рисунок.
23. Какое число, составленное из цифр 5, 3, 7, 1, ближе всего к числу: а) 5348; б) 1721; в) 3544?
24. Найдите на числовой линии точку с координатой 143:



Практикум

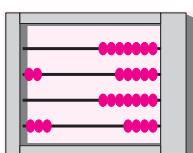
- II 25. Отметьте на числовом луче точки, соответствующие числам:
а) 9; б) 12; в) 834; 830; г) 8 тысяч.

Различные позиционные системы счисления

- О 26. 1) Коле потребовалось пересчитать чёрточки. Он сделал рисунки и записал результат: 123_5 . Не ошибся ли Коля? Запишите данное число в десятичной системе счисления.

- 2) Сделайте рисунок к числу и запишите его в десятичной системе счисления: а) 132_5 ; б) 110_5 ; в) 100_5 .

- 3) Сделайте рисунок к числу и запишите его в пятеричной системе счисления: а) 31; б) 40.



- ① 27. 1) Запишите отложенное на счётах число:
а) в той системе счисления, в которой эти счёты действуют; б) в десятичной системе счисления; в) в римской системе счисления.

- 2) В одной стране для записи чисел в позиционной системе счисления придумали только пять цифр, причём необычных:

○ □ △ ▲ ▱

Этими цифрами записаны пять чисел

△□; |△○; △△○○; □△○○; □□|△.

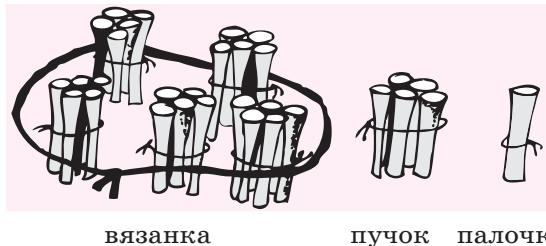
Эти же числа (но в другом порядке) в римской системе счисления записываются так: DCVIII; XIX; DL; CDXXV; XL.

- а) определите, какое число записывается каждой «необычной» цифрой, и найдите основание системы счисления;
б) запишите «необычными» цифрами числа 361 и 978 в этой системе счисления;
в) запишите в десятичной системе счисления число

△△○□△

Практикум

- I** 28. Записи 2^2 , 3^2 , 5^2 означают пучки второго сорта; записи 2^1 , 3^1 , 5^1 означают пучки первого сорта; записи 2^0 , 3^0 , 5^0 означают пучки нулевого сорта.

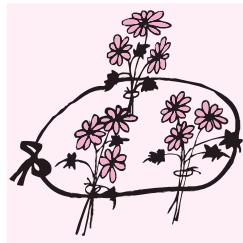


Когда Миша рисовал букет для мамы, он очень хотел, чтобы мама увидела: он хорошо понял, что такое пучок первого и пучок второго сорта.

1) Как бы вы подписали его рисунок?

2) Попробуйте нарисовать своей маме такой букет её любимых цветов, чтобы его можно было подписать: $4^2 + 4^0$.

3) Сколько цветов будет на рисунке с подписью: 3^2 ; 3^3 ; 6^2 ?



- I** 29. 1) Проанализируйте запись:

$$234_5 = 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 2 \cdot 25 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 1 = 50 + 15 + 4 = 69.$$

Объясните, как удалось перейти от записи числа в недесятичной системе счисления к записи этого же числа в десятичной системе счисления.

2) По аналогии заполните пропуски так, чтобы равенство было верным.

a) $110_3 = 1 \cdot 3^2 + \dots + 0 \cdot 3^0 = 1 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + \dots = \dots;$

b) $2321_4 = 2 \cdot 4^3 + 3 \cdot \dots + \dots \cdot 4 + \dots = 2 \cdot 64 + \dots + 8 + 1 = \dots;$

v) $\dots_6 = \dots \cdot 6^3 + 5 \cdot \dots + 0 \cdot 6^1 + 3 = 2 \cdot \dots + 5 \cdot 36 + 0 \cdot 6 + 3.$

- II** 30. 1) Верно ли, что:

a) $20_8 < 20$; б) $20 < 19_{12}$; в) $20_8 < 19_{12}$; г) $21_8 < 20_{12}$?

2) Сравните числа в каждой паре:

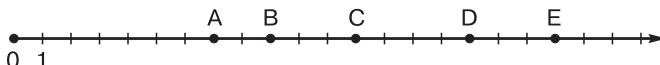
a) 9 и 14_5 ; б) 14_5 и 31_5 ; в) 9 и 31_5 ;

г) 34_5 и 110_3 ; д) 110_3 и 19 ; е) 34_5 и 19 .

- II** 31. 1) Отметьте на числовом луче точки, соответствующие числам: 10_5 ; 13_5 ; 10_{10} ; 23_5 ; 32_5 ; 11_5 ; 13_{10} ; 17_{10} . Сколько различных точек получилось?

Практикум

- 2) Запишите координаты точек A , B , C , D , E : а) в десятичной системе счисления; б) в пятеричной системе счисления; в) в троичной системе счисления.



- II 32. Найдите для каждого из чисел 22_3 ; 24_5 ; 36_8 ; 198_{12} число:
а) следующее за ним в указанной системе счисления;
б) предшествующее ему в этой же системе счисления.
- I 33. Число 3001_5 можно прочитать так: три единицы четвёртого разряда и единица первого разряда в пятеричной системе счисления, а можно прочитать и так: три — нуль — нуль — один в пятеричной системе счисления.
- 1) Прочтите числа 101_7 ; 101_2 ; 62_8 ; 1024_5 двумя способами.
- 2) Запишите цифрами число: а) три — один — нуль в пятеричной системе счисления; б) два — семь — восемь в девятеричной системе счисления; в) три единицы пятого разряда, две единицы третьего разряда, восемь единиц второго разряда в десятичной системе счисления.

Викторина

- Какое число стоит на первом месте в натуральном ряде чисел?
- Существует ли последнее число в натуральном ряде чисел?
- На сколько единиц каждое натуральное число отличается:
 - от предыдущего, исключая единицу;
 - от последующего?
- Имеется последовательность чисел: 4; 7; 10; 13; ...
Догадайтесь, как составлена эта последовательность. Okажется ли в этой последовательности число 39?
- Как изменится число, если к его записи приписать:
 - один нуль;
 - два нуля;
 - шесть нулей?С какой стороны вы приписывали нули: справа или слева?
- Как изменится число, если к нему прибавить нуль?
- Как изменится число, если в его записи отбросить:
 - нуль, если он есть;
 - два нуля, если они есть;
 - шесть нулей, если они есть?
- Как изменится число, если из него вычесть нуль?

Практикум

9. Дома на улице пронумерованы в одиннадцатеричной системе счисления. Винни Пух вышел из дома № 6 и отправился на новоселье к Пятачку в дом № 19 по той же стороне.
Через сколько домов от Винни Пуха живёт Пятачок?
10. В какой системе счисления у квадрата 100 сторон? Сколько сторон в этой системе счисления у треугольника?
11. На пьедестале памятника «Медный всадник» в Санкт-Петербурге высечена дата его установки: MDCCCLXXXII. Кому установлен этот памятник и в каком году?
12. Сколько различных двузначных чисел можно написать десятью цифрами?
13. С помощью цифр 0; 1; 9 составьте всевозможные трёхзначные числа и расположите их в порядке убывания (цифры в числе не должны повторяться). Сколько чисел у вас получилось?
14. У мальчика от покупки остались три монеты разного достоинства, всего на сумму 16 р. Какого достоинства каждая монета?
15. Что больше: единица третьего разряда четверичной системы счисления или единица чётвёртого разряда троичной системы счисления?
16. Вы записали в десятичной системе счисления все двузначные натуральные числа. Какую из цифр вы при этом использовали:
а) наибольшее число раз; б) наименьшее число раз?
17. Сколько имеется трёхзначных чисел, сумма цифр которых равна: а) 1; б) 2; в) 3?
- Выберите в каждом случае наибольшее и наименьшее число.
18. Из спичек составлено неверное равенство

$$VI - IV = XI$$

Как получить верное равенство, переложив:
а) одну спичку;
б) две спички?

19. Из спичек сложено число:



Не изменяя количества спичек, уменьшите число в 3 раза.

Практикум

20. Сколько и каких чисел в римской системе счисления можно записать, используя только 3 спички?
Запишите эти числа в порядке возрастания.
21. Запишите число «тридцать» так, чтобы оно при отражении в зеркале не изменяло своего значения.
22. Во сколько раз уменьшится число $212\ 000_3$, если отбросить справа: а) один нуль; б) три нуля?

Десятичные дроби

34. Рассмотрите таблицу разрядов.

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы	Запятая	Десятые	Сотые	Тысячные	Десятитысячные
	4	0	0					
		4	0					
			4					
				0	,	4		

Какую закономерность в заполнении строк таблицы вы заметили? Для чего нужна в таблице запятая?

В таблице есть число, которое не является натуральным. Число 0,4 — *десятичная дробь*, читается: нуль целых четыре десятых. Объясните, как появилось это число в таблице разрядов?

Как бы вы заполнили следующие, пустые строки таблицы?

Какие числа в этой таблице являются *натуральными*? Какие числа являются *десетичными дробями*? В каких ситуациях вам встречались десятичные дроби? Составьте предложения о натуральных числах и десятичных дробях, используя подчёркнутые слова и словосочетания.

35. Уже 1600 лет назад десятичные дроби использовались в Древнем Китае. Основной мерой длины там была мера чи.

Другие, более мелкие мерки строились таким образом, чтобы каждая последующая равнялась одной десятой части предыдущей.

Практикум

В этой системе значение цифры зависело от её места, то есть система являлась позиционной. Каждый разряд имел определённое название, связанное с мерой длины.

Например, число 2,437856 представлялось так:

2 чи, 4 цуня, 3 доли, 7 порядковых, 8 шерстинок,
5 тончайших, 6 паутинок.

1) Запишите, используя таблицу, следующие числа арабскими цифрами: а) 3 чи, 1 цунь, 5 долей, 6 порядковых, 7 шерстинок, 1 тончайшая, 2 паутинки; б) 7 чи, 3 цуня, 7 порядковых, 3 тончайших, 4 паутинки.

2) Перепишите дроби, используя названия разрядов, принятые в Древнем Китае:

4,15438; 0,43915; 2,43005; 0,00503.

Еди-ница	Деся-тая	Сотая	Тысяч-ная	Десяти-тысячная	Стоты-сячная	Миллион-ная
Чи	Цунь	Доля	Поряд-ковая	Шерстин-ка	Тончай-шая	Паутин-ка

① 36. Используя справочную литературу, заполните пропуски.

Фут	$\approx 30,479$ см	Унция	$\approx 28,35$ г
Ярд		Русский фунт	$\approx 0,454$ кг
Дюйм	$\approx 2,54$ см	Пинта	
Миля		Галлон	$\approx 4,55$ литра
Лье		Гран	$\approx 0,0648$ г
Верста	$\approx 1,0668$ км	Стоун	≈ 14 фунтов
Сажень	$\approx 2,1336$ м	Пуд	
Сотка		Лот	
Аршин		Золотник	$\approx 4,26575$ г
Четверть		Доля	
Вершок		Десятина	$\approx 1,09254$ га

① 37. 1) Рассмотрите рисунки. В каком случае выделено три четвёртых отрезка? Подпишите рисунки.

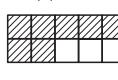
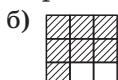
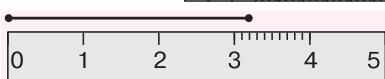
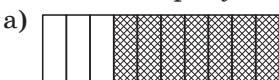


Практикум

2) Начертите отрезок, круг, прямоугольник. Закрасьте:

- а) пять восьмых круга; б) четыре десятых прямоугольника.

3) На каком из рисунков закрашено семь десятых фигуры?



- 4) а) Запишите длину отрезка в сантиметрах. б) Начертите отрезок длиной 1,8 см.

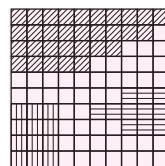
① 38. 1) Какая часть фигуры закрашена?



2) Изобразите: а) 0,9 полоски; б) 1,1 полоски; в) 1,5 полоски; г) 2,0 полоски.

① 39. 1) Какая часть квадрата закрашена: а) косями полосками; б) вертикальными полосками; в) горизонтальными полосками?

2) Какая часть квадрата: а) закрашена; б) не закрашена?



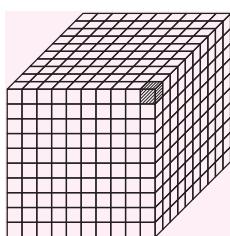
① 40. Начертите квадрат, вдоль стороны которого укладывается ровно 10 клеточек. Разделите его на 10 равных частей.

Закрасьте: а) 0,1 часть квадрата; б) 0,3 части квадрата.

Можно ли закрасить 0,01; 0,03; 0,05 квадрата?

Если да, то что следует для этого сделать?

① 41. Вдоль ребра куба укладывается ровно 10 клеток.



1) Сколько маленьких кубиков (с ребром в одну клетку) поместится в этот куб?

2) Какую часть от всего куба составляет: а) один маленький кубик; б) три маленьких кубика?

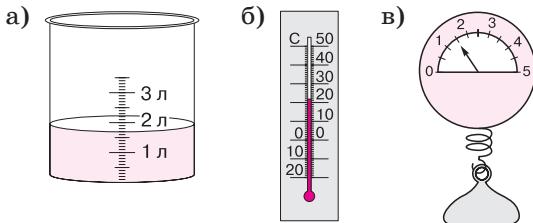
3) Сколько маленьких кубиков составляют: а) 0,001 часть куба; б) 0,01 часть куба; в) 0,1 часть куба; г) 1 целую часть куба?

4) Закрасьте: а) 0,1 часть куба; б) 0,02 части куба; в) 0,003 части куба; г) 0,013 части куба.

Практикум

5) Верно ли, что 0,02 куба меньше 0,013 куба? Верно ли, что 0,1 куба больше 0,01 куба в 10 раз? Какая часть куба в 100 раз меньше 0,1 куба?

① 42. 1) Запишите показания приборов.



2) Сделайте рисунки, которые иллюстрировали бы числа 37,2; 2,5; 36,6; 1,9.

① 43. 1) Разместите числа 0,05; 0,002; 95; 9,5; 0,95; 0,095; 2,222; 0,905 в таблице разрядов и прочитайте их.

Целая часть			запятая	Дробная часть		
Сотни	Десятки	Единицы		Десятые	Сотые	Тысячные
	1	3	,	0	1	2

2) Укажите для каждого числа из таблицы разрядов высший (старший) и низший (младший) разряды.

3) Назовите младший и старший разряды для следующих чисел: 12,7; 0,03; 237,6; 0,12135; 0,140; 0,63004; 25,07. Прочтите эти числа.

① 44. Прочтите десятичные дроби на дорожном знаке, этикетке и чеке.



Ангстрем Йоге	▪ 15.30
молоко З	▪ 12.20
Зел. горошек	▪ 15.50
ФРУТТИС 8% в	▪ 22.20
ИТОГ	▪ 65.20
НАЛ	▪ 10.0.00
СДАЧА	▪ 34.80

Опишите несколько ситуаций, где используются десятичные дроби.

Практикум

- ① 45. Назовите младший разряд числа, если известно, что оно имеет после запятой: а) три десятичных знака; б) один десятичный знак; в) пять десятичных знаков.
Приведите примеры таких чисел.
- ① 46. Запишите цифрами числа: одна тысяча десять; сто один; десять тысяч пятьдесят три; тридцать тысяч двадцать; четыреста тысяч один; один миллион сорок три тысячи пятьсот; двадцать три миллиона четыреста тысяч десять; две целых одна сотая; триста одна целая двадцать три десятитысячных; четыре тысячи одна целая и одна десятая; пять тысяч трехста две целых сто три тысячных.
- ① 47. Назовите разряд числа, в котором записана цифра пять:
а) 5,25; б) 15,005; в) 502,5015; г) 50 154,053 565. Назовите для каждого из чисел целую часть; дробную часть.
- ① 48. Закончите предложения: в числе 63,70956 а) 6 единиц в разряде десятков, 3 единицы в разряде единиц, 7 единиц в разряде десятых,...; б) 6 десятков, 3 единицы, 7 десятых ...
в) 63 единицы, 70 сотых, ...
- ① 49. Объясните, как составлены равенства $0,83 = 0,8 + 0,03$; $2,6 = 2 + 0,6$. Составьте такие же равенства для чисел 15,012; 7,62; 0,012; 0,5.
- ① 50. 1) Сколько единиц в числе 36?
2) Сколько единиц в числе 3,6?
3) Сколько десятых долей: в единице; в 3 единицах; в числе 3,5?
4) Сколько сотых долей: в 2 единицах; в числе 5,4?
5) Сколько тысячных долей: в 6 единицах; в числе 3,156; в числе 2,2?
- ① 51. Заполните пропуски. Число 376,845 состоит из: ... сотен; ... десятков; ... единиц; ... десятых; ... сотых; ... тысячных; ... десятитысячных.
- ① 52. Записывая десятичную дробь шесть сотых, ученик ошибся и поставил 6 на одну позицию левее нужного места. Какую десятичную дробь он записал?
- ① 53. 1) Прочтите числа: 325; 14,5; 25,37; 003; 3,2; 0,32; 0,459.
2) Запишите и прочтайте числа: а) в 10 раз большие заданных; б) в 10 раз меньшие заданных; в) в 100 раз большие заданных; г) в 100 раз меньшие заданных.

Практикум

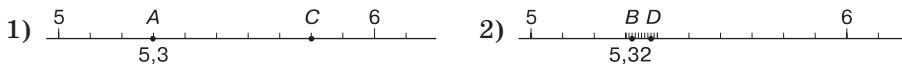
- 1** 54. В каждой из десятичных дробей 1,718; 124,37; 0,418; 0,16; 0,07; 0,516; 0,1 перенесите запятую на 2 знака: а) вправо; б) влево. Прочитайте получившиеся числа.
- 1** 55. Выразите:
- в метрах: 2 дм; 9 дм 3 см; 1 мм; 5 мм; 25 см; 3 м 4 дм; 0 м 4 дм; 0 м 5 дм; 1 м 5 дм 4 см; 14 м 5 дм 6 см; 14 м 3 см; 0,5 мм;
 - в килограммах: 357 г; 20,5 г; 5,1 т; 12,55 ц;
 - в кубических метрах: 4500 куб. см; 12 куб. дм; 6,7 куб. дм; 123,7 куб. дм;
 - в квадратных метрах: 90 а; 30 кв. см; 5,2 га; 20,7 кв. дм;
 - в рублях: 85 к.; 1 р. 40 к.; 3 червонца.
- 56.** Определите «на глазок» (не измеряя): а) размеры окна; б) площадь стола, стенки; в) объём комнаты. Проведите измерения и укажите размеры тех же предметов в метрах; квадратных метрах; квадратных дециметрах; кубических дециметрах.

Сравнение чисел

- 1** 57. Саша — 1,5 м; Вася — 0,99 м; Коля — 1,05 м; Миша — 1 м; Игорь — 1,2 м. Запишите имена мальчиков по порядку, в соответствии с их ростом.

Верно ли, что Коля *выше* Миши, но *ниже* Саши? Отметьте рост мальчиков на координатной прямой.

- 1** 58. На рисунке изображён фрагмент числового луча. Объясните, как найдены на нём точки, соответствующие десятичным дробям 5,3; 5,32. Запишите координаты точек *C* и *D*.



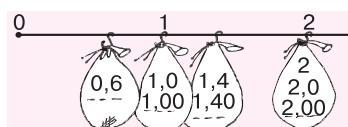
- 1** 59. Отметьте на числовом луче следующие точки: *A*(3); *B*(15,6); *C*(3,7); *D*(3,0); *E*(3,70).

1) Какие точки совпадают?

2) Какая из этих точек расположена правее всех остальных?

3) Какому из чисел, имеющих одинаковые целые части, соответствует точка, расположенная правее?

- 1** 60. 1) Рассмотрите рисунок и скажите, попадут ли следующие числа в «мешки»: 20,00; 200,5; 1,000; 1,04; 1,400; 0,60; 0,006.



Практикум

- 2) Какие ещё числа могут оказаться в этих «мешках»? Допишите несколько таких чисел в каждый мешок.
- 3) Можно ли числа из одного «мешка» переложить в другой?
- ❶ 61. 1) Какое из чисел $0,03; 0,003; 0,030; 0,0300$ является «лишним» в данном ряду?
- 2) Какие из данных чисел равны между собой?
- 3) Запишите несколько чисел, равных числу: 6,8; 0,2.
- ❷ 62. 1) Припишите к десятичным дробям справа нули так, чтобы число цифр после запятой стало у них одинаковым: а) 1,3; 5,34; 10,302; 0,4; б) 2,13; 0,0036; 4,32; 1,5.
- 2) Запишите натуральное число 5 с двумя знаками после запятой.
- 3) Какие из следующих десятичных дробей: 7; 2,1; 1200,1; 5,0; 0; 1,00 — являются записями натуральных чисел?
- ❸ 63. 1) Какие натуральные числа заключены между десятичными дробями: а) 1,7 и 5,2; б) 0,2 и 2,1; в) 0,002 и 4,6?
- 2) Не выполняя построений, установите, какому из двух чисел соответствует точка, расположенная на числовом луче правее: а) 2,7 или 1,99; б) 0,12 или 0,05; в) 3,8 или 3,80; г) 5,6 или 7,6.
- ❹ 64. 1) Запишите два дробных числа с различными целыми частями. Какое из них расположено на числовом луче правее? Какое из этих чисел больше?
- 2) Даны две пары десятичных дробей с одинаковыми целыми и разными дробными частями: 0,003 и 0,0029; 2,25 и 2,250. Какая из дробей (в каждой паре) расположена правее? Какое из чисел (в каждой паре) больше?
- ❺ 65. Изобразите на одном и том же луче отрезки, длины которых выражались бы числами 0,2; 0,6; 1; 1,5; 1,7; 2; 2,2. Как удобнее всего выбрать единичный отрезок, если работать на листе в клетку?
- ❻ 66. 1) Выпишите все десятичные дроби с одним знаком после запятой, расположенные между числами 2 и 3. Изобразите соответствующие точки на координатном луче. Какие из них ближе к 3? Какие ближе к 2?
- 2) Отметьте на числовом луче точки, соответствующие:
- а) всем натуральным числам, находящимся между десятичными дробями 3,5 и 4,2;

Практикум

- б) всем десятичным дробям с одним знаком после запятой, находящимся между числами 3,5 и 4,2.

Запишите координаты отмеченных точек.

- І 67. Сколько различных десятичных дробей с одним знаком после запятой, в записи которых цифры не повторяются, можно составить из цифр 1; 9; 8? Запишите наименьшую такую дробь.

- ІІ 68. Какие из следующих утверждений являются верными?

1) Из двух натуральных чисел больше то, у которого больше цифр в записи числа.

2) Из двух натуральных трёхзначных чисел с разным числом сотен больше то, у которого больше количество единиц в разряде сотен.

3) Из двух десятичных дробей больше та, в записи которой больше цифр.

4) Из двух десятичных дробей больше та, у которой больше натуральное число, записанное в целой части.

5) Из двух десятичных дробей больше та, у которой больше дробная часть.

6) Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше дробная часть.

7) Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше число в разряде десятых.

8) Из двух десятичных дробей с одинаковыми целыми частями больше та, у которой больше знаков после запятой.

Для неверных, с вашей точки зрения, утверждений приведите опровергающий пример.

- ІІ 69. Сформулируйте правила сравнения десятичных дробей.

- ІІ 70. Поставьте вместо * знак неравенства (равенства) так, чтобы получилось верное числовое неравенство (равенство):

а) 7,666 * 8,1; б) 267,385 * 90,3; в) 1,9 * 1,8888; г) 3,25 * 3,2500.

- ІІ 71. 1) Сравните:

а) 22 км и 2200 м; б) 0,3 т и 30 ц;

в) 7 га и 7000 кв. м; г) 1 куб. м и 1000 куб. см;

д) 3,43 м и 3430 см; е) 112 см и 12 дм;

ж) 10 ч и 1000 мин.; з) 1,5 суток и 30 ч.

2) а) 1 аршин и 1 ярд; б) 1 вершок и 1 дюйм;

в) 1 унцию и 1 фунт; г) 1 кварту и 1 пинту;

- ІІ 72. Расположите числа 2,4; 2,39; 2,2999; 2,7; 2,401; 2,390; 1,25; 0,13 в порядке возрастания. В полученной последовательности укажите: а) первое число; б) предпоследнее число.

Практикум

- II 73. Какие цифры нужно поставить вместо знака *, чтобы неравенство было верным:
а) $0,7 * 5 < 0,725$; б) $2, * 1 > 2,31$; в) $3, * 2 < 3,93$; г) $4, * 3 > 4,94$?
Какое из неравенств будет неверным при подстановке любой цифры?
- II 74. Запишите три десятичные дроби, расположенные между десятичными дробями 7,2 и 7,3 и содержащие: а) два десятичных знака; б) больше двух десятичных знаков.

Округление чисел

- III 75. Выберите правильный, с вашей точки зрения, вариант. Известно, что аршин составляет 0,711200 м, тогда:
а) 1 аршин $\approx 0,7$ м; б) 1 аршин $\approx 0,8$ м; в) 1 аршин ≈ 1 м.
- III 76. а) Округлите до единиц: 16,1; 16,7; 16,3; 16,9; 16,5.
б) Округлите числа: 1,86; 16,81; 16,82; 16,84; 16,85; 16,83; 16,87; 16,89; 16,893; 16,849 до десятых.
- III 77. Вставьте пропущенные цифры так, чтобы приближённое равенство стало верным:
а) $12 * \approx 120$; б) $427 ** \approx 42800$; в) $0, ** \approx 1$;
г) $31, * \approx 31$; д) $34, * 4 \approx 35$; е) $0, * 999 \approx 0$.
- III 78. Приведите примеры двух или трёх ситуаций, в которых проводится округление чисел.
- III 79. Определите разряд, до которого проведено округление.
а) $12\,534 \approx 13\,000$; б) $1,435 \approx 1,4$; в) $13,299 \approx 13$;
г) $13,299 \approx 13,30$; д) $2,056 \approx 2,06$; е) $162,0096 \approx 162,01$;
ж) $0,0096 \approx 0,01$; з) $0,071 \approx 0,1$; и) $345,27 \approx 35 \cdot 10$;
к) $0,0096 \approx 0$.
- III 80. Округлите до десятков числа 271,3; 145,48; 417,1; 1529; 6,99; 1400.
- III 81. Округлите числа:
а) 6,38; 6,32; 6,41; 6,46; 6,71; 6,29; 6,92 до единиц;
б) 6,38; 6,32; 6,41; 6,46; 6,71; 6,29; 6,92 до десятых.
- III 82. Округлите числа 15,025; 120,497; 4,3; 0,0082; 1929,97:
а) до единиц; б) до десятых; в) до десятков;
г) до сотых; д) до сотен; е) до тысячных;
ж) так, чтобы после запятой осталось три знака.
- III 83. 1) Округлите число 125 347 125 до:
а) сотен; б) тысяч;
в) сотен тысяч.

2) Верно ли что, если число округлить сначала до десятых, а затем полученное число до единиц или исходное число сразу округлить до единиц, то получится то же самое число? Проверьте утверждение для чисел 1,12; 2,78; 2,46.

84. Округлите до метров (рублей, килограммов):

- а) 7,5 м; б) 739 см; в) 32,4034 км; г) 3,7272 т;
- д) 43,51 кг; е) 4375 г; ж) 1,37 р.; з) 20,3 к.;
- и) 247,09 р.; к) 13,57 р.

85. С точностью до каких единиц измерения произведено округление:

- а) 7,3 т; б) 5,52 м; в) 4,0 дм; г) 7,00 дм; д) 0,4 г; е) 4,0 см?

86. 1) Английская мера веса 1 гран составляет 0,0648 г. Выразите 1 гран в граммах с точностью до: а) единиц; б) десятых; в) сотых; г) тысячных; д) десятитысячных.

2) Старинная русская мера длины 1 сажень составляет 2,1336 м. Выразите 1 сажень в метрах с точностью до: а) целых; б) десятых.

Сложение

87. Миша и Олег нашли на сквозь промокший листок с записями. Неизвестно чей он был: ни автора, ни оценки!

— Ну уж это не двойка, — сказал Миша. — Я вижу правильно решённый пример.

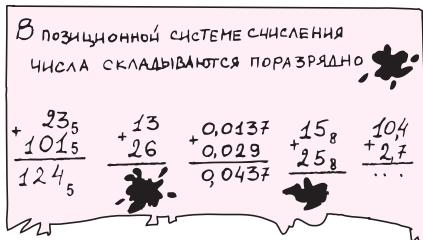
— И пятёрки здесь быть не могло, — заметил Олег. — Я вижу неправильно решённый пример.

Друзья стали сами всё проверять. При этом они обнаружили, что в двух примерах ответы различны по записи, но равны между собой.

Восстановите записи на листе, сформулируйте правила сложения натуральных чисел и десятичных дробей. Какие слова и примеры кажутся вам самыми важными для умения складывать натуральные числа и десятичные дроби?

88. Одна улитка отправилась в гости к своим друзьям. Ползла она целых два дня: в первый день она проползла 2538 мм за 7 ч 48 мин, во второй день — 1903 мм за 5 ч 24 мин.

Какое расстояние она проползла и за какое время?



Практикум

- ① 89. Заполните пропуски в таблице, где записано сложение двух чисел. (Стрелка показывает перенос из одного разряда в другой.)

Тысячи	Сотни	Десятки	Единицы		Десятые	Сотые	Тысячные
	5	9	3	,	7	8	2
9	0	1	3	,	6	1	0
			(1) ←		(10)		
			7	,	3		

- ① 90. Выполните сложение столбиком.

Группа А

$$\begin{array}{r}
 + 4 \ 2 \ 5 \\
 \hline
 1 \ 6 \ 3
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 3 \ 2 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 2 \ 7
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 2 \ 3,7 \ 5 \\
 \hline
 5 \ 4,1 \ 4
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 1 \ 0 \ 2 \\
 \hline
 0,4 \ 3 \ 9
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 9 \ 4,6 \\
 \hline
 5,2 \ 0 \ 7
 \end{array}$$

Группа Б

$$\begin{array}{r}
 + 4 \ 2 \ 5 \\
 \hline
 6 \ 9 \ 7
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 3 \ 2 \\
 \hline
 1 \ 0 \ 9 \ 8 \ 9
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 2 \ 3,7 \ 5 \\
 \hline
 9 \ 8,4 \ 5
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 1 \ 0 \ 2,0 \ 0 \ 3 \\
 \hline
 0,9 \ 9 \ 8
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 + 9 \ 4,6 \\
 \hline
 5,7 \ 0 \ 2
 \end{array}$$

Выясните, чем отличается группа А от группы Б.

- ① 91. 1) Некто сложил числа 4,27 и 37,493. Можно ли утверждать, что он складывал числа поразрядно? Сложите: а) 4,207 и 60,97; б) 92 тысячи и 8,8; в) 0 целых 5 десятых и 0 целых 6 тысячных.

$$\begin{array}{r}
 + 1 \ 2,3_5 \\
 \hline
 1,4_5 \\
 \hline
 1 \ 4,2_5
 \end{array}$$

2) Сформулируйте правило сложения дробей в пятеричной системе счисления, используя приведённый здесь пример. Проиллюстрируйте правило несколькими примерами.

$$\begin{array}{r}
 + 4,2 \ 7 \\
 \hline
 3 \ 7,4 \ 9 \ 3 \\
 \hline
 4 \ 1,7 \ 6 \ 3
 \end{array}$$

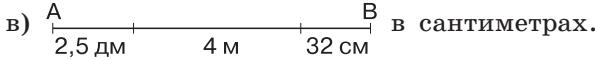
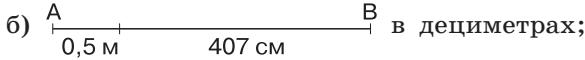
3) Придумайте примеры на сложение дробей в других системах счисления.

- ① 92. Вычислите:

$$\begin{array}{lll}
 \text{а)} & 2,34 + 36,15; & \text{б)} 0,62 + 0,1; \text{ в)} 9 + 2,3; \\
 \text{г)} & 2,310 + 19,897; & \text{д)} 2,78 + 0,22 \text{ е)} 15 + 0,08.
 \end{array}$$

Какие случаи сложения десятичных дробей вы бы выделили? Составьте аналогичные задания.

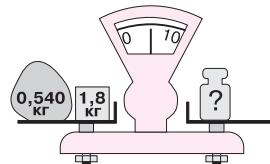
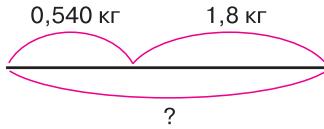
① 93. Найдите длину отрезка AB :



① 94. 1) Сравните текст, рисунок и краткую запись задачи.

«Одна упаковка весит 0,540 кг, вторая — 1,8 кг. Сколько весят обе упаковки вместе?»

$$\begin{array}{l} \text{I} — 0,540 \text{ кг} \\ \text{II} — 1,8 \text{ кг} \end{array}$$



Решите задачу.

2) Составьте задачу по краткой записи и решите её.

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad 103,5 \qquad \qquad \qquad 49,5 \\ \text{---} \qquad \qquad \qquad \text{---} \\ \text{?} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{б)} \quad \text{I} — 0,545 \leftarrow \\ \qquad \qquad \qquad \text{II} — \text{на } 0,32 \text{ больше, чем } \end{array}$$

① 95. 1) За яблоки заплатили 25,5 червонца, а за груши 32,8 червонца. Сколько червонцев заплатили за яблоки и груши вместе?

2) В одном куске было 16,25 м ситца, в другом — на 7,45 м больше. Сколько метров ситца во втором куске?

3) Ваня провёл за компьютером 1,5 ч до обеда и 45 мин после обеда. Сколько времени провёл Ваня за компьютером?

4) Чтобы добраться из города до озера, туристы прошли в первый день 14,3 км, а во второй день — 22,7 км. Какой путь прошли туристы от города до озера?

① 96. 1) Чтобы попасть из города M в город N на автомобиле, нужно проехать 70 км. Некто проехал 27 км.

Верно ли, что ему осталось проехать 43 км?

Сколько километров осталось до города N , если уже пройдено: 31 км; 34,5 км?

Сколько вы уже проехали, если до города N осталось: 29 км; 17,5 км?

Практикум

2) Какой вопрос был поставлен в задаче, для решения которой были сделаны следующие записи:

a) $70 - 49 = 21$; б) $70 - 49,75 = 20,25$

$$\begin{array}{r} 70 \\ - 49 \\ \hline 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 70,00 \\ - 49,75 \\ \hline 20,25 \end{array}$$

Проверка:

$$21 + 49 = 70;$$

$$70 = 70.$$

Проверка:

$$20,25 + 49,75 = 70;$$

$$70 = 70.$$

① 97. Проверьте, правильно ли выполнено вычитание в таблице разрядов.

$$\begin{array}{r} 4|3|7|1|4 \\ - |1|,0|5| \\ \hline 4|2|,6|6|4 \end{array}$$

98. Составьте задачу на вычитание.

① 99. Выполните вычитание:

1) $\begin{array}{r} 746 \\ - 242 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 2476 \\ - 352 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 19,76 \\ - 13,54 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 102,439 \\ - 0,035 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 57,803 \\ - 6,4 \\ \hline \end{array}$

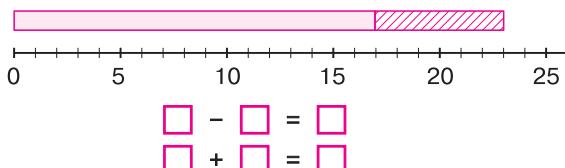
2) $\begin{array}{r} 745 \\ - 265 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 2006 \\ - 577 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 100,4 \\ - 2,035 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 102 \\ - 0,72 \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{r} 57,803 \\ - 6,9 \\ \hline \end{array}$

Выясните, чем отличаются две группы примеров.

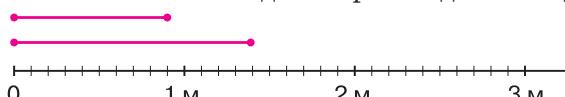
① 100. Вычислите:

а) $47,93 - 4,79$; б) $147,001 - 84,05$; в) $0,1 - 0,0073$;
г) $9 - 2,3$; д) $1000,7 - 97$; е) $9,743 - 2,743$.

① 101. 1) Заполните пустые квадратики, используя рисунок.

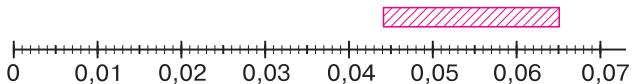


2) Найдите длину каждого отрезка. Какова длина двух отрезков вместе? На сколько один отрезок длиннее другого?

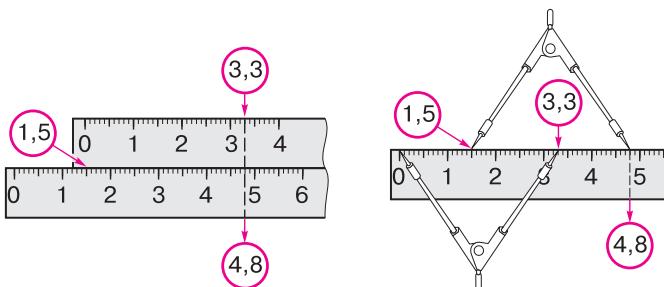


Практикум

3) Укажите длину прямоугольника в единичных отрезках, используя числовой луч.



102. Алго сделал из обычной линейки прибор для приближённого вычисления суммы и разности.



Придумайте и сделайте свой прибор и с его помощью найдите значения следующих числовых выражений:

- а) $2,3 + 4,2$; б) $0,9 + 11,1$; в) $6,7 + 3,4$;
 г) $5,7 - 3,5$; д) $2 - 0,8$; е) $17 - 9,7$.

103. Найдите значение выражения с помощью рисунка:

- а) $3,4 + 1,2$; б) $0,8 - 0,45$; в) $0,35 + 0,7$;
 г) $5 - 1,2$; д) $98,4 + 1,4$; е) $100,3 - 2,4$.

Пример:

$$0,8 - 0,45 = 0,35.$$

(1) 104. Найдите значение разности $a - b$ при:

- a) $a = 1$ дес. 3 ед. 4 десятых 7 сотых, $b = 2$ ед. 5 десятых;
б) $a = 5$ ч 30 мин, $b = 3$ ч 45 мин.

105. Найдите неизвестное слагаемое и сделайте проверку:

Практикум

106. Найдите неизвестные вычитаемое или уменьшаемое и сделайте проверку:

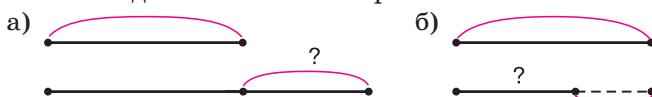
$$\text{a) } x - 756\,738 = 1\,000\,000; \quad \text{b) } c - 0,8001 = 0,0999; \quad \text{c) } 2,04 - y = 1,927.$$

107. 1) Масса тигра 267,6 кг. Это на 148,9 кг больше, чем масса страуса. Какова масса страуса?

2) Ваня едет до школы 1,5 ч, а Таня — на 25 мин меньше. Сколько минут тратит на путь до школы Таня?

3) За два дня туристы прошли 19,4 км. Сколько километров прошли туристы за второй день, если в первый день туристы прошли 8,5 км?

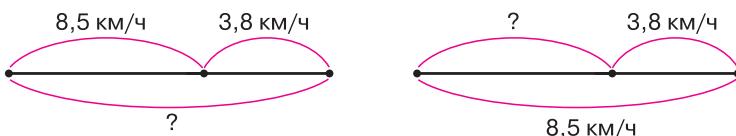
Для каких задач составлены краткие записи:



4) Скорость лодки в стоячей воде (собственная скорость лодки) 8,5 км/ч, а скорость течения реки 3,8 км/ч. С какой скоростью будет двигаться лодка:

а) по течению;

б) против течения?



5) Чему равна собственная скорость катера, идущего по течению со скоростью 17 км/ч, если скорость течения реки 2,4 км/ч? Сделайте рисунок к задаче. С какой скоростью катер будет идти против течения реки?

6) Чему равна скорость течения реки, если собственная скорость катера равна 17 км/ч, а скорость его по течению реки — 19,2 км/ч?

108. Проверьте вычисления:

а) $4,81 + 0,607 = 5,417$; б) $3,12 + 1 = 3,22$;
 в) $11,54 + 0,368 = 11,908$; г) $0,3 + 0,08 = 0,11$;
 д) $10,25 - 3 = 10,22$; е) $9,234 - 4,536 = 4,698$.

109. Найдите сумму:

а) $2,6 + 4$; б) $0,26 + 4$; в) $2,6 + 0,4$;
 г) $2,600 + 400$; д) $0,26 + 0,4$; е) $0,026 + 0,004$.

I 110. Найдите пропущенные в равенствах числа:

- а) $\dots + 7,86 = 9,7$; б) $0,785 + \dots = 2,2$;
 в) $216,3 - \dots = 21,63$; г) $5,017 - \dots = 3,88$.

II 111. Восстановите пропущенные цифры:

а) $\begin{array}{r} 6 * 7,5 * \\ + 3 * ; * 6 \\ \hline 7 2 9,4 7 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 3,* * 5 \\ + *,6 2 * \\ \hline 7,0 0 4 \end{array}$	в) $\begin{array}{r} * * * 1 \\ - 0,1 2 5 \\ \hline 0,8 7 6 \end{array}$
г) $\begin{array}{r} 3 7,* 0 2 \\ - *,3 * * \\ \hline * 8,1 9 4 \end{array}$	д) $\begin{array}{r} 3 * *,4 * \\ - * 4 3, * 2 \\ \hline 1 2 0,9 7 \end{array}$	

II 112. Представьте числа 642,8 и 8,426 в виде:

- а) суммы двух разных десятичных дробей;
 б) суммы двух одинаковых десятичных дробей;
 в) суммы натурального числа и десятичной дроби;
 г) разности десятичных дробей;
 д) разности натурального числа и десятичной дроби.

Представьте число 502,8345 в виде разности так, чтобы в уменьшаемом в разряде сотых стояла цифра 5.

I 113. Найдите разность:

- | | | |
|-------------------|---------------------|---|
| а) 9,21 – 1,964 | в) 1 – 0,3 | л |
| в) 165,2 – 58,72 | п) 2 – 0,3 | с |
| д) 9,8 – 0,057 | а) 45 – 10,15 | р |
| ж) 0,709 – 0,0468 | о) 3) 1 – 0,534 | е |
| и) 13,1 – 13,099 | ! к) 100 – 94,12589 | л |
| л) 23,01 – 19,478 | о) м) 19 – 18,62 | н |
| н) 7,25 – 6,893 | и) о) 10 – 3,4 | и |
| п) 125,4 – 124,93 | ж) р) 17 – 16,99871 | я |

Запишите результаты в порядке убывания. Под каждым числом подпишите соответствующую букву и прочитайте фразу.

I 114. Округлите сумму до целых, десятых, сотых:

- а) $0,1 + 0,239 + 0,17$; б) $15,27 + 0,033 + 6,5$.

I 115. Между какими двумя последовательными натуральными числами находится сумма:

- а) $7,02 + 6,7998$; б) $3,91 + 0,9894$;
 в) $40,6 + 0,0006$; г) $10,77 + 4,23$?

I 116. Не производя точных вычислений суммы $1,5702 + 2,13547$, исключите неверные ответы: 37,15671; 3,71567; 2,61504; 3,615047.

Практикум

II 117. Как бы вы стали проверять решение любого примера на сложение и вычитание? Окажутся ли полезными для вас такие советы:

- при сложении и вычитании в столбик сохраняйте позицию запятой;
- делайте проверку сложения перестановкой слагаемых, проверку вычитания — сложением;
- делайте приближённую оценку результата.

Что бы вы добавили к этим советам? В какой последовательности вы бы стали их применять?

I 118. Проверьте вычитание сложением:

- $15,32 - 4,14$; б) $34,5 - 16,32$; в) $45 - 10,15$;
- $0,2 - 0,193$; д) $125 - 124,93$; е) $0,1 - 0,0073$;
- $7,01 - 6,893$; з) $1 - 0,534$; и) $17,32 - 9$.

I 119. Заполните таблицу и проанализируйте результаты.

a	b	c	$a + b$	$b + a$	$(a + b) + c$	$a + (b + c)$
125	11	3				
12,5	1,1	0,3				
1,25	0,11	0,03				
14	0	8				
0	7,53	8,2				
0,121	12,35	631,1				
1	0,7	10				

Какие законы сложения натуральных чисел и десятичных дробей облегчают заполнение таблицы?

I 120. Вычислите:

- $1,8 + (6,6 + 2,2)$; б) $(3,18 + 5,67) + 4,82$;
- $34,8 + 75,1 + 65,2$; г) $2,34 + (7,81 + 13,56) + 2,19$;
- $41,5 + (20,7 + 18,5)$; е) $16,4 + (13,2 + 10,6) + 4,8$;
- $14,3 + 0,9 + 3,7$; з) $6,48 + 3,54 + 2,12 + 4,06$;
- $0,999 + 0,135496 + 1,9903 + 0,864504 + 0,001$.

I 121. Заполните пропуски:

- $0,1 + 0,2 + 0,3 + 0,4 + 0,5 + 0,6 + 0,7 + 0,8 + 0,9 = \square$;
- $0,99 + 0,88 + \square + \square = 2$; в) $0,99 + 0,88 + \square + \square = 2,2$;
- $9,9 + 8,8 + 2,2 + 1,1 + 1,02 + 2,01 = \square$;
- $999 + 888 + 777 + 666 + 555 + 444 + 333 + 222 + 111 = \square$.

122. Переставьте карточки так, чтобы получилось верное равенство:

$$\boxed{7} \boxed{3} - \boxed{2} \boxed{6} = \boxed{5} \boxed{8}$$

123. Квадратную таблицу называют магическим квадратом, если суммы чисел, стоящих в любом столбце, в любой строке и на любой диагонали имеют одно и то же значение.

Докажите, что перед вами магический квадрат.

0,8	0,7	1,2
1,3	0,9	0,5
0,6	1,1	1

$$\begin{array}{l} \boxed{\text{II}} + \boxed{\text{II}} = \boxed{\text{III}} \mid \\ 2_3 + 2_3 = 11_3. \end{array}$$

124. 1) Попробуйте составить таблицу сложения для троичной системы счисления, используя подсказку.

2) Составьте таблицу сложения для пятеричной системы счисления.

125. Выполните сложение и вычитание:

$$\begin{array}{r} + 3 \ 2 \ 4 \ 1_5 \\ \hline 1 \ 2 \ 0 \ 4_5 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 1 \ 0 \ 1_3 \\ \hline 1 \ 2 \ 1_3 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 1 \ 0 \ 1_2 \\ \hline 1 \ 1 \ 0_2 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 2 \ 4 \ 3 \ 1_5 \\ \hline 1 \ 2 \ 4 \ 3_5 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 2 \ 0 \ 1_3 \\ \hline 1 \ 1 \ 2_3 \end{array} \quad \begin{array}{r} - 1 \ 1 \ 0_2 \\ \hline 1 \ 0 \ 1_2 \end{array}$$

126. Восстановите пропущенные цифры в примере на сложение.

$$\begin{array}{r} 2 \ 1 * 0,2_3 \\ + * 1 \ 2 \ 1,2_3 \\ \hline 1 \ 2 * 0 \ 2,1_3 \end{array}$$

127. Учитель на вопрос, много ли у него в классе учеников, ответил: «В классе 100 детей, из них 25 мальчиков и 31 девочка». В какой системе счисления учитель дал ответ?

128. В какой системе счисления верно равенство:

a) $3+3=11$; б) $5+5=12$; в) $12+13=30$; г) $14+17=33$?

129. Ответьте на вопросы.

1) Какое число надо прибавить к числу 6,75, чтобы получить 13?

2) Какое число надо вычесть из числа 15,4, чтобы получить 7,47?

3) Как изменится сумма, если первое слагаемое увеличить на какое-либо число, а второе слагаемое уменьшить на это же число?

4) Когда разность двух чисел равна уменьшаемому?

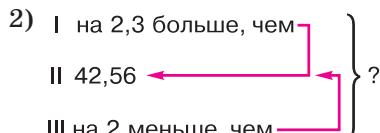
5) Когда сумма двух чисел равна одному из них?

6) Когда сумма двух чисел равна любому из них?

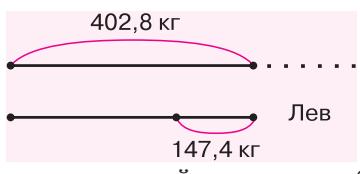
Практикум

7) Как изменится сумма двух чисел, если первое слагаемое увеличить на 7,4, а второе увеличить на 3,7?

① 130. Составьте и решите задачу по её краткой записи:



① 131. 1) Рост страуса 2,75 м. Слон выше страуса на 0,87 м. Определите рост жирафа, если в сумме рост страуса, слона и жирафа составляет 12,21 м. Составьте краткую запись условия задачи.



2) Бурый медведь весит 402,8 кг, а лев легче на 147,4 кг. Белый медведь весит столько же, сколько бурый медведь и лев вместе. Дополните краткую запись задачи и найдите массу белого медведя.

3) Морской кот имеет длину 1,08 м. Морская собачка короче его на 83 см и на 0,05 м длиннее морской лисички. Морской чёрт на 1,83 м длиннее морской лисички. Какова длина морского чёрта?

① 132. 1) Длина реки Енисей равна 4102 км, а длина Волги на 571 км меньше. Какова длина Волги?

2) Даны высоты известных гор:

Эльбрус	— 5,642 км;
Эверест	— 8,848 км;
Пик Победы	— 7,434 км;
Монблан	— 4,807 км;
Килиманджаро	— 5,895 км.

Используя эти данные, составьте задачу, решая которую, пришлось бы складывать и вычитать десятичные дроби.

3) Составьте различные задачи, используя слова и словосочетания: «разность», «больше на...», «меньше на...», «что меньше на ..., чем ...», «и это больше на ..., чем ...», и решите эти задачи.

Буквенные выражения и уравнения

133. Длина одного куска ткани 12,4 м, длина второго куска на 3,5 м меньше. Сколько метров в двух кусках вместе?

Что означают числовые выражения

$$12,4 - 3,5 \text{ и } 12,4 + (12,4 - 3,5)?$$

134. Прочтите числовое выражение и укажите порядок действий:

а) $(13,7 - 6,7) - 3,5$; б) $12,7 + (6,7 - 1,2)$;
в) $(12,3 - 7,3) + (5,3 - 1,09)$; г) $7,6 - 3,2 - 7,5$.

135. Запишите в виде числового выражения:

- а) к числу десять прибавить полтора и вычесть два;
б) к разности чисел 1,03 и 0,9 прибавить 0,1;
в) сумма, в которой первое слагаемое представляет собой разность чисел 777 и 77,7, а второе слагаемое есть сумма чисел 15,5 и 5,5;
г) разность, где вычитаемое есть 7,01, а уменьшаемое есть разность 9 и 1,09.

136. Найдите значение выражения:

- а) $6,2 + 0,43 - (5,14 + 0,09)$;
б) $13,8 + 9,1 - (5,9 - 3,8)$;
в) $12 - (0,2 + 3,28 + 6,78 - 1,2) + (3,9 - 2,7)$;
г) $1 + 0,156 - (0,72 - 0,376)$.

137. 1) Найдите значение выражения:

- а) $6,371 - 5,37$; б) $(8,2 + 2,95) - 10,1$;
в) $(7,6 + 2,88) - 7,6$; г) $4 + (1,22 - 0,8)$;
д) $48,569 - (26,233 + 12,336)$; е) $48,569 - (26,233 - 12,336)$;
ж) $(1,2543 + 3,7457) + (14,04 - 11,906)$.

2) Верно ли, что разность $127,93 - (4,503 + 0,0097)$ больше чем 120, но меньше чем 130?

3) Составьте выражение, значение которого: а) больше 1000, но меньше 10 000; б) больше 0,0001, но меньше 0,001.

138. Длина одного куска ткани 12,4 м. Длина второго куска на некоторое число меньше. По этим данным были составлены выражения:

а) $12,4 + (12,4 - a)$; б) $12,4 + (12,4 - 7,2)$; в) $12,4 + (12,4 - a)$.

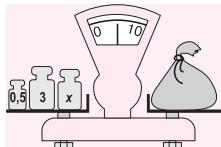
Что может означать каждое из этих выражений? Чем они отличаются и что у них общего?

Практикум

139. 1) Составьте выражения для подсчёта веса покупки по рисунку.

2) Сколько весит покупка, если:

a) $x = 1,5$; б) $x = 0,75$?



140. Составьте выражение для решения задачи и найдите его значение, если это возможно.

1) Найдите периметр треугольника со сторонами 10,6 м, 7,23 м, 11,5 м.

2) Найдите периметр четырёхугольника, у которого первая сторона равна 16,4 м, вторая — на 2,01 больше первой, третья — на 0,73 меньше второй, а четвёртая — на 1,54 больше третьей.

3) В первом куске было 16,25 м сукна, во втором — на 7,25 м больше, чем в первом, а в третьем — на 0,5 м больше, чем в первых двух кусках вместе. Сколько метров сукна во втором и третьем кусках вместе?

4) Брюки стоят 120,5 р., и они на 80 р. дешевле пиджака. Сколько стоят брюки и пиджак вместе?

5) Найдите периметр прямоугольника, если его ширина равна 112,3 м, а длина на 43,9 м больше ширины.

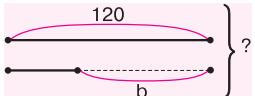
141. Найдите значение алгебраического выражения $69,74 + x$ при:
а) $x = 24,46$; б) $x = 43,26$; в) $x = 0,26$.

142. Подберите такие значения b и a , чтобы выполнялось равенство $b - a = 9$.

143. Запишите математическое выражение, означающее: а) сумму двух любых чисел; б) разность двух любых чисел; в) сумму длин всех сторон треугольника; г) массу человека с рюкзаком, если масса человека без рюкзака 40,6 кг.

144. Кроссовки стоят k рублей, мяч стоит m рублей. Что может означать выражение:

а) $k+m$; б) $k-m$; в) $m-k$; г) $k+m+m$; д) $1000-(m+k)$?



145. Используя краткую запись задачи, составьте алгебраическое выражение, позволяющее решить эту задачу.

146. 1) Найдите значение выражения $x - 3,2$ при: а) $x = 14$; б) $x = 17,5$.

2) Верно ли, что: а) $x - 3,2 = 116,8$ при $x = 120$; б) $x - 3,2 = 1,23$ при $x = 4,53$?

3) При каком значении x значение выражения $x - 3,2$ равно:
а) 9; б) 8,5?

Практикум

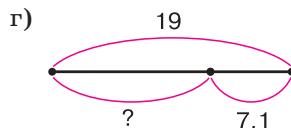
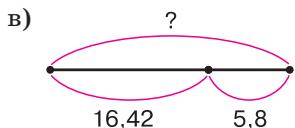
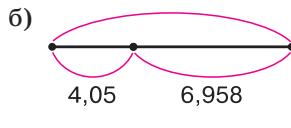
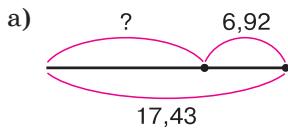
147. 1) Какое из чисел $0,903; 0,073; 0,993$ является корнем уравнения $x+0,29=0,363$?

2) Какое из чисел $53,26; 54,4; 55$ является корнем уравнения $x-17,863=37,137$?

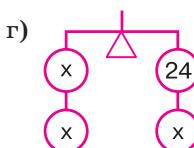
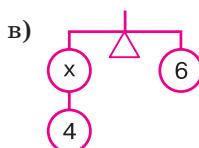
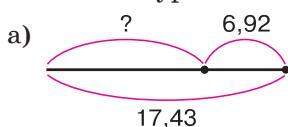
148. Решите уравнение:

- а) $x-3,2=9$; б) $x-3,2=8,5$; в) $x-5,6=3,6$;
 г) $y-2,9=1,9$; д) $2,07=z-1$; е) $2,8=t-1,0$;
 ж) $x+2,3=5,8$; з) $4,96+y=6,01$.

149. Используя рисунок, найдите длину отрезка:



150. Составьте уравнение и найдите его корень.



151. 1) Составьте алгебраическое выражение для нахождения длины данного отрезка:



2) Найдите длину отрезка при $x = 2,3$.

3) Чему равно значение x , если длина отрезка равна 15 единицам?

Практикум

(1) 152. Заполните пропуски в решениях уравнений:

a) $2,375 + (x + 1,627) = 4,56$; b) $(8,025 + x) - 8,02 = 5 - 4,995$;

$$x + 1,627 = 4,56 - \dots; \quad (8,025 + x) - 8,02 = \dots;$$

$$x + 1,627 = \dots; \quad 8,025 + x = \dots;$$

$$x = \dots \quad x = \dots$$

Проверка: ...

Проверка: ...

153. Решите уравнение:

$$a) x + 2,1 + 14,8 + 6,5 = 30; \quad b) 8,6 - (x + 2,75) = 1,85;$$

$$\text{в) } 5,732 + (x + 7,269) = 645; \quad \text{г) } (7,015 + x) - 7,01 = 4 - 3,995.$$

154. Найдите значение числового выражения:

$$\text{a) } 6,2 + 0,43 - (5,14 + 0,09); \quad \text{b) } 13,8 + 9,1 - (5,9 - 3,8);$$

$$\text{b) } 12 - (0,2 + 3,28 + 6,78 - 1,2) + (3,9 - 2,7);$$

$$\text{г) } 1 + 0,156 - (0,72 - 0,376);$$

$$\text{д) } 5,03 + 1,99 + (4,1 - 2,7) - (5,83 - 4,97).$$

Проверьте себя 1

1. Выполните действия:

a) $5,83 + 4,975$; b) $0,87 + 26,3$;

b) $4,1 - 2,72$; г) $13 - (7,06 + 0,24)$.

2. Найдите значение выражения $a+b+c$, если $a=4,72$, $b=12,7$, $c=5,28$.

3. Найдите неизвестное: а) $x - 5,672 = 14,028$; б) $9,127 - a = 0,78$.
4. Решите задачу.

В трёх ящиках 18 кг мандаринов. Во втором ящике

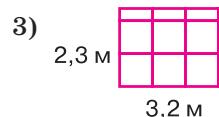
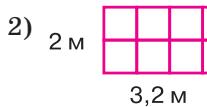
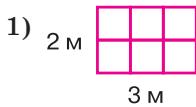
мандалинов на

мандаринов на 1,05 кг больше, чем в первом, а в третьем на 0,7 кг больше, чем во втором. На сколько килограммов мандаринов больше в третьем ящике, чем в первом? Задание выполните и найдите его значение; значение чисел

5. Запишите выражение и найдите его значение: разность чисел 5 и 0,754, увеличенная на их сумму.

Умножение натуральных чисел и десятичных дробей

155. Вычислите площадь прямоугольника в каждом случае. Чтобы найти площадь прямоугольника, нужно умножить его длину на ширину.



$$\begin{aligned} 2 \cdot 3 &= 6 \text{ (кв. м)} \\ 3,2 \cdot 2 &= 3,2 + 3,2 = \\ &= 6,4 \text{ (кв. м)} \end{aligned}$$

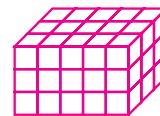
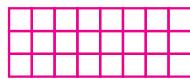
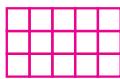
Как бы вы вычислили площадь третьего прямоугольника?

Приведите примеры ситуаций, в которых необходимо уметь умножать: натуральное число на натуральное число; натуральное число на десятичную дробь; десятичную дробь на десятичную дробь. Какие ещё случаи умножения вы знаете?

156. Заполните пропуски так, чтобы получилось верное равенство:

$$\begin{aligned} \text{а) } 32 + 32 + 32 + 32 &= \dots \cdot 32; \quad \text{б) } 117 + \dots + \dots = 3 \cdot \dots; \\ \text{в) } \dots + \dots + \dots + \dots &= 4 \cdot 91; \quad \text{г) } \underbrace{4 + 4 + \dots + 4}_{\dots} = \dots \cdot 100. \end{aligned}$$

157. Запишите выражения, с помощью которых можно подсчитать количество квадратиков и кубиков, из которых состоят фигуры на рисунке.



158. 1) Назовите последнюю цифру произведения: а) $327273 \cdot 12378$; б) $123\ 005 \cdot 12\ 372$.

2) Найдите два таких натуральных числа, чтобы их произведение оканчивалось на: а) 3; б) 18; в) 624.

159. В произведениях $725 \cdot 120$ и $725 \cdot 122$ последняя цифра — нуль. Приведите примеры произведений, у которых: а) две последние цифры — нули; б) три последние цифры — нули.

160. 1) Рассмотрите, как выполнено умножение:

$$\begin{aligned} \text{а) } 25 \cdot 4 &= (5 \cdot 5)(2 \cdot 2) = (5 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 2) = 10 \cdot 10 = 100; \\ \text{б) } 25 \cdot 8 &= 25 \cdot (4 \cdot 2) = (25 \cdot 4) \cdot 2 = 100 \cdot 2 = 200; \end{aligned}$$

Практикум

- в) $23 \cdot 99 = 23 \cdot (100 - 1) = 23 \cdot 100 - 23 = 2277$;
 г) $47 \cdot 101 = 47 \cdot (100 + 1) = 47 \cdot 100 + 47 = 4747$.

2) Выполните умножение:

- а) $25 \cdot 16$; б) $25 \cdot 48$; в) $125 \cdot 8$; г) $125 \cdot 16$;
 д) $35 \cdot 9$; е) $68 \cdot 9$; ж) $47 \cdot 99$; з) $35 \cdot 199$;
 и) $94 \cdot 50$; к) $24 \cdot 75$; л) $42 \cdot 11$; м) $56 \cdot 101$.

3) Приведите свои примеры на приёмы быстрого вычисления произведений.

- I** 161. 1) Какое число в 408 раз больше 3005?
 2) Какое число в 3005 раз больше 408?
 3) В каком числе содержится 503 раза число 5031?
 4) Утройте число 45.
 5) Сколько часов в январе?

Ответы на какие вопросы совпали? Почему? Составьте аналогичные задачи по схеме:

$$\boxed{?} \text{ в } \boxed{\quad} \text{ раз больше } \boxed{\quad}.$$

- I** 162. Трое учеников решили сосчитать общий вес пятидесяти семи коробок конфет, по двести тридцать пять граммов каждая, и предложили три решения:

1) $57 \cdot 235 = 57 \cdot (200 + 30 + 5) = \dots + \dots + \dots = 13\,395$;

2)
$$\begin{array}{r} \times 57 & 3) \quad \times 235 \\ \hline 235 & \quad \quad \quad \dots \\ \hline 285 & \quad \quad \quad 1645 \\ + 171 & \quad \quad \quad 1175 \\ \hline 114 & \quad \quad \quad 13395 \end{array}$$

Заполните пропуски. Объясните, как умножал каждый ученик. Какие законы умножения вы здесь встретили?

- I** 163. Выполните умножение:

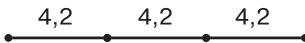
- а) $984 \cdot 17$; б) $2800 \cdot 44$; в) $570 \cdot 635$;
 г) $106 \cdot 5200$; д) $80 \cdot 1501$; е) $6300 \cdot 1300$.

- II** 164. Замените звёздочки цифрами:

а)
$$\begin{array}{r} \times 317 \\ \hline \quad 6 \\ \hline *90* \end{array}$$
 б)
$$\begin{array}{r} \times 92 \\ \hline \quad 3* \\ \hline 92 \\ \hline *** \end{array}$$
 в)
$$\begin{array}{r} \times *2* \\ \hline \quad 57 \\ \hline 22*8 \\ \hline * * * * \end{array}$$
 г)
$$\begin{array}{r} \times *0* \\ \hline \quad * * * \\ \hline 5* * \\ \hline + *0* \\ \hline 1 * * * 5 \end{array}$$

I 165. 1) Какое из выражений: $4,2 + 4,2 + 4,2$ или $4,2 \cdot 4,2 \cdot 4,2$

- а) может быть записано в виде $4,2 \cdot 3$?
- б) можно проиллюстрировать таким рисунком?



2) Каким способом найдено значение выражения $4,2 \cdot 3$ в каждом случае:

$$\begin{array}{r} \text{a)} \quad \begin{array}{r} 4 & 2 \\ + & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2,6 \end{array} \quad \text{б)} \quad \begin{array}{r} \times 4,2 \\ \hline 3 \\ \hline 1 & 2,6 \end{array} \xrightarrow{\quad} \begin{array}{r} 4 & 2 \\ + & 3 \\ \hline 1 & 2,6 \end{array} \end{array}$$

в) $4,2 \text{ см} \cdot 3 = 42 \text{ мм} \cdot 3 = 126 \text{ мм} = 12,6 \text{ см};$

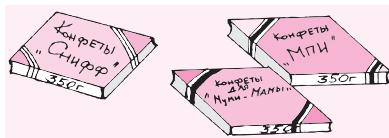
г) $4,2 \cdot 3 = (4 + 0,2) \cdot 3 = 4 \cdot 3 + 0,2 \cdot 3 = 12 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 12 + 0,6 = 12,6.$

Сформулируйте правило умножения десятичной дроби на натуральное число.

I 166. 1) Найдите массу трёх коробок: а) в граммах; б) в килограммах.

2) Решите ту же задачу, если число коробок равно: а) 8; б) 25; в) 40; г) 158; д) 201.

3) Чему равна масса: а) 10 коробок; б) 100 коробок; в) 1000 коробок? Верно ли, что вес 10 000 000 коробок равен 350 000 кг?



II 167. Найдите ошибки и исправьте их:

$$\begin{array}{lll} \text{а)} \quad 3,5 \cdot 7 = 245; & \text{б)} \quad 3,5 \cdot 7 = 2,45; & \text{в)} \quad 3,5 \cdot 10 = 350; \\ \text{г)} \quad 3,5 \cdot 100 = 3500,0; & \text{д)} \quad 3,5 \cdot 70 = 2450; & \text{е)} \quad 3,5 \cdot 120 = 42,0. \end{array}$$

II 168. 1) Ученик выполнил умножение двух десятичных дробей по такому правилу:

- умножил натуральные числа, которые получаются, если у данных десятичных дробей отбросить запятую;
- сосчитал общее количество знаков после запятой (в обоих множителях);

Практикум

- справа налево отсчитал в произведении такое же количество знаков и поставил запятую.

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} \times 4,2 \\ 4,2 \\ \hline 8\,4 \\ 1\,6\,8 \\ \hline 1\,7,6\,4 \end{array} & \text{б) } \begin{array}{r} \times 2,4\,1 \\ 3,8 \\ \hline 1\,9\,2\,8 \\ 7\,2\,3 \\ \hline 9,1\,5\,8 \end{array} \end{array}$$

Объясните, как он применял это правило в каждом из случаев а) и б).

2) Приведите свой пример умножения двух десятичных дробей. Удалось ли вам умножить их, используя правило ученика?

3) Отличается ли поиск места запятой в случаях а) и б) от следующих: $0,2 \cdot 0,4$; $0,013 \cdot 0,7$; $1,3 \cdot 0,6$? Считаете ли вы нужным дополнить правило ученика? Если да, то как?

① 169. Зная, что $72 \cdot 37 = 2664$, найдите:

- а) $7,2 \cdot 3,7$; б) $7,2 \cdot 0,37$; в) $0,72 \cdot 0,37$;
г) $7,2 \cdot 37$; д) $0,072 \cdot 3,7$; е) $0,072 \cdot 3,7$.

При вычислении какого произведения потребовалось слева приписать нули?

① 170. Найдите произведение: а) $1,2 \cdot 2,353$; б) $2,353 \cdot 1,2$.

Как вы думаете, почему совпали результаты? С каким известным вам законом умножения вы здесь встретились? В каком из случаев умножать было легче?

① 171. Используя, если это удобно, переместительный закон умножения, вычислите:

- а) $125 \cdot 483,4$; б) $3,5 \cdot 2$; в) $7,5 \cdot 4,21$; г) $0,49 \cdot 0,005$;
д) $0,8 \cdot 9,6$; е) $3,6 \cdot 12,3$.

① 172. Пользуясь известными вам законами действий, найдите произведение:

- а) $0,25 \cdot 0,3 \cdot 0,4$; б) $0,8 \cdot 0,11 \cdot 1,25$; в) $(0,125 \cdot 3) \cdot 0,8$;
г) $0,2 \cdot (5 \cdot 0,13)$; д) $37,435 \cdot (0 \cdot 1,89)$; е) $(5 \cdot 0,2) \cdot 0$.

② 173. Вставьте пропущенные числа:

- а) $13,75 \cdot \square = 13,75$; б) $\square \cdot 714,409 = \square$; в) $1 \cdot \square = 6,2$;
г) $\square \cdot 1 = 0$; д) $1 \cdot \square = 1$; е) $\square \cdot 1 = \square$.

① 174. Выполните умножение:

- а) $120 \cdot 3,7$; б) $1,20 \cdot 3,2$; в) $1,20 \cdot 3,02$;
г) $12 \cdot 0,032$; д) $30,5 \cdot 6,8$; е) $3,05 \cdot 6,80$.

Практикум

Если вы всё сделали правильно, то наибольшим числом в результате окажется 444, наименьшим — 0,384, а сумма всех остальных чисел будет равна 235,604.

(1) 175. Выберите из двух предложенных решений верное.

1) а)	$\begin{array}{r} \times 12,6 \\ 50,6 \\ \hline 756 \\ 630 \\ \hline 70,56 \end{array}$	б)	$\begin{array}{r} \times 12,6 \\ 50,6 \\ \hline 756 \\ 630 \\ \hline 637,56 \end{array}$
2) а)	$\begin{array}{r} \times 5,08 \\ 40,06 \\ \hline 3048 \\ 2032 \\ \hline 20,6248 \end{array}$	б)	$\begin{array}{r} + 5,08 \\ 40,06 \\ \hline 3048 \\ 2032 \\ \hline 203,5048 \end{array}$

(1) 176. Заполните таблицу. Сформулируйте правило умножения десятичной дроби на 0,1; 0,01; 0,001...

Умножение	1000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
1,7	1700	170	17	1,7	0,17	0,017	0,0017
0,2							
3,5							

(1) 177. 1) Выполните умножение:

- а) $0,75 \cdot 10$; б) $0,396 \cdot 100$; в) $0,7 \cdot 100$; г) $1000 \cdot 0,375$;
д) $10 \cdot 22,4$; е) $2 \cdot 0,01$; ж) $0,0001 \cdot 5$; з) $0,1 \cdot 0,1$; и) $0,001 \cdot 0,1$.

2) Заполните пропуски:

$$0,62 = \square \cdot 6,2; \quad 0,62 = 0,1 \cdot \square; \quad 0,62 = \square \cdot 0,062; \quad 0,62 = 100 \cdot \square;$$

(1) 178. Воспользуйтесь распределительным законом умножения относительно сложения и найдите значения следующих выражений:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 2,4 \cdot 4,8 + 2,6 \cdot 4,8; & \text{б) } 4,9 \cdot 6,2 + 0,62; \\ \text{в) } 13,1 \cdot (0,1 + 10); & \text{г) } (100 + 0,2) \cdot 275. \end{array}$$

(1) 179. Используя равенство $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$, найдите значение выражения:

$$\begin{array}{ll} \text{а) } 105 \cdot 7,08 - 105 \cdot 6,08; & \text{б) } 30,5 \cdot 20,3 - 30,5 \cdot 0,3; \\ \text{в) } 5,1 \cdot 1,8 - 1,8 \cdot 0,1; & \text{г) } (1,25 - 0,5) \cdot 8. \end{array}$$

(1) 180. Найдите значение выражения $4,7 \cdot x - 2,5 \cdot y$ при:

$$\text{а) } x = 2,5; \quad y = 3,7; \quad \text{б) } x = 2,5; \quad y = 4,7; \quad \text{в) } x = 1,2; \quad y = 0,4.$$

(1) 181. 1) Вычислите площадь прямоугольника, длина которого равна 5,75 м, а ширина — 5 м.

2) Верно ли, что, если:

- а) ширину этого прямоугольника увеличить в 1,5 раза, то и его площадь увеличится в 1,5 раза?
б) длину этого прямоугольника увеличить в 3,5 раза, то и его площадь увеличится в 3,5 раза?

Практикум

① 182. Заполните пропуски в таблице.

Первый множитель	Второй множитель	Произведение
1,2	4	...
1,2	8	... · 4,8
... · 1,2	4	3 · 4,8

Как изменится произведение, если один из множителей увеличить в несколько раз?

① 183. 1) Выполните умножение:

- а) $4,2 \cdot 100$; б) $4,2 \cdot 1,21$; в) $4,2 \cdot 1,3$;
- г) $4,2 \cdot 1$; д) $4,2 \cdot 0$; е) $4,2 \cdot 0,23$.

Сравните полученное произведение с первым множителем. В каких случаях произведение оказалось: а) меньше; б) больше; в) равно первому множителю? Поясните, с чем это связано.

2) Подберите такие множители, чтобы произведение оказалось меньше каждого из них.

① 184. Заполните таблицу.

a	b	$a > 1$	$a < 1$	$a = 1$	$b > 1$	$b < 1$	$b = 1$	$a \cdot b > 1$	$a \cdot b < 1$	$a \cdot b = 1$
3,5	0,2	+				+			+	
3,07	0									
0,4	4,3									
0,2	0,4									
8,9	2,5									
0	5,4									
5	0,2									
0,25	1									

② 185. Выберите верные утверждения.

- 1) Произведение всегда больше каждого из множителей.
 - 2) Произведение не всегда больше каждого из множителей.
 - 3) Если один из множителей меньше единицы, то и произведение меньше единицы.
 - 4) Если каждый из множителей меньше единицы, то произведение обязательно меньше единицы.
- Ложные высказывания опровергните с помощью примеров.

II 186. Замените * таким числом, чтобы получилось верное равенство или неравенство:

- а) $512 \cdot * = 512$; б) $0,7 \cdot * > 0,00$; в) $0,7 \cdot * = 28$;
г) $3,42 \cdot * = 342$; д) $3,42 \cdot * < 0,684$; е) $9 \cdot * > 0,09$.

II 187. Как изменится произведение, если:

- а) один из множителей увеличить в 10 раз, а другой оставить без изменения;
б) один из множителей увеличить в 10 раз, а другой уменьшить в 10 раз;
в) каждый из множителей увеличить в 10 раз;
г) один из множителей увеличить в 10 раз, а другой — в 100 раз;
д) один из множителей уменьшить в 10 раз, а другой увеличить в 100 раз?

Приведите примеры.

II 188. Замените знак * числом:

- а) $(2 \cdot 2,7) \cdot (2 \cdot 3,4) = * \cdot 9,18$; б) $(4 \cdot 2,7) \cdot (* \cdot 3,4) = 9,18 \cdot 10$;
в) $(* \cdot 2,7) \cdot 3,4 = 0,0918$.

II 189. Найдите в равенствах ошибки и объясните, как они могли появиться:

- а) $21,8 \cdot 10 = 2180$; б) $0,3 \cdot 0,1 = 0,03$;
в) $0,6 \cdot 0,0001 = 0,006$; г) $0,34 \cdot 10000 = 34$.

II 190. Вычислите произведение и запишите два соседних натуральных числа, между которыми оно находится:

- а) $12,9 \cdot 3,4$; б) $27,25 \cdot 4,7$; в) $0,37 \cdot 97,8$; г) $0,27 \cdot 0,68 \cdot 9,9$.

Сделайте проверку.

II 191. Четыре ученика выполнили умножение $7,67 \cdot 35,8$ и получили следующие результаты:

- а) 274,586; б) 2745,86; в) 274,588; г) 27,4586.

Известно, что один из результатов верный. Выберите верный результат и объясните свой выбор.

II 192. Какие из произведений оказались между числами 200 и 300?

- а) $37 \cdot 21$; б) $43 \cdot 6$; в) $2,34 \cdot 15$;
г) $7,35 \cdot 14$; д) $5,187 \cdot 40,3$; е) $49,4 \cdot 3,8$.

II 193. Укажите, какое из двух произведений больше:

- а) $4,65 \cdot 0,524$ или $0,465 \cdot 5,24$; б) $4,65 \cdot 1,5$ или $5,65 \cdot 1,6$;
в) $3,25 \cdot 1,5$ или $7,25 \cdot 1,5$.

II 194. Замените * одним из знаков $=$, $>$, $<$:

- а) $1,001 \cdot 1,0003 * 1$; б) $0,98 \cdot 0,99 * 1$;
в) $0,35 \cdot 0,9 \cdot 0,56 * 1$; г) $23 \cdot 0,72 * 1$.

Практикум

II 195. Приведите свои примеры на умножение.

Можно ли воспользоваться следующими советами для проверки результатов умножения:

- делать прикидку результата (то есть приблизительно указать результат);
- роверять последнюю цифру результата;
- считать количество знаков после запятой.

В каком порядке следует этими советами, по-вашему, воспользоваться? Какие ещё советы вы бы добавили?

II 196. Выполните умножение:

- а) $8,36 \cdot 18$; б) $0,137 \cdot 45$; в) $3,24 \cdot 0,202$;
- г) $0,45 \cdot 0,24$; д) $0,32 \cdot 0,015$; е) $0,212 \cdot 140$.

Как вы себя проверяли в каждом случае?

I 197. 1) 1 метр ткани стоит 14 червонцев. Сколько червонцев стоит: 3 м такой ткани; 5 м; 0,8 м?

2) Стороны прямоугольника равны 14,5 м и 3,2 м. Найдите его площадь.

3) Река Волга имеет длину 3,53 тыс. км, а Днепр на 1,33 тыс. км короче Волги и на 2,24 тыс. км короче Амура. Какую длину имеет Днепр? Какова длина Амура? Ответ дайте в тысячах километров.

4) В Москве в среднем за сутки всеми видами городского транспорта перевезено 16,4 млн пассажиров. Сколько примерно тысяч пассажиров перевезено в Москве за месяц (30 дней)? Ответ дайте в миллионах пассажиров.

5) На пальто израсходовали 3,2 м ткани, а на костюм — на 1,6 м больше, чем на пальто. Сколько ткани израсходовали на пальто и костюм вместе?

6) 1 фунт $\approx 409,5$ г. Пуд тяжелее фунта приблизительно в 40 раз. Сколько граммов составляет 1 пуд?

7) Пешеход шёл со скоростью 3,5 км/ч. Какое расстояние он пройдёт за 2,5 ч?

Выделите из задач те, которые решаются при помощи умножения.

I 198. 1 кг крупы стоит 16,8 р.

- 1) Больше или меньше 16,8 р. надо иметь, чтобы купить 0,5 кг; 2 кг; 0,2 кг; 1,5 кг крупы?
- 2) Больше или меньше 1 кг можно купить на 15 р.; 3,5 р.; 20,8 р.; 3,32 р.?

- 199.** 1) Найдите произведение трёх чисел, если:
- первое число равно 1,25, и оно в 4 раза меньше второго, а третье число в 2,2 раза больше первого числа;
 - первое число равно 6,8, второе число на 0,86 меньше первого, а третье — в 1,3 раза больше первого.
- 2) Придумайте задачу, для решения которой можно было бы составить выражение $1,2+4\cdot1,2+1,5\cdot1,2$.
- 3) Сформулируйте вопрос задачи, если для её решения составлено выражение:
- $25,4+(25,4-2,1)$; б) $25,4+(25,4+2,1)$;
 - $25,4\cdot(25,4+2,1)$; г) $(25,4-2,1)\cdot25,4$.
- 200.** Выразите:
- в килограммах: 15 ц, 1,2 ц, 0,35 ц, 12,3 т, 0,87 т, 0,05 т;
 - в сантиметрах: 12 м, 5,24 м, 5,3 м, 0,4 м, 3,5 дм, 0,7 дм;
 - в квадратных метрах: 3,04 кв. км, 25,2 кв. км, 0,3 кв. км.
- 201.** 1) Из одной тонны свёклы получается 0,16 т сахара. Сколько получится сахара из 23 т 5 ц свёклы?
- 2) Из одной тонны пшеницы получается 0,8 т муки. Сколько муки получится из 3 т 7 ц пшеницы?
- 3) Из одного килограмма свежих яблок можно получить 160 г сушёных яблок. Сколько получится сушёных яблок из 20 кг свежих яблок?
- 202.** 1) Найдите значение выражения:
- $3,25+4,3\cdot5,4+1,86$;
 - $15,3\cdot2,7-3,5\cdot(6,12-2,345)+15,2867$.
- 2) Из чисел 5,7; 0,3; 2,3; 0,7 составьте числовое выражение, в котором использовались бы действия сложения, вычитания и умножения. Найдите значение этого выражения.
- 203.** Укажите, сколько десятичных знаков надо отделить запятой в произведении:
- $5,2\cdot1,3$; б) $1,6\cdot0,25$; в) $1,01\cdot2,41$;
 - $14\cdot0,3$; д) $7\cdot0,036$; е) $17,007\cdot4,08$.
- 204.** Зная, что $11,3\cdot2,5=28,25$, найдите произведение:
- $113\cdot25$; б) $11,3\cdot0,25$; в) $1,13\cdot0,25$;
 - $1,13\cdot25$; д) $0,113\cdot2,5$; е) $0,113\cdot0,25$.
- 205.** Выполните умножение:
- 1) а) $361\cdot100$; б) $51\cdot1000$;
в) $0,396\cdot100$; г) $0,3754\cdot1000$.

Практикум

- 2) а) $534 \cdot 8$; б) $534 \cdot 80$;
 в) $534 \cdot 800$; г) $621,23 \cdot 3$;
 д) $621,23 \cdot 30$; е) $621,23 \cdot 300$.
 3) а) $534 \cdot 0,1$; б) $534 \cdot 0,01$;
 в) $621,23 \cdot 0,1$; г) $621,23 \cdot 0,01$.

1) 206. Найдите подбором корень уравнения:

- а) $x \cdot 10 = 0,8$; б) $x \cdot 100 = 0,6$; в) $x \cdot 0,1 = 0,6$;
 г) $100 \cdot x = 1,8$; д) $10 \cdot x = 1,8$; е) $0,01 \cdot x = 0,07$.

1) 207. Проверьте, нет ли ошибок в таблице. Если есть, то исправьте их. Объясните, почему они могли появиться.

Заполните оставшиеся клетки. Какой закон умножения вам помог?

	1,1	1,2	0,15	3,5
1,1	1,21	...	165	385
1,2	1,32	1,44	0,180	...
0,15	225	...
3,5	...	42,0

1) 208. Назовите общий множитель в произведениях, входящих в каждую из данных сумм. Используя один из законов умножения, преобразуйте суммы в произведение. Найдите значения выражений:

- а) $0,89 \cdot 5,01 + 5,01 \cdot 1,11$; б) $7,8c - 5,3c$ при $c = 2,5$.

1) 209. Конкурс на лучшего счётчика. Выполните умножение, по возможности, устно:

- а) $2,5 \cdot 0,4$; б) $2,5 \cdot 1,6$; в) $0,25 \cdot 8$; г) $0,25 \cdot 64$;
 д) $48 \cdot 5$; е) $48 \cdot 0,05$; ж) $6,7 \cdot 5$; з) $9,4 \cdot 0,5$;
 и) $0,36 \cdot 0,05$. к) $2,3 \cdot 99$; л) $6,4 \cdot 9,9$; м) $0,34 \cdot 0,99$;
 н) $12,5 \cdot 0,8$; о) $1,25 \cdot 1,6$; п) $0,125 \cdot 2,4$; р) $12,5 \cdot 0,56$.

1) 210. Вычислите как можно быстрее:

- а) $2,17 \cdot 2,5 \cdot 4$; б) $2,17 \cdot 2,5 \cdot 8$; в) $1,2 \cdot 2,5 \cdot 6,3$;
 г) $0,5 \cdot 14,8 \cdot 0,2 \cdot 10$; д) $0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,25$; е) $1245 \cdot 20$;
 ж) $1,245 \cdot 20$; з) $12,45 \cdot 20$.

1) 211. Назовите число, которое больше числа 1,32: а) в 100 раз;
 б) в 1,5 раза;

Решите ту же задачу для чисел 23,1; 7,1123; 0,079.

I 212. Вычислите:

- а) $2,63 + 0,3 \cdot 4,2$; б) $31,1 - 0,33$;
 в) $4,3 \cdot 2,25 - 1,45 \cdot 2,3$; г) $(2,6 + 4,2) \cdot 1,8$;
 д) $(0,1 + 4,6) \cdot (7,2 - 2,4)$; е) $3,75 \cdot 7 + 1,45 \cdot 7 + 2,3 \cdot 7$;
 ж) $0,3 \cdot 1,8 + 0,3 \cdot 8,2 - 0,1 \cdot 0,3$; з) $0,4(40 + 0,5 + 0,01)$.

I 213. 1) На первом грузовом автомобиле привезли 56 мешков пшеницы по 72 кг в каждом, на втором — 62 мешка по 68 кг в каждом, а на третьем — 58 мешков по 70 кг в каждом. Сколько килограммов пшеницы привезли на трёх автомобилях вместе?

2) На пальто купили 2,8 м драпа по 128,75 р. за 1 м, подкладки — 3,5 м по 22,6 р. за 1 м; за пошив пальто уплатили 129,35 р. Определите стоимость пальто.

I 214. 1) Один метр ткани первого сорта стоит 43,6 р., а один метр ткани второго сорта — на 2,8 р. дешевле. Сколько всего следует заплатить за 9,75 м ткани первого сорта и за 10,25 м второго сорта?

2) Хватит ли купленной дорожки для покрытия полов в трёх коридорах, имеющих соответственно длину 27,4 м; 25,8 м и 13,7 м, если дорожки куплено 2 куска по 12,6 м и 2 куска по 14,6 м? Если не хватит, то сколько метров придётся ещё докупить?

II 215. Придумайте примеры на умножение с данными ответами:

- а) 0,006; б) 0,0035; в) 0,42; г) 8,1; д) 72; е) 8,9;
 ж) 793; з) 1; и) 0.

II 216. Выполните умножение и с помощью шифра прочтите слово.

- а) $685 \cdot 0,39$; б) $0,87 \cdot 0,9$; в) $13,8 \cdot 1,02$;
 г) $0,485 \cdot 0,0037$; д) $12,85 \cdot 0,83$; е) $685 \cdot 0,001$;
 ж) $0,29 \cdot 0,08$; з) $1,09 \cdot 520$; и) $0,28 \cdot 3,272$;
 к) $8,05 \cdot 130$.

ШИФР:

0,0017945 — Ф	14,076 — И	0,685 — Е
10,6655 — М	0,783 — Р	0,0232 — Т
1046,5 — А	0,91616 — К	104,65 — К 566,8 — И
267,15 — А	7,83 — О	56,68 — Н.

II 217. Вычислите значения произведений и запишите их в порядке убывания. По соответствующим буквам прочтайте зашифро-

Практикум

ванное выражение.

$$\begin{array}{lll} 1,7 \cdot 20 = О; & 27 \cdot 0,03 = Д; & 0,12 \cdot 17 = Л; \\ 0,5 \cdot 800 = Й; & 4,8 \cdot 0,2 = О; & 1,1 \cdot 0,17 = Е; \\ 0,12 \cdot 4000 = Т; & 0,21 \cdot 0,004 = Ц; & 7,9 \cdot 15 = М. \end{array}$$

- II 218. Придумайте по два примера на умножение, чтобы в произведении надо было отделить запятой справа:
- а) 1 цифру; б) 5 цифр; в) 8 цифр.
- II 219. Вычислите как можно быстрее:
- а) $2,5 \cdot 1,035 \cdot 4$; б) $(15,3 \cdot 2) \cdot 50$;
в) $8,76 \cdot 4,32 - 4,32 \cdot 6,76$; г) $57,48 \cdot 0,9093 + 42,52 \cdot 0,9093$.
- II 220. Умножьте десятичную дробь 12,364 на: а) 1000; б) 0,01;
в) 0,001; г) 0,1.
- II 221. Приведите примеры использования в жизни слова «миллион». Вычислите толщину человеческого волоса, увеличенного в 1 000 000 раз, если средняя его толщина — 0,07 кв. мм.
Каким будет ваш рост, если его увеличить в миллион раз?
- II 222. Решите уравнение:
- а) $x \cdot 10 = 0,035$; б) $x \cdot 100 = 7,43$; в) $x \cdot 0,01 = 0,403$;
г) $100 \cdot x = 5,23$; д) $10 \cdot x = 7003$; е) $0,001 \cdot x = 70$.
- II 223. Вычислите:
- а) $26,5(1,3 + 4,58)$; б) $7,38(14,7 - 13,4)$;
в) $(2,95 + 6,55)(11,9 - 9,8)$; г) $5,3 \cdot 4,8 + 53 \cdot 0,52$.
- II 224. 1) Найдите значение числового выражения:
- а) $37,6 \cdot 4,25 - 1,75 \cdot 1,25 \cdot 0,8 \cdot 4 - 84,75$;
б) $1430 - 37,4 \cdot 2,55 \cdot 0,8 \cdot 3,25 \cdot 1,25 \cdot 4$.
2) Умножьте сумму чисел 4,8475 и 4,5275 на их разность.
Выберите ответы из следующих чисел: 6805; 19 019; 2044; 3; 19,019 (в них могут быть потеряны запятые).
- II 225. Выполните действия и дайте ответ:
- а) в килограммах: 3150 г · 0,4; 15,6 г · 3,05;
б) в квадратных метрах: 10,2 кв. м · 0,8; 1,37 га · 0,2.
- II 226. Сравните значения выражений:
- а) $4,65 \cdot 0,524$ и $5,24 \cdot 0,465$;
б) $9,34 \cdot 12,25$ и $9,34 \cdot 11,25$.
- II 227. Какие произведения больше 100, но меньше 400:
- а) $105 \cdot 46$; б) $14 \cdot 37$; в) $39 \cdot 4,2$;
г) $0,14 \cdot 200$; д) $2,007 \cdot 54,2$; е) $4,5 \cdot 25,4$?

II 228. Вычислите значение произведения $x \cdot x$ при:

- а) $x = 12,3$; б) $x = 0,05$; в) $x = 1,02$;
г) $x = 42,1$; д) $x = 0,1$.

I 229. Для каких значений x верно:

- а) $x \cdot x = 0,25$; б) $x \cdot x \cdot x = 0,001$; в) $x \cdot x \cdot \dots \cdot x = 1$?

Умножение в пятеричной системе счисления

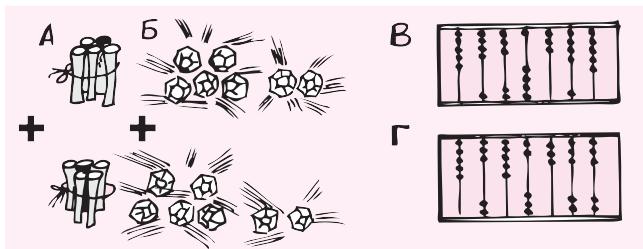
III 230. 1) Требуется изготовить счёты для работы в пятеричной системе. Сколько косточек следует поместить на один пруток?

2) Верно ли, что 1000_5 метров составляют один километр?

Сколько метров в пятеричной системе составляют один километр?

3) Сколько и каких цифр достаточно иметь в пятеричной системе счисления?

III 231. Запишите числа, соответствующие рисункам, в пятеричной системе счисления.



III 232. Составьте таблицу умножения в пятеричной системе.

$1 \cdot 1 = 1_5$			
$1 \cdot 2 = 2_5$	$2 \cdot 2 =$		
		$3 \cdot 3 = 14_5$	
			$4 \cdot 4 =$

III 233. 1) Отложите на пятеричных счётах: а) 10_5 ; б) 101_5 ;
в) 1402_5 ; г) $1402_5 \cdot 3$.

2) Запишите эти числа в десятичной системе счисления.

III 234. Заполните пропуски:

а) $\begin{array}{r} \times 12_5 \\ \hline 25 \end{array}$

б) $\begin{array}{r} \times 12_5 \\ \hline 45 \end{array}$

в) $\begin{array}{r} \times 12_5 \\ \hline 35 \end{array}$

Практикум

$$\text{г)} \quad \begin{array}{r} \times 1\ 2\ 4\ 3_5 \\ \cdot \cdot \cdot 5 \\ \hline 3\ 0\ 4\ 1_5 \end{array}$$

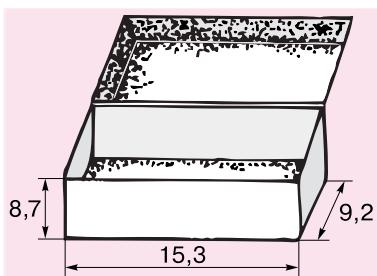
$$\text{д)} \quad \begin{array}{r} \times 1\ 2,4\ 3_5 \\ \quad \quad 2_5 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{е)} \quad \begin{array}{r} \times 1\ 2,4\ 3_5 \\ \quad \quad 0,2_5 \\ \hline \end{array}$$

(III) 235. В каких случаях умножение выполнено не в пятеричной системе счисления: а) $3 \cdot 3 = 14$; б) $21 \cdot 4 = 124$; в) $3 \cdot 3 = 12$?

(III) 236. Замените * числами: а) $3 \cdot * = 11_5$; б) $* \cdot 4 = 31_5$; в) $20_5 \cdot * = 130_5$.

Задачи о периметрах, площадях и объёмах



такую шкатулку — красной, крышку изнутри — зелёной, а всё остальное — жёлтой. Вот такую шкатулку сделал Максим!

Сколько квадратных сантиметров ткани каждого цвета он наклеил, чтобы украсить шкатулку?

(I) 238. 1) Постройте: отрезки длиной 1 см и 1 дм; отрезок, длина которого равна периметру прямоугольника со сторонами 1,8 см и 2,4 см.



2) Дан отрезок AB . Постройте:

- три отрезка, сумма длин которых равна длине данного отрезка;
- квадрат, периметр которого равен длине данного отрезка;
- прямоугольник, периметр которого равен длине данного отрезка.

(I) 239. Постройте два квадрата, площади которых равны соответственно 1 кв. см и 1 кв. дм. Разделите больший квадрат на 4 равные части и а) найдите площадь одной части; б) выясните, зависит ли она от способа разбиения.

(I) 240. Начертите квадрат со стороной a и найдите его площадь.

а) Увеличив сторону квадрата в два раза, постройте новый квадрат и также найдите его площадь.

(O) 237. Максим готовил подарок для мамы. Он сам сделал из плотного картона шкатулку! Только получилась она унылой, потому что была вся одного цвета. Тогда Максим набрал разноцветных лоскутов и стал её обклеивать. Дно шкатулки он обтянул синей тканью, боковые стенки внутри шка-

б) Выясните, как отличается площадь второго квадрата от площади первого.

- 1) 241. Обведите в своей тетради клеточку и, измерив её стороны, найдите сначала периметр клеточки, а затем её площадь.
- 1) 242. Сделайте из бумаги два куба так, чтобы ребро одного из них было в два раза больше ребра другого.

Выясните, сколько маленьких кубиков можно поместить в большом кубе. Найдите объёмы обоих: куба и кубика.

- 1) 243. Дан квадрат, периметр которого равен 0,24 м.
а) Найдите его сторону и площадь.
б) Найдите ширину и площадь прямоугольника, длина которого равна 0,1 м, а периметр совпадает с периметром квадрата.
- 1) 244. Можно ли из трёх кусков меха (квадрат со стороной 3 дм и два прямоугольника со сторонами 2 дм и 3 дм, 2 дм и 5 дм соответственно) сплести квадратный коврик со стороной 6 дм?

А какой квадратный коврик наибольшей площади можно сплести из этих кусков? Укажите длину его стороны.

- 1) 245. Фермер заложил сад, имеющий форму прямоугольника, длина которого равна 2,145 км, а ширина — 1,43 км. Сад обнесён изгородью.

Определите: а) площадь сада в гектарах; б) стоимость изгороди в марках, если каждый метр изгороди стоит 14,7 марки. Ответ дайте с точностью до десятых.

- 1) 246. Придумайте описание квартиры (количество комнат, площадь квартиры, объём), в которой вы хотели бы жить, или опишите свою.

Рассчитайте, сколько:

а) метров обоев потребуется для оклейки стен квартиры, если длина одного рулона 18 м, а ширина — 0,6 м;

б) краски потребуется для пола, если на 1 кв. м уходит 150 г?

- 1) 247. Сколько квадратных метров фанеры нужно для изготовления пяти одинаковых ящиков для посылок, если длина ящика 3 дм, ширина равна половине длины, а высота 2 дм?

- 1) 248. Слиток свинца имеет форму прямоугольного параллелепипеда высотой 15 см, длиной 25 см, шириной 12 см. Один ученик заявил, что он может поднять слиток, а другой утверждал, что никто этого сделать не сможет. Кто из них был прав? Масса 1 куб. см свинца — 15,3 г.

Практикум

Проверьте себя 2

1. Вычислите:

- а) $0,216 \cdot 35$; б) $4,609 \cdot 1,7$; в) $0,0117 \cdot 100$;
г) $30,5 \cdot 0,001$; д) $1,37 + 5 \cdot 0,125$.

2. Найдите значение выражения:

- а) $a \cdot b \cdot c$, если $a = 0,2$, $b = 0,4$, $c = 5$;
б) $37,6 \cdot 2,87 - 7,6 \cdot 2,87$.

3. Запишите выражение и найдите его значение. Сумма двух произведений: чисел 2,4 и 4,8, а также чисел 14,8 и 2,6.

4. Решите задачу.

Ширина поля прямоугольной формы, занятого овсом, 7,05 км, а длина в 2,6 раза больше. Поле, засеянной рожью, имеет такую же ширину, а длину в 1,4 раза большую, чем ширину. Найдите общую площадь посевов.

Деление натуральных чисел и десятичных дробей

1) Ребята заработали 10 марок и решили поделить их между собой. 1 марка содержит 100 пенни. Помогите сосчитать, сколько денег должен получить каждый из ребят, если работу выполняли: а) двое; б) трое; в) четверо; г) пятеро; д) шестеро.

2) В каких случаях деление денег можно осуществить:
а) нацело в марках; б) с остатком в марках; в) нацело в пенни; г) с остатком в пенни? Используя слова и словосочетания «деление», «натуральное число», «десятичная дробь», «остаток», «нацело», составьте фразу о цели этого задания.

2) Выполните деление нацело или с остатком и сделайте проверку:

- а) $336 : 7$; б) $639 : 9$; в) $136 : 17$; г) $85 : 17$; д) $27 : 31$;
е) $39 : 31$; ж) $13020 : 35$; з) $30525 : 407$; и) $2646 : 27$.

1) Найдите делитель и частное, если делимое равно 97, а остаток — 2.

2) Найдите делимое и частное, если $\square : 9 = \triangle$ (ост. 5).

3) Найдите делимое и остаток, если делитель равен 12 639, а частное — 0.

4) Найдите делимое и частное, если делитель равен 23, а остаток — 25.

Практикум

5) Найдите частное, если делимое равно 6409, делитель — 8, а остаток — 9.

6) Найдите делимое, если делитель равен 0, частное — 3, а остаток — 0.

Какие задачи не имеют решения? Какие задачи имеют не единственное решение?

1) 252. Замените буквы a , b , c , d в равенстве $a = b \cdot c + d$ словами «делимое», «делитель», «частное», «остаток».

1) 253. Трём портнихам дали по 16 м ткани и попросили сшить по 5 одинаковых платьев.

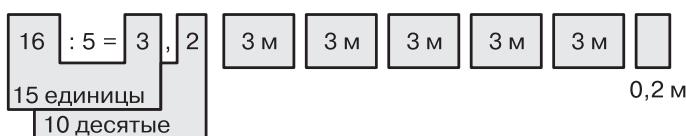
Первая портниха, поразмыслив, сделала себе такую запись:
 $16 \text{ м} : 5 = 3$ (ост. 1) м.



Другая рассудила иначе: $16 \text{ м} : 5 = 160 \text{ дм} : 5 = 32 \text{ дм} = 3,2 \text{ м}$.



А третья решила сшить платья с поясом:



Если вы соберётесь шить несколько одинаковых платьев, какой из способов деления ткани вы выберите?

1) 254. Разделите: а) $16 \text{ кг} : 5$; б) $261 \text{ л} : 15$; в) $123 \text{ ц} : 12$; г) $35 \text{ м} : 8$.

1) 255. Выполните деление: а) $40 : 3$; б) $143 : 45$; в) $7 : 12$; г) $68 : 495$. В чём особенность получаемых при делении остатков? частных? Как называются десятичные дроби, полученные в частном?

1) 256. Выполните деление и запишите результат в один из трёх столбцов в зависимости от вида частного:

столбец № 1 столбец № 2 столбец № 3

$10 : 5 = 2$ $10 : 4 = 2,5$ $10 : 6 = 1,(6)$

...

...

...

а) $125 : 11$; б) $273 : 70$; в) $42\ 535 : 47$;

Практикум

- г) $1012 : 21$; д) $628 : 25$; е) $20\ 600 : 2500$;
ж) $420 : 32$; з) $88\ 886 : 98$; и) $91\ 000 : 90$;
к) $90\ 000 : 36$.

① 257. Укажите количество цифр до запятой в частном:

- а) $5 : 8$; б) $14\ 625 : 975$; в) $14\ 084 : 28$;
г) $3618 : 9$; д) $14,42 : 14$; е) $1\ 445\ 561 : 3587$;
ж) $1,442 : 14$; з) $144,2 : 14$.

① 258. Верно ли, что:

- при делении однозначного натурального числа на однозначное в частном всегда будет стоять один знак до запятой;
- при делении двузначного числа на однозначное в частном будут стоять один или два знака до запятой;
- при делении двузначного числа на двузначное в частном будет стоять один знак до запятой?

Продолжите исследование количества знаков до запятой в частном при делении трёхзначных и других многозначных чисел. Когда при выполнении деления вам могут пригодиться полученные выводы?

① 259. Проверьте решения:

а) $\begin{array}{r} -4\ 6\ 2\ 0 \mid 1\ 5 \\ \hline 4\ 5 \\ \hline 1\ 2\ 0 \\ \hline 1\ 2\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$ б) $\begin{array}{r} -4\ 9,6 \mid 8 \\ \hline 4\ 0 \\ \hline 9 \\ \hline 8 \\ \hline 1\ 6 \\ \hline 1\ 6 \\ \hline 0 \end{array}$ в) $\begin{array}{r} -4\ 6\ 2\ 0 \mid 1\ 5 \\ \hline 4\ 5 \\ \hline 1\ 2\ 0 \\ \hline 1\ 2\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$

Какое из них верное? Объясните, как появились ошибки в других решениях.

② 260. Замените звёздочки цифрами:

а) $\begin{array}{r} -* * * * \mid *** \\ \hline \dots \dots \end{array}$ б) $\begin{array}{r} * * \mid ** \\ \hline \dots \end{array}$
в) $\begin{array}{r} -* * * * \mid *** \\ \hline \dots \dots \end{array}$ г) $\begin{array}{r} * * \mid ** \\ \hline 0, \dots \end{array}$

① 261. Какое из чисел 3; 8; 12; 123; 138 может стать остатком при делении:

- а) $273 : 5$; б) $28\ 085 : 137$; в) $2383 : 125$; г) $89\ 912 : 30$?

1) Составьте задачи по предложенным решениям:

a) $23,25 \text{ р.} : 3 = \boxed{23} \boxed{2} \boxed{5}$ к. : 3 = $\boxed{7} \boxed{7} \boxed{5}$ к. = 7 р. 75 к.



б) $\boxed{23} \boxed{,} \boxed{2} \boxed{5} \text{ р.} : 3 = \boxed{7} \boxed{,} \boxed{7} \boxed{5} \text{ р.}$



2) Проверьте результаты: а) сложением; б) вычитанием;

в) умножением; г) делением.

1) Выполните деление десятичной дроби на натуральное число:

а) 17,85 : 17; б) 183,6 : 204; в) 1,2369 : 93; г) 86,448 : 80.

2) Используя шифр, расставьте у результатов деления соответствующие буквы и прочитайте запятанное в задании слово:

9	1,05	1,86	0,9	0,0133	1,5	0,133	1,0806
И	Н	К	У	Л	П	Б	Ь

Как вы думаете, почему зашифровали именно это слово?

2) Выполните деление:

а) 81 : 6; б) 8,1 : 6; в) 0,81 : 6;
г) 0,081 : 6; д) 5,3 : 5; е) 0,15 : 3.

1) Заполните таблицу.

Множитель	2	...	2	2	2	Частное
Множитель	0,19	0,38	0,95	...	19	Делитель
Произведение	0,38	0,76	...	3,8	...	Делимое

Практикум

2) Используя таблицу, заполните пропуски в цепочке равенств:

$$0,38 : 0,19 = 0,76 : 0,38 = \dots : 0,95 = 3,8 : \dots = \dots : 19.$$

3) Продолжите цепочку равенств:

$$0,13299 : 0,0214 = 1,3299 : 0,214 = \dots$$

до тех пор, пока делитель не окажется натуральным числом.

Верно ли, что деление на десятичную дробь можно заменить делением на натуральное число? Если да, то как это сделать?

① 266. 1) Выполните деление: а) $412 : 2$; б) $824 : 2$; в) $412 : 4$; г) $824 : 4$.

2) Как изменится частное, если:

а) делимое увеличить в 2 раза (в несколько раз), а делитель оставить без изменения?

б) делитель увеличить в 2 раза (в несколько раз), а делимое оставить без изменения?

3) Изменится ли частное, если делимое и делитель одновременно увеличить в 2 раза? в несколько раз?

① 267. Проверьте, является ли равенство верным:

а) $14 : 7 = 140 : 70$; б) $25 : 5 = 50 : 10$;

в) $1,4 : 0,7 = 14 : 7$; г) $0,14 : 0,7 = 1,4 : 7$;

д) $0,483 : 0,21 = 48,3 : 21$; е) $5,534 : 1,43 = 553,4 : 143$;

ж) $400,05 : 0,127 = 40005 : 127$; з) $0,236 : 2,36 = 23,6 : 236$.

① 268. Зная, что $624 : 24 = 26$, найдите частное:

а) $62,4 : 24$; б) $6,24 : 24$; в) $0,624 : 24$;

г) $62,4 : 12$; д) $62,4 : 6$; е) $62,4 : 3$;

ж) $62,4 : 2,4$; з) $62,4 : 0,24$; и) $62,4 : 0,024$.

① 269. Выполните деление и найдите лишний ответ:

а) $4,42 : 0,2$; б) $7,07 : 1,4$; в) $3,5 : 0,4$; г) $18,4 : 7,36$;

д) $86,1 : 2,46$; е) $0,2091 : 4,1$; ж) $235,2 : 0,042$.

Ответы: 22,1; 0,051; 5600; 2,45; 35; 2,5; 8,75; 5,05.

① 270. Выполните деление и сделайте проверку умножением:

а) $97500 : 125$; б) $758,5 : 3,7$;

в) $2808,5 : 137$; г) $9179,3 : 30,7$.

① 271. Выполните деление:

а) $23,41 : 10$; б) $23,41 : 100$; в) $23,41 : 1000$;

г) $23,41 : 0,1$; д) $23,41 : 0,01$; е) $23,41 : 0,001$.

1) 272. Выполните деление:

- а) $12,6 : 42$; б) $12,6 : 4,2$; в) $12,6 : 0,42$; г) $12,6 : 0,042$;
д) $12,6 : 1$; е) $12,6 : 0,8$; ж) $12,6 : 1,2$.

Сравните частное с делимыми, если делитель: меньше 1; больше 1.

1) 273. При делении получились частные: а) 0,23; б) 1; в) 3,4.

В каком случае делимое было: больше делителя; равно делителю; меньше делителя?

1) 274. Поставьте знак $<$, или $>$, или $=$ вместо $*$, не производя деления:

- а) $6 : 0,8 * 6$; б) $24,16 : 0,12 * 24,12$. в) $13,2 : 24 * 13,2$;
г) $7,9 : 1 * 7,9$; д) $1,836 : 18,36 * 1,836$; е) $7,9 : 3,16 * 7,9$;

В каком случае частное и делимое равны?

1) 275. 1) Выполните деление:

- а) $12,4 : 3,1$; б) $1,24 : 0,31$; в) $2,48 : 0,31$;
г) $0,62 : 0,155$; д) $12,4 : 0,31$; е) $12,4 : 0,62$.

2) Понаблюдайте за изменениями делимого, делителя и частного.

1) 276. Закончите предложение:

а) если делимое увеличить в несколько раз, а делитель оставить без изменения, то частное...

б) если делитель увеличить в несколько раз, а делимое оставить без изменения, то частное...

в) если одновременно делимое и делитель увеличить в одинаковое число раз, то частное...

г) если делимое уменьшить в несколько раз, а делитель оставить без изменения, то частное...

д) если делитель уменьшить в несколько раз, а делимое оставить без изменения, то частное...

1) 277. Рассмотрите пример: $12 : 0,5 = (12 \cdot 2) : (0,5 \cdot 2) = 24 : 1 = 24$.

Выполните деление устно:

- а) $2,4 : 5$; б) $23 : 0,5$; в) $32,1 : 0,25$;
г) $32,2 : 25$; д) $11 : 125$; е) $101 : 0,125$.

Составьте свои примеры для конкурса «На лучшего счётчика».

1) 278. 1) Выполните действия:

- а) $(0,88 \cdot 0,32) : 0,8 ; (0,88 : 0,8) \cdot 0,32 ; (0,32 : 0,8) \cdot 0,88$;
б) $(4,9 \cdot 4,2) : 0,07 ; (4,9 : 0,07) \cdot 4,2 ; (4,2 : 0,07) \cdot 4,9$;
в) $(1,045 \cdot 12,5) : 0,5 ; (1,045 : 0,5) \cdot 12,5 ; (12,5 : 0,5) \cdot 1,045$.

Практикум

2) Записав числовые выражения, найдите:

- частное от деления произведения чисел 4,8 и 0,3 на 0,6;
- произведение частного от деления чисел 4,8 и 0,6 и числа 0,3;
- произведение числа 4,8 и частного от деления числа 0,3 на 0,6.

3) Придумайте сами аналогичные задания и закончите предложение: «Для того, чтобы разделить произведение двух чисел на третье, достаточно один из множителей...»

① 279. 1) Выполните действия:

- $(0,75+2,5):0,25$;
- $0,75:0,25+2,5:0,25$;
- $0,75:0,25+2,5$;
- $0,75+2,5:0,25$;
- $0,64:0,8+0,36:0,8$;
- $(0,64+0,36):0,8$.

2) Распределите числовые выражения по столбцам, соответствующим такому виду алгебраического выражения:

$$(a+b):c \quad a:c+b:c$$

Сравните значения соответствующих числовых выражений в столбцах.

3) Закончите предложение: «Для того, чтобы разделить сумму на число, можно...»

① 280. Выразите:

- в метрах: а) 234 мм; б) 128 см; в) 5 дм;
- в квадратных метрах: а) 5328 кв. см; б) 367 кв. дм;
- 4 кв. см.
- в килограммах: а) 3268 г; б) 560 г; в) 32 ц.

① 281. Продолжите равенства:

- $2,34 \text{ мм} = 0,234 \text{ см} = \dots \text{ дм} = \dots \text{ м}$;
- $139 \text{ к.} = \dots \text{ р.}$;
- $2,525 \text{ м} = \dots \text{ дм} = \dots \text{ см} = \dots \text{ мм}$.

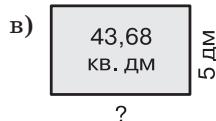
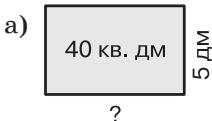
- ① 282. 1) Сколько вершков содержится в: а) 1 дм; б) 1 м;
в) 1 милю; г) 1 км?
- 2) Сколько золотников содержится в: а) 1 фунте; б) 1 пуде; в) 1 кг?
- 3) Сколько футов в: а) 1 м; б) 1 ярде; в) 1 аршине?

① 283. Ответьте на вопросы.

- Какое число в 1,2 раза меньше 12,24?
- Во сколько раз 183,6 больше 20,4?
- Во сколько раз 3,16 меньше 7,9?

4) На сколько 0,032 больше 0,0064?

1) 284. Найдите длину прямоугольника:



1) 285. За 3,2 м драпа заплатили 149,44 р. Сколько стоит 1 м драпа?

1) 286. Пешеход за 2,5 ч прошёл 8 км. С какой скоростью шёл пешеход?

1) 287. Рост гориллы 2 м. Найдите в метрах рост карликовой обезьяны, если она ниже гориллы в 12,5 раза.

1) 288. Во сколько раз карликовая обезьяна ниже человека, рост которого 170 см?

1) 289. Масса мотка проволоки равна 44,46 кг. Сколько метров в мотке, если масса 1 м проволоки 292,5 г?

1) 290. Кувшин с молоком весит 3200 г, пустой кувшин — 625 г. Сколько литров молока в кувшине, если 1 л молока весит 1,03 кг?

1) 291. Составьте числовые выражения для решения следующих задач:

а) Для приготовления пяти одинаковых торты кондитеру необходимо иметь 625 г орехов. Сколько таких же торты он может испечь, если у него имеется 1 кг орехов?

б) Для пошива семи платьев портнице потребуется 112 пуговиц. Сколько таких же платьев сшила портниха, если ей для этого потребовалось 144 пуговицы?

1) 292. 35 л молока весят 36,05 кг. 55 л керосина весят 44 кг. Во сколько раз керосин легче молока?

1) 293. За какое время поезд пройдёт 493 км, если известно, что за 3,6 часа он прошёл 208,8 км?

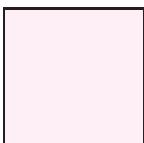
1) 294. Можно ли положить в багажник автомобиля 2 мешка картофеля по 50 кг каждый, если в салоне едут двое взрослых весом 80 кг и 75,5 кг и двое детей весом 38,3 кг и 45,1 кг, а грузоподъёмность автомобиля 0,4 т?

1) 295. Разрежьте кусок телефонного провода длиной 10 м так, чтобы длина одной части была: а) меньше на 2,3 м, чем другая; б) больше на 2,3 м, чем другая.

Практикум

296. Заполните таблицу о прямоугольнике:

Длина	8,6 см	3,5 см		4,2 см		
Ширина	4,7 см		6,6 см			
Периметр		11,8 см	28,2 см			14 см
Площадь				15,12 см ²	25,6 см ²	



297. 1) Выполните необходимые измерения и вычислите площадь квадрата.

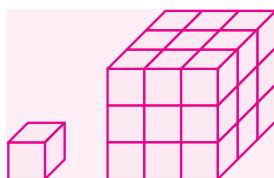
2) Как изменится площадь квадрата, если каждую из его сторон уменьшить в 2 раза (в 3 раза)?

❶ 298. Из маленьких кубиков сложен большой куб.

Найдите двумя способами объём маленького куба, если ребро большого куба равно 6,3 см.

1) 299. Проверьте, верны ли равенства:

a) $5,71 + 4,913 : 1,7 = 8,6$; b) $0,99 : (0,004 + 0,36 \cdot 0,6) - 1,5 = 3$;
 b) $8,72 : (6,3 + 4,6) + (1,584 - 1,56) \cdot 700 = 17,6$.



300. Используя краткую запись, заполните пропуски в следующей задаче и решите её.

В три мешка насыпали сахар. В первом мешке ... кг сахара. Это в 1,5 раза больше, чем во втором мешке, и на ... кг меньше, чем в третьем. Сколько сахара в трёх мешках?

I 37,5 кг, в 1,5 раза больше — на 12,5 кг меньше, чем ?
 II
 III

301. Выполните деление:

а) 328 : 8; б) 32,8 : 8; в) 0,328 : 8; г) 3,28 : 8;
 д) 18 207 : 9; е) 18,207 : 9; ж) 1,8207 : 9; з) 1820,7 : 9.

Когда при делении на натуральное число нужно в частном поставить запятую?

302. Используя нули и запятые, измените правую часть числового равенства так, чтобы оно стало верным:

а) $12,24 : 4 = 306$; б) $37,1 : 53 = 7$; в) $992,8 : 8 = 1241$;
 г) $5,679 : 2 = 28395$; д) $36,1 : 5 = 722$; е) $99,28 : 8 = 1241$.

1) 303. 1) Выполните деление натуральных чисел: а) $2 : 4$;
б) $23 : 25$; в) $16 : 7$; г) $25 : 6$.

2) В каких случаях вы получили конечную десятичную дробь?

3) В каких случаях вы получили бесконечную периодическую дробь?

1) 304. На сколько знаков нужно перенести запятую в делимом и делителе, чтобы деление на десятичную дробь свести к делению на натуральное число:

- а) $0,536 : 5,36$; б) $7,6 : 0,2$; в) $6,3 : 0,03$;
г) $0,004 : 0,008$; д) $3,75 : 0,004$; е) $140,4 : 12$?

1) 305. Изучите пример: $1,7 : 0,34 = 1,70 : 0,34 = 170 : 34$; Выполните деление:

- а) $86,1 : 2,46$; б) $25,9 : 0,037$; в) $169,2 : 4,23$;
г) $183,96 : 5,256$; д) $376 : 0,0004$; е) $35 : 0,2$.
ж) $23,1 : 0,21$; з) $0,3 : 0,75$; и) $2,7 : 0,003$;
к) $1 : 0,25$; л) $0,154 : 0,77$; м) $2,88 : 0,8$.

1) 306. Выполните деление:

- а) $42 : 21$; б) $4,2 : 2,1$; в) $4,2 : 0,21$;
г) $4,2 : 21$; д) $0,42 : 0,021$; е) $4,2 : 0,0021$.

1) 307. Вычислите устно:

- а) $12,3 : 0,1$; б) $3,142 : 100$; в) $0,3417 : 0,001$;
г) $159,8 : 100$; д) $32,3 : 1$; е) $0 : 0,1$;
ж) $8,76 : 10$; з) $3 : 0,1$; и) $2,9 : 100$;
к) $0,01 : 0,1$; л) $7,05 : 0,001$; м) $2,001 : 10000$.

1) 308. Найдите частное и выполните проверку умножением:

- а) $0,8 : 0,5$; б) $27,435 : 0,62$; в) $3,51 : 2,7$;
г) $2,81596 : 4,52$; д) $14,335 : 0,61$.

1) 309. Найдите частное и выполните проверку делением:

- а) $0,096 : 0,12$; б) $0,126 : 0,9$; в) $42,105 : 3,5$.

1) 310. Выясните, какие частные находятся между числами 1 и 10:

- а) $48,9 : 15,7$; б) $31,7 : 0,972$; в) $36,48 : 8,25$;
г) $13 : 8$; д) $2,75 : 0,64$; е) $0,024 : 0,3$.

Практикум

① 311. Найдите неизвестный множитель:

- а) $3,2 \cdot p = 5,12$; б) $3,8 \cdot t = 38,38$;
в) $0,015 \cdot x = 31,26$; г) $0,75 \cdot x = 3$.

① 312. Найдите значение числового выражения:

- а) $3,91 : 2,3 + 3,2$; б) $0,09999 : (5,31 + 4,59)$;
в) $(7,5 - 7,2438) : 0,084$.

313. Конкурс на лучшего счётчика. Выполните деление (устно):

- 1) а) $7,6 : 2$; б) $6,3 : 3$; в) $0,8 : 4$; г) $1,8 : 6$; д) $1,4 : 7$.
2) а) $8 : 0,4$; б) $10 : 0,5$; в) $18 : 0,9$; г) $64 : 3,2$; д) $49 : 0,7$.
3) а) $1,8 : 0,2$; б) $0,36 : 0,18$; в) $3,9 : 3$; г) $0,25 : 2,5$; д) $0,126 : 0,6$.
4) а) $8,2 : 4,1$; б) $17,5 : 3,5$; в) $7,7 : 0,1$; г) $7,49 : 7$.
5) а) $0,001 : 0,01$; б) $1 : 0,25$; в) $20 : 0,2$; г) $0,01 : 0,1$.
6) а) $324,5 : 100$; б) $3 : 10$; в) $0,02 : 10$; г) $545 : 1000$.

② 314. Заполните пропуски:

$$4,8 \xrightarrow{\square} 9,6 \xrightarrow{\square} [19,2]; \quad 4,8 \xrightarrow{\square} 9,6 \xrightarrow{\square} [19,2].$$

② 315. Приведите по два примера на деление с данным ответом:

- а) 0,006; б) 0,0035; в) 0,42;
г) 8,1; д) 72; е) 8,9;
ж) 793; з) 1; и) 0.

② 316. Вычислите:

- а) $0,0625 : 0,25 + 5 : 0,25 + 9,6 : 12 + 1,08 : 0,8$;
б) $24 : 10 + 0,2 : 100 + 13,7 : 1000$;
в) $0,7 : 0,035 + 4 : 20 + 1 : 0,8 + 0,72 : 6$;
г) $1,5 : 10 + 40 : 100 + 8,63 : 1000$.

② 317. Выполните деление:

- а) $435 : 13$ с точностью до 1;
б) $900 : 96$ с точностью до 0,1;
в) $1,05 : 12$ с точностью до 0,01;
г) $0,81 : 8$ с точностью до 0,01.

② 318. Решите уравнение:

- а) $5 \cdot x \cdot 345 = 2,484$; б) $0,7 \cdot x = 5,614$; в) $1,44 \cdot x = 57,6$;
г) $15 : x = 3,75$; д) $0,375 : x = 0,25$; е) $42,4 : x = 0,04$;
ж) $1 : x = 0,25$; з) $(x - 1,2) : 0,6 = 21,1$; и) $(y + 26,1) \cdot 2,3 = 70,84$.

② 319. Вычислите:

- а) $16,64096 : 0,01088$; б) $1,422435 : 0,00093$;
в) $598,27 : 0,2063$; г) $7230 : 5000$.

II 320. Вычислите:

- а) $1,488 : 1,24$; б) $0,2091 : 4,1$; в) $0,00027 : 0,015$;
 г) $20,503 : 2,9$; д) $28,07 : 1,4$; е) $1976 : 1,52$;
 ж) $2,472 : 2,4$; з) $0,135 : 15$.

II 321. Не выполняя деления, сравните значения выражений:

- а) $12,5 : 0,5$ и $25 : 0,5$; б) $12,5 : 0,5$ и $12,5 : 2,5$;
 в) $36,18 : 3,6$ и $36,18 : 7,2$; г) $12,5 : 0,5$ и $12,5 : 0,05$;
 д) $125 : 0,5$ и $12,5 : 5$; е) $36,18 : 36$ и $3,618 : 3,6$.

II 322. Как составлена таблица?

17,5	80	145
3,5	16	29
0,7	3,2	5,8

II 323. Можно ли из целого куска проволоки длиной менее 1,5 м изготовить каркас куба с ребром 1 дм?

II 324. Заполните пропуски:

- а) $83 \text{ кг} = \dots \text{ т}$; б) $25 \text{ кв. дм} = \dots \text{ кв. м}$; в) $20 \text{ кв. м} = \dots \text{ га}$;
 г) $8100 \text{ ц} = \dots \text{ т}$; д) $10 \text{ галлонов} \approx \dots \text{ л}$; е) $2 \text{ дм} \approx \dots \text{ дюймов}$.

II 325. Можете ли вы себе представить 0,001 м? 0,001 с? Что может произойти за 0,001 с? За это время звук пробегает 33 см, пуля пролетает 70 см, Земля, вращаясь вокруг Солнца, проходит 30 м. Найдите скорости звука, пули и Земли.

II 326. Какое расстояние преодолевает за 0,001 с:

- а) поезд, идущий со скоростью 72 км/ч;
 б) самолёт, летящий со скоростью 900 км/ч;
 в) человек, шагающий со скоростью 6 км/ч;
 г) свет, распространяющийся со скоростью 300 000 км/с?

Проверьте себя 3

1. Выполните действия:

а) $72 : 2,4$; б) $0,84 : 0,021$; в) $8,01 : 9$; г) $14,3 : 10 + 0,4 : 100$; д) $5 : 8$.

2. Найдите значение выражения $(a+b) : c$, если $a = 0,536$, $b = 53,6$, $c = 5,36$.

3. Найдите неизвестное:

а) $x \cdot 20 = 3,2$; б) $0,666 : y = 0,09$; в) $4,8 : (x + 0,04) = 120$.

Практикум

4. Запишите выражение и найдите его значение: сумма частного чисел 12,5 и 0,5 и произведения чисел 25 и 0,14.
5. Во сколько раз уменьшится площадь прямоугольника, длина которого 8,4 см, ширина 4,2 см, если его длину уменьшить в 1,2 раза, а ширину — в 1,4 раза?

Среднее арифметическое

327. Во время прогулки по лесу Света нашла 18 шишек, Саша — 9, Таня — 6, Витя лишь одну шишку, а Миша — 21. Все собранные шишки решили поделить поровну между пятью ребятами: $(18+9+6+1+21):5$. Каждому досталось по 11 шишек.

— Молодцы! — похвалил ребят Коля, — вы сейчас нашли среднее арифметическое пяти чисел. Так всегда поступают, когда что-то хотят поделить поровну.

Коля предложил добавить к общему количеству собранные им 17 шишек. Сколько шишек достанется теперь каждому из шести ребят?

Продолжите фразу: «Чтобы найти среднее арифметическое, нужно: ...»

328. Найдите среднее арифметическое следующих чисел:

- а) 12,87; 15,7; б) 4,8; 27,8; 11,6; 21,6;
- в) 2,56; 3,7; 4,2; г) 0,25; 0,31; 0,22; 0.

329. 1) Отметьте на числовом луче точки:

- а) $A(5); C(7); B(6);$ б) $M(2,5); K(6,3); N(4,4).$

В чём особенность расположения точек A , B , C и M , N , K на числовом луче?

2) Найдите координату середины отрезка AC , если $A(12,5)$, а $C(21)$.

330. В течение недели были зафиксированы следующие показатели термометра (в полдень):

$$26,5^\circ; 24,7^\circ; 27,6^\circ; 30,0^\circ; 19,9^\circ; 18,8^\circ; 19,1^\circ.$$

1) Какая самая высокая (и самая низкая) температура воздуха в полдень наблюдалась в течение недели?

2) Какова средняя за неделю температура воздуха в полдень?

331. Как вы понимаете следующие высказывания?

- 1) Он был человеком среднего роста.
- 2) В среднем этот нападающий забивает три шайбы за матч.
- 3) В среднем весе в финал вышли Пуговкин и Иголкин.

Практикум

4) В среднем в этой местности выпадает 240 мм осадков в год.

- 1) 332. Среднее арифметическое трёх чисел равно 93,75. Одно из этих чисел равно 100,26, другое 81,01. Найдите третье число.
- 1) 333. Готовясь к соревнованиям по пулевой стрельбе, спортсмен сделал 6 серий выстрелов. Вот его результаты:

Серия	I	II	III	IV	V	VI
Сумма очков	95	98	97	95	98	98

Сколько очков выбивал спортсмен в среднем за одну серию? Запишите выражение для нахождения этого среднего.

- 1) 334. В соревнованиях по триатлону спортсмен 2 ч бежал со скоростью 18 км/ч, затем 1 ч плыл со скоростью 5 км/ч, после чего 4 ч ехал на велосипеде со скоростью 37 км/ч. С какой средней скоростью спортсмен прошёл всю дистанцию? Какова средняя скорость на первых двух этапах? На последних двух?
- 1) 335. Расстояние между городами *A* и *B* равно 600 км. Поезд вышел из города *A* в 11 ч вечера и прибыл в город *B* на следующий день в 9 ч утра.

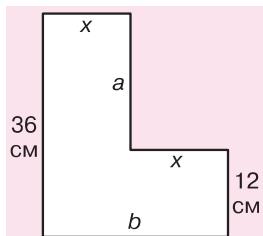
Какова была средняя скорость поезда, если в пути он сделал две остановки по 15 мин и одну — на 30 мин?

- 1) 336. Карлсон летел к Малышу 3 ч со скоростью 80 км/ч, а потом у него сломался пропеллер, и он 12 ч добирался на автобусе со скоростью 50 км/ч.

С какой средней скоростью двигался Карлсон?

Все действия

- 337. Заполните таблицу, используя рисунок.

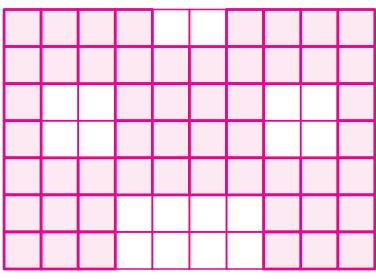


x	6 см	13,5 см	20,1 см
a			
b			

Практикум

Найдите площадь и периметр фигуры, изображённой на рисунке, в каждом случае. Меняется ли значение a при изменении значения x ? Зависит ли значение b от значения x ?

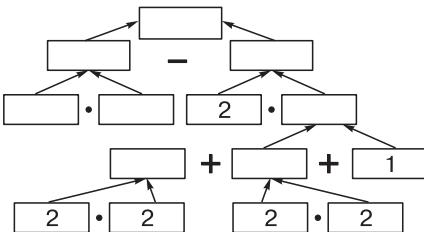
- 1) 338.** 1) Для нахождения площади закрашенной фигуры составите выражения и схему:



а) $10 \cdot 7 - 2 \cdot 4 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot 2 \cdot 2;$

б) $2 \cdot (4 \cdot 7 - 2 \cdot 1 - 2 \cdot \square + 1 \cdot 4);$

в)



Заполните пропуски в выражении б) и схеме в). Придумайте название фигуре.

Составьте свои выражения и схемы для нахождения площади закрашенной фигуры и найдите эту площадь.

- 2) Для нахождения площади фигуры составлено выражение: $9 \cdot 9 - 2 \cdot (3 \cdot 2 + 2 \cdot 1)$. Изобразите эту фигуру.

- 3) Нарисуйте свою фигуру и составьте выражение для нахождения её площади и периметра.

- 1) 339.** 1) Мама попросила Васю купить 2 пакета молока, батон хлеба, 300 г масла, а на оставшиеся от 150 рублей деньги купить конфет. Сколько конфет сможет купить Вася, если пакет молока стоит 20,3 р., батон хлеба — 13,5 р., 1 кг масла — 128 р., а 1 кг любимых конфет — 180 р.?

Составьте числовое выражение для решения задачи. Определите количество и порядок действий для нахождения значения полученного выражения. Какие правила действий вы при этом использовали?

Можно ли решить задачу с помощью другого числового выражения? Если да, то сравните полученные числовые выражения. Что у них общего и чем они отличаются?

- 2) Как изменили условие задачи, если для её решения составлено выражение $(100 - (2 \cdot 20,3 + 13,5)) : 180$?

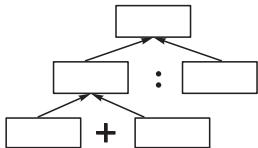
- 3) Составьте свою задачу, используя десятичные дроби, и решите её.

1) 340. Прочтите и найдите значения числовых выражений:

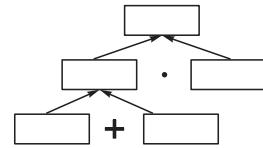
- а) $(3,6 + 7,8) \cdot 2,5$; б) $4,2 \cdot (6 + 2,7)$; в) $(27 - 8,3) \cdot 8,5$;
 г) $7,2 \cdot (6,2 - 4,9)$; д) $(6,3 + 3,6) : 1,1$; е) $69,3 : (2,2 + 1,1)$;
 ж) $(65 - 4,2) : 30,4$; з) $250 : (8 - 5,5)$.

Для вычисления значений каких из них составлены следующие схемы?

1)



2)



Попробуйте составить схемы для вычисления значения других числовых выражений из этого задания.

1) 341. 1) Верно ли, что значение выражения

$$0,65 + 0,25 \cdot 0,4 - 0,3$$

можно найти по схеме?

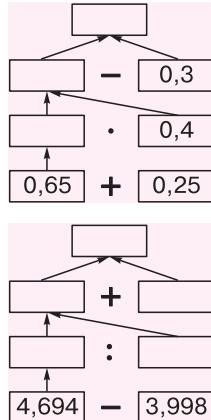
Если нет, то нарисуйте другую схему.

2) Сформулируйте известные вам правила выполнения действий с десятичными дробями.

3) При вычислении значения выражения

$$(4,694 - 3,998) : 4,35 + (4,5 \cdot 5,4 - 0,06)$$

ученик составил схему. Часть записей стёрлась. Восстановите их.



1) 342. 1) Найдите значение числового выражения:

а) $6 \cdot 1,5 - 1,4 \cdot 4$; б) $6 \cdot (1,5 - 1,4) \cdot 4$; в) $(6 \cdot 1,5 - 1,4) \cdot 4$;

г) $4 \cdot 16 : 8 \cdot 4$; д) $4 \cdot 16 : (8 \cdot 4)$; е) $4 \cdot (16 : 8 \cdot 4)$.

2) Что общего у этих выражений, и чем они отличаются?

3) Используя числа 2,5; 3; 1,8; 0,2, знаки действий и скобки, составьте несколько числовых выражений, принимающих:

а) одинаковые значения; б) разные значения.

Попробуйте описать с помощью схем придуманные вами числовые выражения.

1) 343. Даны три числа: 10,8; 3,4; 5,2. Используя знаки действий и скобки, запишите:

а) произведение суммы всех трёх чисел и разности между первым и вторым числами;

Практикум

б) произведение суммы первых двух чисел и разности между первым и вторым числами;

в) разность суммы первого и второго чисел и удвоенного третьего числа.

II 344. Найдите значение числового выражения:

- а) $(98,2 - 70,9) : 4,2 + 12,72$;
- б) $12,6 : (2,04 + 4,26) - 0,564$;
- в) $198,5 : 0,5 - 7,9 \cdot 3,1 - 10,9$.

II 345. Выберите из данных числовых выражений те, порядок действий в которых таков: 1) сложение; 2) сложение; 3) умножение; 4) сложение; 5) деление; 6) вычитание.

- а) $((0,125 + 0,25 + 0,6) \cdot 3,2 + 24,3) - 4,5 : 1,25$;
- б) $5,62 \cdot 5,15 - 5,76 : 0,9 + (3 + 0,39 : 0,25)$;
- в) $(0,123 + 0,817) \cdot (0,178 + 0,572) - 1,711 : (1,488 + 4,312)$;
- г) $(2,4 \cdot 0,51 + 50,4 : 14,4) : 0,05 + 0,22$.

Найдите значение каждого числового выражения.

II 346. Вычислите, определив предварительно порядок действий:

- а) $(0,472 + 0,278) \cdot (0,117 + 0,823) - 1,711 : (5,482 + 0,318);$
5,8; 0,75; 0,295; 0,94; 0,41; 0,705;
- б) $(4,578 : 3,27 + 0,672 : 1,68) : ((17,89 + 19,035) : 7,385);$
1,8; 1,4; 0,4; 5; 36,925; 0,36;

В строках записаны результаты выполнения отдельных действий. Проверьте себя.

II 347. Найдите значения числового выражения:

- а) $((11 - 10,2175) : (11 - 7,87) + 2,781 : (5,41 - 6,7 \cdot 0,5)) : (7 - 6,5)$;
- б) $(((5,152 + 9,374) \cdot 4,5) : (0,096 + 11,23 + 76,63 \cdot 0,8) + 0,35 \cdot 0,6) : 111$.

Если вы рядом с результатом каждого действия поставите соответствующую букву, то у вас получится фраза.

14,526 — Т; 65,367 — Ы; 72,63 — Л; 11,326 — М;
0,9 — О; 61,304 — О; 0,21 — Д; 1,11 — Е; 0,01 — Ц.

Прочтайте получившуюся фразу.

II 348. Выясните, какие из числовых выражений равны нулю, а какие не имеют смысла:

- а) $((18,64 : 4 - 4,41) : 0,5 - 0,5) : (20,5 \cdot 2,18)$;
- б) $(3,5 \cdot 1,24) : (10 - 1,6 : (0,4 - 0,6 \cdot 0,4))$;
- в) $((2,1 : 2 - 0,05) \cdot 0,2 - 0,2) : (3,15 : 22,5)$;
- г) $(4,4 : 2 - 1,8) \cdot 0,75 - 0,3) : (2,32 : 14,5)$.

II 349. Докажите, что:

$$\begin{aligned} \text{а)} & 0,1 + 0,5 \cdot (2,4 - 0,9 : (5 - 4,4)) : ((4 - 3,64) : 0,9 + 0,1) = 1; \\ \text{б)} & 512,9 : 2,5 + (108,4 \cdot 6,6 - 255,84 : 78) : 1,25 + 25,112 = 800. \end{aligned}$$

О 350. 1) Хозяйка купила 3,5 кг риса по 6 марок за 1 кг, а на остальные деньги купила пшена по 2,2 марки за 1 кг. За всю покупку было уплачено 26,5 марки. Дома, подсчитывая расходы, хозяйка стала заполнять такую таблицу:

Крупа	Цена 1 кг	Купила	Заплатила
Рис	6 марок		
Пшено	2,2 марки		
			Всего 26,5 марки

Закончите заполнение таблицы и выясните, сколько пшена купила хозяйка.

Составьте свою задачу о покупках с вопросом: «Сколько стоил килограмм конфет?»

2) Хозяйка купила 150 г конфет по 7,2 марки за 1 кг и 350 г конфет более высокого сорта. В уплату за покупку она дала 5 марок, но кассир сказал, что она должна доплатить ещё 7 пенни.

Сколько стоит 1 кг конфет более высокого сорта?

3) Придумайте задачу, в решении которой «примут участие» все действия с десятичными дробями и натуральными числами.

Решаем задачи

О 351. а) С какой скоростью должен ехать велосипедист, чтобы проехать 24,7 км за 2 ч? Сколько в пути пробыл велосипедист, если он проехал 6,5 км?

б) За какое время ракета пролетит путь, равный 24,5 км, если 14 км она пролетела за 4 с?

в) За секунду космическая ракета пролетает 12 км; за какое время она долетит до Луны, если расстояние от Земли до Луны около 400 000 км?

И 352. а) Известно, что скорость теплохода на 16 км/ч больше скорости течения реки. Можно ли найти скорость движения теплохода по течению реки (против течения реки)?

Практикум

б) Известно, что собственная скорость теплохода на 16 км/ч больше скорости течения реки. Теплоход прошёл 6 км вниз по течению реки за 20 мин.

Можно ли, используя эти данные, найти скорость теплохода по течению реки? скорость течения реки? собственную скорость теплохода?

① 353. а) По шоссе до города необходимо проехать на автомашине 400 км, сделав две остановки по 40 мин. Сколько времени займет поездка? Достаточно ли данных для ответа на вопрос задачи?

б) Из Москвы в Петербург, расстояние между которыми 650 км, вылетел самолёт, скорость которого 200 м/с. Долетит ли самолёт до цели менее, чем за 1 ч?

① 354. Капитан теплохода получил задание пройти 640 км за 16 ч. 180 км теплоход прошёл со скоростью 30 км/ч. С какой скоростью он должен пройти оставшееся расстояние, чтобы выполнить задание? Хватит ли данных для ответа на вопрос задачи?

① 355. а) Скорость течения реки 2 км/ч. На сколько километров в час скорость лодки по течению больше скорости против течения? Зависит ли ответ от собственной скорости лодки?

б) Скорость лодки по течению реки больше скорости лодки против течения на 6 км/ч. Какова скорость течения реки?

в) Скорость катера по течению реки 28,4 км/ч, а против течения — 23,8 км/ч. Найдите скорость течения реки.

г) Теплоход по течению реки идёт со скоростью 22,5 км/ч, а против течения — 18,2 км/ч. Найдите собственную скорость теплохода (скорость теплохода в стоячей воде).

① 356. Коля живёт от Миши на расстоянии 2,4 км. Этот путь Коля проехал на велосипеде за 0,4 ч со скоростью 6 км/ч, а обратный путь по той же дороге он проехал со скоростью 8 км/ч. На какой путь Коля потратил меньше времени и на сколько?

Нет ли лишних данных в задаче? Если есть, то какие именно?

① 357. Сравните условия задач.

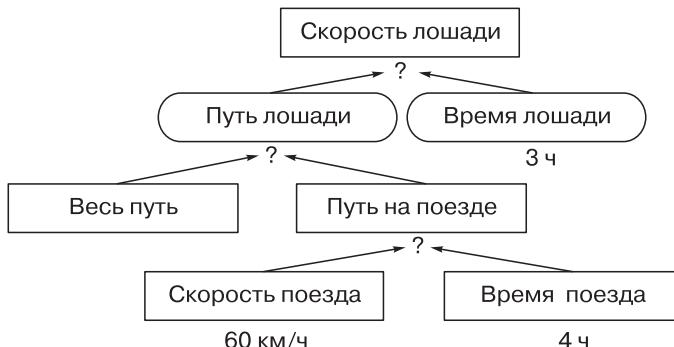
а) Турист проехал 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадях — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадях?

б) Турист проехал 288 км, причём на лошадях он проехал 48 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадях — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадях, если скорость поезда была 60 км/ч?

Практикум

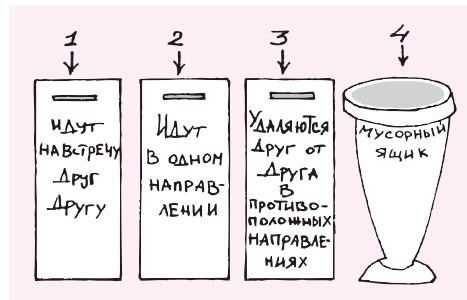
в) Турист проехал 288 км. Поездом он ехал 4 ч, а на лошадях — 3 ч. С какой скоростью ехал турист на лошадях, если поезд шёл со скоростью 60 км/ч?

Какая из задач может быть решена с помощью изображённой ниже схемы:



- 1** 358. Пункты *A* и *B* расположены на одном и том же шоссе. Из каждого пункта одновременно вышло по пешеходу. Они идут, не меняя направления и скорости своего движения.

Разложи по ящикам следующие утверждения относительно их движения (некоторые — сразу в несколько ящиков, а некоторые попадут в мусорный ящик).



- произведение скоростей пешеходов определяет быстроту их сближения;
- сумма скоростей одного и другого пешеходов определяет быстроту изменения расстояния между ними;
- пешеходы обязательно встретятся, если будут идти достаточно долго;

Практикум

- разность скоростей пешеходов определяет быстроту изменения расстояния между ними;
- расстояние между пешеходами сокращается;
- расстояние между пешеходами увеличивается;
- после встречи расстояние между пешеходами будет уменьшаться;
- после встречи расстояние между пешеходами будет увеличиваться;
- в момент встречи расстояние между пешеходами равно 0,5 км;
- пешеходы могут встретиться 2 раза, если будут идти достаточно долго;
- если пешеходы встретятся, то место встречи зависит от их скоростей;
- если пешеходы встретятся, то место встречи зависит только от их скоростей;
- место встречи пешеходов не зависит от того, одновременно они вышли в путь или нет;
- если скорости пешеходов одинаковые, то они встретятся посередине между пунктами А и В;
- если скорости пешеходов одинаковые, то они не встретятся;
- пешеход, идущий сзади, всегда догонит того, кто идёт впереди;
- время, прошедшее до встречи, зависит от суммы скоростей пешеходов;
- время, прошедшее до встречи, зависит от разности скоростей пешеходов;
- время, прошедшее до встречи, зависит от расстояния между пунктами А и В.

- ① 359. Мотоциклист и велосипедист выехали одновременно из села в направлении города. Через какое время расстояние между ними составит 50 км, если скорость мотоциклиста на 25 км/ч больше скорости велосипедиста? Можно ли узнать, какое расстояние пройдёт велосипедист к этому времени?
- ① 360. Сравните четыре задачи.
- а) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч, и пешеход, скорость которого 4 км/ч, движутся навстречу друг другу. Первоначальное расстояние между ними 16 км. Через какое время они встретятся?

б) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч , движется вдогонку пешеходу, скорость которого 4 км/ч . Первоначальное расстояние между ними 16 км . Через какое время велосипедист догонит пешехода?

в) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч , и пешеход, скорость которого 4 км/ч , вышли одновременно из одного пункта в одном и том же направлении. Через сколько часов расстояние между ними будет 16 км ?

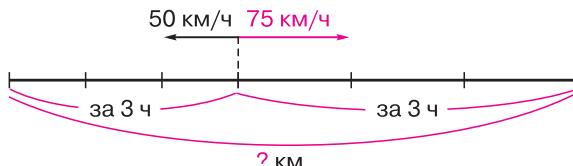
г) Велосипедист, скорость которого 12 км/ч , и пешеход, скорость которого 4 км/ч , начали двигаться одновременно из одного пункта в противоположных направлениях. Через какое время расстояние между ними будет 16 км ?

Сделайте рисунки к задачам. Запишите решение каждой задачи с помощью числового выражения.

- 1** 361. От одной и той же пристани по реке отошли одновременно два теплохода. Скорость одного из них — 22 км/ч , скорость другого — 27 км/ч . Каким будет расстояние между теплоходами через 6 ч , через 8 ч ?

Хватит ли данных для ответа на вопросы? Нужно ли знать скорость течения реки? Рассмотрите различные направления движения, проиллюстрируйте графически эти случаи. Изменится ли описанная в задаче ситуация, если слова «по реке» заменить на слова «по морю»?

- 1** 362. Составьте задачу по рисунку.



- 1** 363. Расстояние между пристанями 114 км . Одновременно на встречу друг другу вышли два теплохода, скорости которых $20,5 \text{ км/ч}$ и $17,5 \text{ км/ч}$.

Ответьте на вопросы:

- Какое расстояние будет между теплоходами через 2 ч ?
- Через сколько часов теплоходы встретятся?
- Через сколько часов после начала движения расстояние между ними будет 76 км , 114 км , 152 км ?

Все ли вопросы имеют единственный ответ?

Практикум

- 1 364.** а) Два поезда, расстояние между которыми 650 км, вышли одновременно навстречу друг другу. Через сколько часов поезда встретятся, если их скорости 55 км/ч и 45 км/ч?

б) Два поезда, расстояние между которыми 650 км, вышли одновременно навстречу друг другу. Через какое время расстояние между поездами будет равно 50 км, если их скорости 55 км/ч и 45 км/ч?

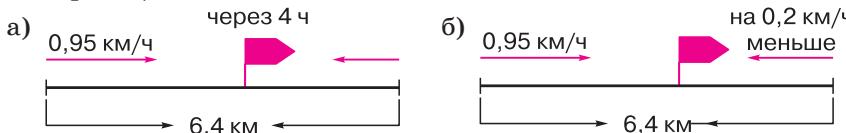
Сравните эти задачи. В чём сходство и в чём различие этих задач?

Выполните рисунки по тексту задачи. Все ли вопросы имеют единственный ответ? Если нет, то почему?

- 1 365.** Составьте задачу, используя рисунок. Потребовалось ли вам дополнять рисунок?



- 1 366.** Составьте задачу, используя чертёж. (Флажком отмечено место встречи.)



- 1 367.** Два поезда вышли навстречу друг другу одновременно из двух городов, расстояние между которыми 1260 км, и встретились через 7 ч после выхода. Скорость одного из них — 80 км/ч. Найдите скорость другого поезда.

Ответьте, что произойдёт, если:

- слово «одновременно» в тексте задачи отсутствует;
- слова «через 7 ч» заменили словами «через 2 ч»; «через 9 ч»;
- слова «одновременно» заменили словами «причем второй поезд вышел на 2 ч позже первого».

Запишите решение задачи в случае в).

- 1 368.** Из двух сёл, расстояние между которыми 82,4 км, одновременно навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Встретились они через 2 ч. Какова скорость каждого из них?

Практикум

Если вы не смогли ответить на вопрос, то введите в задачу дополнительные данные и решите её. Сколькими способами можно это сделать?

- ① 369. Составьте по рисунку задачу.



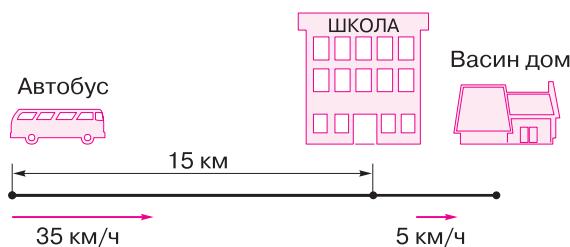
- ① 370. Велосипедист и пешеход, двигающиеся навстречу друг другу одновременно из пунктов A и B , встретились через 2 ч. Расстояние между пунктами 30 км. С какой скоростью двигался пешеход, если велосипедист проезжал в час на 3 км больше, чем пешеход? Изменится ли решение задачи, если велосипедист будет двигаться в два раза быстрее, чем пешеход?

Найдите различные способы решения этой задачи.

- ① 371. Два поезда вышли одновременно навстречу друг другу с двух станций, удалённых друг от друга на 520 км. Через какое время расстояние между поездами будет равно 65 км, если их скорости 60 км/ч и 70 км/ч?

- ① 372. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 1100 км, вышли навстречу друг другу два поезда. Поезда встретились через 5 ч. Во сколько раз скорость одного из них больше скорости другого, если известно, что один из поездов вышел на 2 ч раньше другого? Скорость одного из поездов 80 км/ч.

- ① 373. Вася стоял на остановке у школы и ждал автобуса. Его долго не было, и Вася решил идти домой пешком. В тот момент, когда он тронулся в путь, с конечной остановки вышел автобус и через некоторое время нагнал Васю.

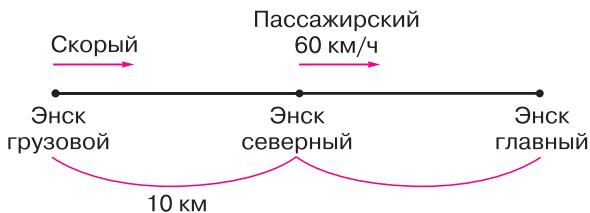


Практикум

Сколько времени шёл Вася, прежде чем его догнал автобус, если автобус двигался со скоростью 35 км/ч, Вася — со скоростью 5 км/ч, а расстояние между конечной остановкой и школой 15 км?

Верно ли, что Вася живёт в километре от школы?

- 1) 374. По следующей схеме составьте задачу.



Известно, что скорый и пассажирский поезда одновременно прибыли на вокзал Энск главный, причём за полчаса до этого скорый вышел со станции Энск грузовой, а пассажирский — со станции Энск северный.

Сколько разных вопросов можно задать в этой задаче?

- 1) 375. Из города по шоссе выехал легковой автомобиль со скоростью 60 км/ч и через 2 ч нагнал грузовик. Какова скорость грузовика, если он выехал из города в том же направлении, что и легковая машина, но на один час раньше?

- 1) 376. Прочтите условие задачи.

«Мама пошла в магазин, но забыла кошельк с деньгами. Машенька увидела это, схватила кошельк и побежала вдогонку. Когда она догнала свою маму, та уже успела уйти на 200 м от дома.

Найдите _____, если мама шла со скоростью 0,8 м/с, а Машенька бежала со скоростью 4 м/с.»

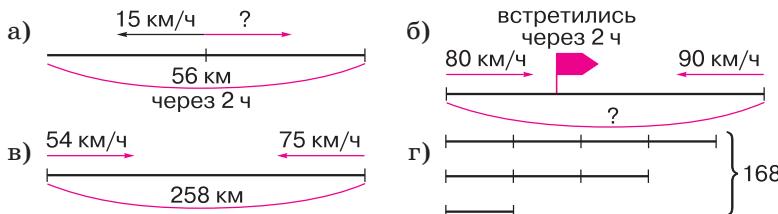
Каков был вопрос в задаче, если решалась она так:

$$1) 200 : 0,8 = 250; \quad 2) 200 : 4 = 50; \quad 3) 250 - 50 = 200.$$

Ответ: _____ 200 _____.
1) 377. Два велосипедиста выехали с одной и той же станции со скоростями 12 км/ч и 14 км/ч, но первый велосипедист выехал на час раньше второго. Через сколько времени после его выезда расстояние между велосипедистами будет 64 км?

Выполните чертёж и составьте различные выражения, с помощью которых может быть решена задача.

1) 378. Используя рисунки, придумайте различные задачи.



1) 379. Какова собственная скорость катера, если за 4,5 часа катер прошёл по течению реки 72 км, а скорость течения реки равна 3 км/ч?

1) 380. Собственная скорость теплохода 12,5 км/ч, а скорость реки 2,5 км/ч. Сколько времени продолжалась прогулка на теплоходе, если теплоход прошёл от пристани по течению реки 30 км и, не останавливаясь, вернулся назад.

1) 381. Лодка двигалась сначала по озеру 3 ч 15 мин со скоростью 6 км/ч, а затем против течения реки 1 ч 30 мин. Какое расстояние преодолела лодка, если скорость реки равна 3,6 км/ч?

1) 382. Скорость лодки в стоячей воде равна 13,3 км/ч, скорость течения реки — 2,8 км/ч. Сформулируйте вопросы к данной задаче по составленным выражениям:

- $13,3 \cdot 2 + (13,3 + 2,8) \cdot 3$;
- $(13,3 - 2,8) \cdot 4 + 15$;
- $(13,3 + 2,8) \cdot 5 + (13,3 - 2,8) \cdot 2 + 2,8 \cdot 3$;
- $32,2 : (13,3 + 2,8) + 21 : (13,3 - 2,8)$.

1) 383. Скорость лодки при движении по течению реки равна 18,4 км/ч, а против течения 16,4 км/ч. Сколько километров пройдёт лодка, двигаясь по озеру 4 часа?

1) 384. Расстояние между двумя пристанями 56 км. От них одновременно отплыли вниз по реке два катера. Первый катер идёт со скоростью 20 км/ч, второй — 16 км/ч. Какое расстояние будет разделять их через два часа? Выполните чертёж и решите задачу.

1) 385. Собственная скорость лодки 12 км/ч. Скорость течения реки 2,5 км/ч. Какое расстояние больше и на сколько: пройденное за три часа против течения реки или пройденное за два часа по течению реки?

1) 386. Катер прошёл 30 км по течению реки за 2,5 часа и 20 км/ч против течения реки также за 2,5 часа. Какова скорость реки?

Практикум

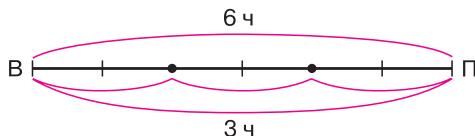
- ① 387. Известно, что турист прошёл некоторое расстояние с постоянной скоростью. Если бы он шёл с той же скоростью на 1 ч больше, то прошёл бы 25 км, а если бы он шёл на 1 ч меньше, то прошёл бы 15 км.

Какое расстояние прошёл турист за 2 ч?

За сколько часов прошёл турист 25 км?

С какой скоростью двигался турист и сколько времени он был в пути?

- ① 388. Из села в город вышел пешеход. Одновременно с ним из города в село выехал велосипедист. Пешеход пришёл в город через 6 ч, а велосипедист приехал в село через 3 ч.



Через сколько часов после начала движения они встретились? Какую часть пути пешеход проходит за 1 ч? велосипедист проезжает за 1 ч?

Проверьте себя 4

- Вычислите:
 - $53,104 + 4,6 \cdot (12 - 13,23 : 1,26)$;
 - $(11,3 \cdot 7,9 - 11,3 \cdot 2,9) \cdot (56,8 : 0,8 - 44,8 : 0,8)$.
- От двух станций, расстояние между которыми 310 км, отошли одновременно навстречу друг другу два поезда. Скорость первого поезда 87 км/ч, скорость второго поезда 68 км/ч. Сколько километров прошёл до встречи второй поезд?

ОТВЕТЫ

22. 1) Два числа: 6 и 20. 2) Например: 16 и 18; 15 и 19; 14 и 20; всего 16 пар. 27. 1) а) пятеричная система счисления; в) 1647. 28. 1) 3^2 ; 3) 9; 27; 36. 30. 1) Все неравенства верны; 2) а) $9 = 14_5$; б) $14_5 < 31_5$; в) $9 < 31_5$; г) $34_5 > 110_3$; д) $110_3 < 19$; е) $34_5 = 19$. 31. 2) а) $A(7)$; $B(9)$; $C(12)$; $D(16)$; $E(19)$; б) $A(12_5)$; $B(14_5)$; $C(22_5)$; $D(31_5)$; $E(34_5)$; в) $A(21_3)$; $B(100_3)$; $C(110_3)$; $D(121_3)$; $E(201_3)$. 32. 1) 100_3 ; 30_5 ; 37_8 ; 199_{12} ; 2) 21_3 ; 23_5 ; 35_8 ; 197_{12} . 35. 1) а) 3,156712; б) 7,307034. 37. 1) г); 4) а) 3,2 см. 38. 1) а) 0,5; б) 0,7; в) 1. 39. 1) а) 0,81; б) 0,12; в) 0,11; 2) а) 0,54; б) 0,46. 41. 1) а) 0,001; б) 0,003; 2) а) 1; б) 10; в) 100; г) 1000. 59. 1) Совпадают точки $A(3)$ и $D(3,0)$; $C(3,7)$ и $E(3,70)$. 2) $B(15,6)$. 3) $3,7 = 3,70$. 61. 1) 0,003. 2) $0,03 = 0,030 = 0,0300$. 63. 2) а) 2,7; б) 0,12; в) $3,8 = 3,80$; г) 7,6. 67. 6 десятичных дробей; наименьшая дробь — 18,9. 68. Верные: 1); 2); 4); 6); 7). 72. 0,13; 1,25; $2,2999$; $2,39 = 2,390$; 2,4; 2,401; 2,7; 1) 0,13; 2) 2,401. 73. 1) 0 или 1; 2) 4; 5; 6; 7; 8; 9; 3) все цифры; 4) никакую цифру нельзя подставить. 83. 1) а) 125 347 100; б) 125 347 000; в) 125 300 000. 84. 1) $7,5 \text{ м} \approx 8 \text{ м}$; 2) $739 \text{ см} \approx 7 \text{ м}$; 3) $32,4034 \text{ км} \approx 32\ 403 \text{ м}$; 4) $3,7272 \text{ т} \approx 4000 \text{ кг}$; 5) $43,51 \text{ кг} \approx 44 \text{ кг}$; 6) $4375 \text{ г} \approx 4 \text{ кг}$; 7) $1,37 \text{ р.} \approx 1 \text{ р.}$; 8) $20,3 \text{ к.} \approx 0 \text{ р.}$; 9) $247,09 \text{ р.} \approx 247 \text{ р.}$; 10) $13,57 \text{ р.} \approx 14 \text{ р.}$ 86. 1) а) $\approx 0 \text{ г}$; б) $\approx 0,1 \text{ г}$; в) $\approx 0,06 \text{ г}$; г) $\approx 0,065 \text{ г}$; д) $0,0648 \text{ г}$. 90. Группа А: 588; 1059; 77,89; 102,439; 99,807; Группа Б: 1122; 11021; 122,2; 103,001; 100,302. 92. 1) 38,49; 2) 0,72; 3) 11,3; 4) 22,207; 5) 3; 6) 15,08. 95. 1) 58,3 червонца; 2) 23,7 м; 3) 2 ч 15 мин; 4) 37 км. 104. 1) 10,97; 2) 1 ч 45 мин. 107. 1) 118,7 кг; 2) 65 мин; 3) 10,9 км; 4) а) 12,3 км/ч; б) 4,7 км/ч; 5) 14,6 км/ч; 12,2 км/ч; 6) 2,2 км/ч. 126. $2110,2_3 + 2121,2_3 = 12002,1_3$. 127. В шестеричной системе счисления. 128. 1) В пятеричной; 2) в восьмеричной; 3) в пятеричной; 4) в восьмеричной. 129. 1) 6,25; 2) 7,93; 3) не изменится; 7) увеличится на 11,1. 136. 1) 1,4; 2) 20,8; 3) 4,14; 4) 0,812. 137. 1) а) 1,001; б) 1,05; в) 2,88; г) 4,42; д) 34,672; е) 7,134. 140. 1) 29,33 м; 2) 71,71 м; 3) 63,75 м; 4) 321 р.; 5) 537 м. 141. 1) 94,2; 2) 113; 3) 70. 151. 1) $5 + x + 3,7$; 2) 11; 3) 6,3. 153. 1) 6,6; 2) 4; 3) 631,999; 4) 0. 154. 1) 1,4; 2) 20,8; 3) 4,14; 4) 0,812; 5) 7,56. 161. 1) 1 226 040; 3) 2 530 593; 5) 744 ч. 163. 1) 16 728; 2) 123 200; 3) 361 950; 4) 551 200; 5) 120 080; 6) 8 190 000. 166. 1) а) 1050 г;

Ответы

- 6) 1,05 кг; 2) а) 2,8 кг; б) 8,75 кг; в) 14 кг; г) 55,3 кг; д) 70,35 кг.
183. 1) б) 5,082; в) 5,46; е) 0,996. 187. 1) Увеличится в 10 раз; 2) не изменится; 5) увеличится в 10 раз. 188. 4; 2,5; 0,01.
192. 1) 777; 2) 258; 3) 35,1; 4) 10,9; 5) 209,0361; 6) 187,72.
196. 1) 150,48; 2) 6,165; 3) 0,65448; 5) 0,0048. 197. 1) 42; 70; 11,2; 2) 46,4 кв. м; 3) 2,2 тыс. км; 4,44 тыс. км; 4) 492 млн; 5) 8 м; 6) 16 380 г; 7) 8,75 км. 199. 1) а) 17,1875; б) 357,06528.
206. 1) 0,08; 3) 6; 5) 0,18. 208. 1) 10,02; 2) 6,25. 209. 1) б) 4; г) 16. 2) б) 2,4; г) 4,7. 3) б) 63,36; в) 0,3366. 4) б) 2; г) 7.
210. 1) 21,7; 2) 43,4; 3) 18,9; 4) 14,8; 5) 0,05; 6) 24900; 7) 24,9; 8) 249. 212. 1) 3,89; 3) 6,34; 5) 22,56; 7) 2,97.
213. 1) 12 308 кг; 2) 568,95 р. 214. 1) 843,3 р.; 4) Нужно докупить 12,5 м. 219. 1) 10,35. 222. в) 40,3; д) 700,3. 223. 1) 155,82; 2) 9,594; 3) 19,95; 4) 53. 224. 1) а) 68,05; б) 190,19.
225. 1) 1,26 кг; 0,04758 кг; 2) 8,16 кв. м; 2740 кв. м. 237. Синей ткани — 140,76 кв. см; зелёной ткани — 353,91 кв. см; красной ткани — 213,15 кв. см. 243. 1) 0,06 м; 0,0036 кв. м; 2) 0,02 м; 0,002 кв. м. 250. 1) 48; 2) 71; 3) 8; 4) 5; 5) 0 (ост. 27); 6) 1 (ост. 8); 7) 372; 8) 75; 9) 98. 272. 1) 0,3; 3) 30; 5) 12,6; 7) 10,5.
275. 1) а) 4; в) 8; д) 40. 278. 1) а) 0,352; б) 294; в) 26,125.
279. 1) а) 13; в) 5,5; д) 1,25. 283. 1) 10,2; 2) 9; 3) 2,5; 4) 0,0256. 284. 2) 8,6 дм. 311. 46,7 р. 286. 3,2 км/ч. 287. 0,16 м. 288. 10,625. 289. 152 м. 290. 2,5 л. 292. 1,2875. 293. 8,5 ч. 295. 1) 3,85 м; 6,15 м; 2) 6,15 м; 3,85 м. 298. 9,261 куб. см.
301. 1) 4,1; 7) 0,2023. 306. 5) 20. 311. 1) 1,6; 2) 10,1; 3) 2084; 4) 4. 312. 1) 4,9; 2) 0,0101; 3) 3,05. 316. 1) 22,4; 2) 2,4157; 3) 21,57; 4) 8645,4. 328. 1) 14,035; 3) 3,48(6). 330. 2) 23,8°.
332. 99,98. 333. 96,8(3). 334. 27 км/ч; 13(6) км/ч; 30,6 км/ч. 340. 1) 28,5; 3) 158,95; 5) 9; 7) 2. 342. 1) а) 3,4; в) 30,4; д) 2.
345. а) 23,82; б) 27,103; в) 0,41; г) 94,7. 354. 46 км/ч.
355. 1) 4 км/ч; 2) 3 км/ч; 3) 2,3 км/ч; 4) 20,35 км/ч. 359. 2 ч.
363. 1) 38 км; 2) 3 ч; 3) 1 ч или 5 ч; 0 ч или 6 ч; 7 ч.
364. 2) через 6 ч. 367. 100 км/ч. 20. 6 км/ч; изменится.
373. 30 мин; неверно, что Вася живёт в километре от школы. 375. 40 км/ч. 379. 13 км/ч. 380. 5 ч. 381. 23,1 км.
383. 69,6 км. 386. 2 км/ч. 387. 10 км; 5 ч; 5 км/ч и 4 ч.
388. Через 2 ч.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Здравствуй, дорогой читатель!	3
Глава 1. Измерение величин и запись результатов	5
Глава 2. Позиционные системы счисления	12
Глава 3. Десятичная система счисления.....	23
Глава 4. Названия чисел в десятичной системе счисления ..	34
Глава 5. Числовой луч. Сравнение натуральных чисел.....	39
<i>Психологический комментарий. О роли образов....</i>	44
Глава 6. Десятичные дроби.....	47
Ответы к игре «Магический прямоугольник»	61
Глава 7. Сложение натуральных чисел.....	62
Глава 8. Сложение десятичных дробей	69
Глава 9. Переместительный и сочетательный законы сложения.....	75
Глава 10. Вычитание натуральных чисел.....	81
«Вычитание многозначных чисел» (микрофильм) ...	84
Глава 11. Вычитание десятичных дробей	87
Задание Алго	88
Задание Ондатра.....	89
<i>Психологический комментарий. О видах памяти и о приёмах запоминания</i>	89
Глава 12. Умножение натуральных чисел. Переместитель- ный закон умножения	93
Глава 13. Распределительный закон умножения. Умножение на однозначное натуральное число.....	99
Глава 14. Умножение натурального числа и десятичной дроби на 10, 100, 1000 и так далее	108
Ответы Ондатра.....	114
Глава 15. Умножение натурального числа и десятичной дроби на круглое число.....	115
Глава 16. Умножение многозначного натурального числа и десятичной дроби на многозначное натуральное число	119

Оглавление

Глава 17. Умножение десятичных дробей	122
Психологический комментарий. О мыслительных операциях	129
Глава 18. Деление натуральных чисел. Деление с остатком ..	133
Глава 19. Деление многозначного натурального числа и де- сятичной дроби на однозначное натуральное число 140	
Глава 20. Деление многозначного натурального числа и де- сятичной дроби на многозначное натуральное число	147
Глава 21. Деление на десятичную дробь.....	154
Психологический комментарий. О свойствах внимания.....	158
Глава 22. Все действия с натуральными числами и десятич- ными дробями	160
Психологический комментарий. Вопросы для про- верки понимания	162
Практикум.....	163
Натуральные числа	163
Различные позиционные системы счисления.....	168
Викторина.....	170
Десятичные дроби	172
Сравнение чисел	177
Округление чисел.....	180
Сложение.....	181
Буквенные выражения и уравнения.....	191
Проверьте себя 1	194
Умножение натуральных чисел и десятичных дробей.....	195
Умножение в пятеричной системе счисления	207
Задачи о периметрах, площадях и объёмах.....	208
Проверьте себя 2	210
Деление натуральных чисел и десятичных дробей	210
Проверьте себя 3	221
Среднее арифметическое.....	222
Все действия.....	223
Решаем задачи	227
Проверьте себя 4	236
Ответы	237