Л.Э.Генденштейн,
Л.А.Кирик,
И.М.Гельфгат

7-9
классы

РЕШЕНИЯ КЛЮЧЕВЫХ ЗАДАЧ по ФИЗИКЕ

для основной школы

ИЛЕКСА

Л.Э. ГЕНДЕНШТЕЙН, Л.А. КИРИК,
И.М. ГЕЛЬФГАТ

РЕШЕНИЕ КЛЮЧЕВЫХ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ

для основной школы

7–9 классы

ИЛЕКСА
Москва
2013

ББК 22.3я72
Г34

Генденштейн Л.Э., Кирик Л.А., Гельфгат И.М.
Г34 Решение ключевых задач по физике для основной школы. 7–9 классы.— М.: ИЛЕКСА, 2013.— 208 с.
ISBN 978-5-89237-154-4

Эта книга, предназначенная для учащихся 7-9 классов, носит обучающий характер. В ней тщательно отобраны ключевые задачи по курсу физики основной школы, к которым даны подробные решения. В частности, в книге приведены решения к олимпиадным задачам, что позволяет использовать ее для работы в кружках и при подготовке к олимпиадам.

ББК 22.3я72

ISBN 978-5-89237-154-4

ТЕМ, КТО ХОЧЕТ НАУЧИТЬСЯ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ ПО ФИЗИКЕ

Ньютон писал, что примеры при обучении полезнее правил. В справедливости этих слов убеждается каждый, кому приходится учить или учиться. Поэтому самый эффективный способ *научить* решать задачи — это просто показывать, как они решаются, а самый эффективный способ *научиться* решать задачи — это просто их решать!

Но что делать, если «просто решать» не получается? В таком случае советуем начать с изучения решений задач и разобраться на примерах, «как это делается». И пусть вас не смущает, что вы изучаете готовые решения, а не решаете сами: «аппетит приходит во время еды», и вам захочется попробовать свои силы. А желание решать задачи — это главное условие для их решения!

При изложении решений многих задач мы ставили целью пройти весь путь вместе с читателем: искали, с чего начать решение (часто это — самое трудное), подробно проводили расчеты, анализировали результаты, а также старались предостеречь от типичных ошибок.

СОДЕРЖАНИЕ

Электрические явления

Световые явления

Законы взаимодействия и движения тел

Механические колебания и волны. Звук

Электромагнитные колебания и волны

Квантовые явления

ВВЕДЕНИЕ

1. ФИЗИКА И ФИЗИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДЫ. СТРОЕНИЕ ВЕЩЕСТВА

1.1. Как измерить (примерно), сколько зерен риса помещается в стакане? Что вам для этого понадобится?

Решение. Надо взять сосуд малого объема (например, пробирку или крышечку от пластиковой бутылки), наполнить этот сосуд рисом и сосчитать количество зерен риса. Затем найти, во сколько раз объем стакана больше объема малого сосуда (например, наполняя стакан водой с помощью этого сосуда).

1.2. Часы являются измерительным прибором, а циферблат — шкала этого прибора. Имеет ли эта шкала *одно* определенное значение цены деления?

Решение. Цена деления получится различной в зависимости от того, за какой стрелкой часов (секундной, минутной или часовой) мы наблюдаем. Ведь полный оборот секундной стрелки соответствует 1 мин, полный оборот минутной — 1 час, а полный оборот часовой — 12 час. Поэтому «шкале» на циферблате соответствуют три различных значения цены деления (каждой из трех стрелок соответствует «своя» цена деления).

1.3. Трехлитровая стеклянная банка заполнена дробью. Придумайте способ определения объема куска свинца, пошедшего на изготовление дроби.

Решение. В банку, наполненную дробью, налить воды так, чтобы уровень поверхности ее соответствовал трехлитровой отметке. Затем определить объем этой воды при помощи мензурки. Объем свинца равен разности между объемом банки и объемом воды.

1.4. Придумайте способ определения объема легко растворяющихся в воде тел.

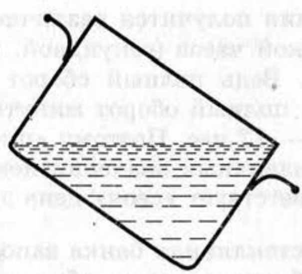
Решение. Можно использовать мензурку и любое сыпучее тело, например речной песок. Объем песка определяют с помощью мензурки. Затем песок пересыпают в какой-либо другой сосуд, а в мензурку опускают измеряемое тело (например, кусок соли). Снова высыпают песок в мензурку. Разность объемов песка в первом и втором измерениях равна объему тела.

1.5. Как определить с земли (приблизительно) высоту дерева, телеграфного столба или любого другого предмета, имея в своем распоряжении только небольшую линейку, длиной 20—30 см?

Решение. Сделать на дереве мелом отметку на высоте 1 м от поверхности земли. Отойти на некоторое расстояние от дерева и расположить линейку в вытянутой вперед руке так, чтобы ее шкала перекрывала все дерево. Высота дерева в метрах будет приблизительно равна отношению числа делений шкалы, приходящихся на все дерево, к числу делений, приходящихся на участок ствола высотой 1 м.

1.6. Вам даны кастрюля вместимостью 4 л, ведро с водой и чайник, в который необходимо как можно точнее отлить из ведра воду объемом 2 л. Как это можно сделать?

Решение. Нужно заполнить кастрюлю водой, затем медленно наклонять ее до положения, показанного на рисунке. Очевидно, в кастрюле останется половина объема воды.

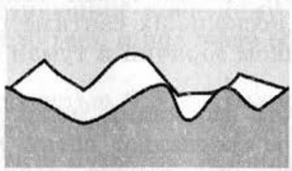


1.7. Как определить площадь фигуры, вырезанной из картона, если имеются весы с разновесом, ножницы, полоска бумаги шириной 1 см?

Решение. Масса фигуры M пропорциональна ее площади (картон одинаков по толщине). С помощью полоски бумаги как «мерной единицы» следует начертить на фигуре прямоугольник с известными сторонами, вырезать его и определить массу этого прямоугольника m. Площадь всей фигуры S во столько раз больше площади прямоугольника s, во сколько раз масса всей фигуры M больше массы m прямоугольника: $S : s = M : m$.

1.8. Между молекулами существуют силы притяжения. Почему же две «половинки» сломанной ручки не соединяются, если их плотно приложить одна к другой? Почему слипаются плотно прижатые друг к другу кусочки пластилина?

Решение. Силы притяжения между молекулами становятся достаточно большими только тогда, когда молекулы сближаются (расстояние между ними не превышает размеров молекулы). Размеры же неровностей на поверхности тела обычно намного превышают размеры молекулы. Когда мы прикладываем тела одно к другому (см. рисунок), силы притяжения возникают только между теми молекулами этих тел, которые оказываются очень близко друг к другу. Таких молекул относительно немного, поэтому притяжение оказывается слабым. Однако если вещество мягкое (например, пластилин), неровности сминаются, и силы притяжения в этом случае действуют между гораздо большим количеством молекул. В результате тела могут слипаться.



1.9. Чем отличалось бы движение данной молекулы в воздухе от ее движения в вакууме?

Решение. В вакууме молекула двигалась бы равномерно и прямолинейно. В воздухе вследствие столкновений с другими молекулами данная молекула движется по ломаной зигзагообразной линии с изменяющейся скоростью.

1.10. С помощью паяльника нельзя расплавить медные или стальные провода. Благодаря чему тогда удается надежно соединить пайкой эти провода друг с другом?

Решение. Припой (легкоплавкий сплав) играет роль клея: он заполняет неровности поверхностей и отвердевает. Твердый припой обеспечивает прочное сцепление между проводами.

1.11. Если слить вместе 50 мл воды и 50 мл спирта, объем раствора окажется меньше 100 мл. Почему? Можете ли вы проиллюстрировать свой ответ простым примером или опытом?

Решение. Между молекулами вещества всегда есть промежутки. Когда два вещества смешиваются, молекулы одного из них могут «занять» часть объема в промежутках между молекулами другого. В этом случае объем смеси получается меньшим, чем сумма первоначальных объемов обоих веществ. Это уменьшение объема особенно заметно, когда молекулы одного вещества значительно меньше, чем молекулы другого. Можно предложить простой опыт, иллюстрирующий это явление: взяв по полстакана фасоли и риса, высыпьте рис в стакан с фасолью и как следует потрясите этот стакан, закрыв его сверху рукой. Вы увидите, что объем смеси заметно меньше, чем объем стакана — часть риса просто заполнила «пустоты» между фасолинами.

1.12. В чайнике кипит вода. Действительно ли мы *видим* выходящий из носика чайника водяной пар?

Решение. Водяной пар невидим. То, что мы наблюдаем — это туман (мельчайшие капельки воды, в которую превращается пар при конденсации). Обычно туман наблюдается не у самого носика чайника, а в нескольких сантиметрах от него (у самого носика пар еще слишком горячий и туман не образуется).

1.13. Средняя скорость движения молекул газа при комнатной температуре составляет сотни метров в секунду — это скорость артиллерийского снаряда! Почему же запахи распространяются гораздо медленнее?

Решение. Молекулы пахучего вещества в воздухе движутся не по прямым линиям, а по очень «запутанным» ломаным линиям из-за столкновений с другими молекулами. Для того, чтобы запах распространился на некоторое расстояние, молекулы должны пройти намного больший путь.

1.14. Почему сливки на молоке отстаиваются быстрее в холодном помещении?

Решение. Молоко представляет собой смесь крохотных капелек жира и воды. Когда отстаиваются сливки, эти капельки скапливаются в основном наверху (они легче воды), поэтому сверху молоко и оказывается более жирным. Диффузия *мешает* этому процессу, способствуя равномерному распределению жира в воде. При низкой температуре диффузия происходит медленнее, поэтому сливки отстаиваются быстрее.

1.15. В вашем распоряжении имеются стеклянный тонкостенный цилиндрический сосуд, вода, линейка (или миллиметровая бумага) и стеклянная банка. Как, используя лишь эти материалы, определить вместимость банки?

Решение. Вместимость банки равна объему воды, налитой в нее доверху. Чтобы определить объем этой воды, выльем ее в цилиндрический сосуд. Примем, что дно сосуда плоское. Измерив диаметр d дна сосуда (или верхнего края его) и вычислив радиус r сосуда, вычислим площадь дна $S = \pi r^2$. Затем, измерив высоту h столба воды в сосуде, найдем объем воды $V = Sh = \pi r^2 h$.

1.16. Определите объем гайки.

Решение. Объем гайки можно найти экспериментально, если воспользоваться шприцем или мензуркой с малой ценой деления. В выбранный сосуд налейте воду до первого оцифрованного деления и определите цену деления мензурки. Затем одну за другой опускайте в воду гайки, фиксируя при этом их число. Если вы обнаружите пузырьки воздуха, прилипшие к гайкам, подумайте, как от них избавиться. Это поможет вам уменьшить погрешность измерения. Далее найдите разность объемов воды в цилиндре, соответствующих конечному и начальному уровням, разделите на число гаек и получите объем одной гайки.

1.17. Бутылку вместимостью 0,5 л возьмите за горлышко, облейте ее холодной водой и опустите горлышком в стакан с водой. Обхватите бутылку ладонями. Через некоторое время из нее будут выходить пузырьки воздуха. Почему?

Решение. При нагревании давление воздуха внутри бутылки увеличивается, оно становится больше атмосферного; поэтому часть воздуха выходит из бутылки до тех пор, пока давление внутри не станет равным атмосферному.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-1. Как определить, какую долю объема песка занимают сами песчинки, а какую — воздух? Какое оборудование вам для этого потребуется?

Решение. В одну мензурку налейте 100 мл воды (мензурка должна быть заполнена не доверху), а в другую насыпьте 50 мл сухого песка. Затем пересыпьте песок в воду. Если, например, уровень воды поднялся до отметки 130 мл, то общий объем *песчинок* равен 30 мл. Таким образом, объем песчинок составляет $\frac{30}{50}$ общего объема песка, т. е. 60%. Остальные 40% занимает воздух.

О-2. Вы наблюдаете из окна толпу людей на площади, пришедших на праздничное гулянье. На площади тесно. Если мысленно заменить каждого человека молекулой, то какое состояние вещества это напоминает?

Решение. Такое расположение молекул характерно для жидкости: промежутки между молекулами небольшие, порядок в расположении молекул отсутствует. Если бы люди на площади построились в ряды и колонны, то получилась бы «модель» кристаллической решетки; а когда гулянье закончится и большая часть людей разойдется, оставшиеся кое-где «молекулы» будут расположены подобно молекулам в газе.

МЕХАНИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ

2. РАВНОМЕРНОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

2.1. Автобус половину времени ехал со скоростью 40 км/ч, а оставшееся время — со скоростью 80 км/ч. Какую часть всего *пути* он ехал с большей скоростью?

2/3. ***Решение.*** Второй участок автобус проехал с вдвое большей скоростью, чем первый, затратив такое же время, значит, второй участок вдвое длиннее первого.

2.2. Велосипедист проехал полпути со скоростью 20 км/ч, а остаток пути прошел пешком. Какова была скорость его ходьбы, если ехал он 1/5 всего времени?

5 км/ч. ***Решение.*** Из условия следует, что ходьба заняла в 4 раза больше времени, чем езда. А из того, что велосипедист проехал и прошел одинаковые расстояния, следует, что скорость ходьбы в 4 раза меньше скорости езды.

2.3. Эскалатор мётро поднимает стоящего на нем человека за 1 мин; если же человек будет идти по остановившемуся эскалатору, на подъем уйдет 3 мин. Сколько времени понадобится на подъем, если человек будет идти по движущемуся вверх эскалатору?

45 с. ***Решение.*** Обозначим длину эскалатора s, его скорость $v_э$, скорость человека относительно эскалатора $v_ч$. Эскалатор поднимает стоящего человека за время $t_э = \dfrac{s}{v_э}$, человек поднимется по остановившемуся эскалатору за время $t_ч = \dfrac{s}{v_ч}$, а по движущемуся эскалатору за время $t = \dfrac{s}{v_ч + v_э}$. Следовательно, $s/t = s/t_э + s/t_ч$, откуда $t = \dfrac{t_э t_ч}{t_э + t_ч} = \dfrac{1 \cdot 3}{1 + 3} = \dfrac{3}{4}$ (мин). Итак, $t = 45$ с. Мы привели решение задачи в общем виде, однако заметим, что эту задачу можно решить устно. Из условия сле-

дует, что скорость эскалатора равна $3v_ч$. Поэтому, когда эскалатор движется, скорость человека относительно земли равна $4v_ч$. Следовательно, время подъема в этом случае вчетверо меньше, чем в случае неподвижного эскалатора.

2.4. Стоящий на эскалаторе человек поднимается за 2 мин, а бегущий по эскалатору — за 40 с. За какое время этот человек поднимется по неподвижному эскалатору?

1 мин. ***Решение***. Стоящий на эскалаторе человек за 1 мин перемещается на половину длины эскалатора, а бегущий — перемещается на полторы длины эскалатора. Следовательно, идущий по неподвижному эскалатору человек за 1 мин перемещается как раз на длину эскалатора.

2.5. Против течения мы плывем медленнее, чем в стоячей воде, зато по течению — быстрее. Возникает вопрос: где удастся скорее проплыть одно и то же расстояние *туда* и *обратно* — в реке или в озере?

В озере. ***Решение***. Пусть расстояние s в стоячей воде мы проплывем со скоростью v, а скорость течения реки равна u. Тогда, чтобы проплыть туда и обратно по озеру, потребуется время $t_1 = \dfrac{2s}{v}$. По течению реки мы движемся со скоростью $v + u$, против течения со скоростью $v - u$. Поэтому, проплыв туда и обратно по реке, мы затратим время

$t_2 = \dfrac{s}{v+u} + \dfrac{s}{v-u} = \dfrac{2sv}{v^2 - u^2}$. Очевидно, отношение $\dfrac{t_2}{t_1} = \dfrac{v^2}{v^2 - u^2}$ больше единицы, т. е. для движения по реке времени потребуется больше. Значит, выигрыш во времени при движении по течению меньше, чем потеря времени при движении против течения. Так и должно быть: ведь против течения мы движемся большую часть времени. Полученный вывод особенно нагляден, когда v лишь ненамного превышает u: в этом случае движение против течения будет очень медленным и займет много времени.

2.6. Моторная лодка проходит расстояние между двумя пунктами A и B по течению реки за время $t_1 = 3$ ч, а плот — за время $t = 12$ ч. Сколько времени t_2 затратит моторная лодка на обратный путь?

6 ч. ***Решение***. Обозначим расстояние между пунктами A и B через s, скорость моторной лодки относительно воды v, скорость

течения реки (т. е. скорость плота) u. Тогда $t = \frac{s}{u}$, $t_1 = \frac{s}{v+u}$.

Отсюда $v = u\left(\frac{t}{t_1} - 1\right)$, $s = ut$. Обратный путь займет время

$$t_2 = \frac{s}{v-u} = \frac{ut}{u\left(\frac{t}{t_1} - 1\right) - u} = \frac{tt_1}{t - 2t_1} = 6 \text{ (ч)}.$$

Заметим, что величины v, u, s остались неизвестными. Для решения задачи оказалось достаточным установить связи между этими величинами.

2.7. Моторная лодка за 3 ч проходит расстояние от города до поселка, расположенного ниже по течению реки. Сколько времени займет обратный путь, если скорость движения лодки относительно воды в 4 раза больше скорости течения?

5 ч. ***Решение.*** Обозначим скорость течения v. При движении по течению скорость лодки относительно берега равна $5v$, а при движении против течения ее скорость равна $3v$. Следовательно, время движения против течения в 5/3 раза больше, чем время движения по течению.

2.8. Пассажир поезда заметил, что две встречные электрички промчались мимо него с интервалом $t_1 = 6$ мин. С каким интервалом времени t_2 проехали эти электрички мимо станции, если поезд, на котором находится пассажир, ехал со скоростью $v_1 = 100$ км/ч, а скорость каждой из электричек $v_2 = 60$ км/ч?

16 мин. ***Решение.*** Найдем расстояние между электричками в двух системах отсчета — в системе отсчета «поезд», связанной с пассажиром, и в системе отсчета, связанной со станцией. В системе отсчета «поезд» электрички движутся со скоростью $v_{отн} = v_1 + v_2$. Так как они проходят мимо пассажира с интервалом времени t_1, расстояние между электричками $s = v_{отн} t_1 = (v_1 + v_2)t_1$. В системе же отсчета, связанной со станцией, $s = v_2 t_2$. Приравнивая два выражения для s, получаем $t_2 = (v_1 + v_2)t_1/v_2$. Подставляя численные данные, находим $t_2 = 16$ мин.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-3. Рыбак плыл по реке на лодке, зацепил шляпой за мост, и она свалилась в воду. Через час рыбак спохватился, повернул обратно и подобрал шляпу на 4 км ниже моста. Какова скорость течения? Скорость лодки относительно воды оставалась неизменной по модулю.

2 км/ч. ***Решение.*** Удобно рассматривать движение шляпы и лодки относительно воды, потому что относительно воды шляпа неподвижна, а скорость лодки, когда она плывет от шляпы и к шляпе, по модулю одна и та же — так, как это было бы в озере. Следовательно, после поворота рыбак плыл к шляпе тоже 1 ч, т. е. он подобрал шляпу через 2 ч после того, как уронил ее. По условию за это время шляпа проплыла по течению 4 км, откуда следует, что скорость течения 2 км/ч.

О-4. Велосипедист едет по ровной прямой дороге. Одна точка на ободе колеса велосипеда отмечена синей краской, а точка на спице — красной краской. Нарисуйте примерные траектории этих точек, рассматривая движение относительно Земли.

Решение. См. рисунок, на котором показан примерный вид траекторий (траектории такого движения называются циклоидами).

О-5. В каком направлении и с какой скоростью должен лететь самолет, находясь вблизи экватора, чтобы солнце для него стояло все время в зените?

На запад со скоростью 1670 км/ч. ***Решение.*** Вблизи экватора точки земной поверхности при суточном вращении Земли движутся с запада на восток со скоростью $\dfrac{\text{длина экватора}}{\text{продолжительность суток}} =$ $= 40000$ км/24 ч $= 1670$ км/ч. Чтобы скомпенсировать это движение, самолет должен лететь вдоль экватора с такой же скоростью, но в обратном направлении, т. е. с востока на запад. Для современных самолетов такие скорости уже возможны (можно сказать, что Земля в своем суточном вращении «проворачивается» под самолетом, летящим на запад вдоль экватора с такой скоростью).

О-6. Из городов A и $Б$ навстречу друг другу по прямому шоссе одновременно выехали два велосипедиста. Скорость первого 10 км/ч, скорость второго 15 км/ч. Одновременно с велосипедистами из города A вылетела ласточка. Она долетает до второго велосипедиста, разворачивается, долетает до первого велосипедиста и летает так между ними до тех пор, пока велосипедисты не встретятся. Какой путь пролетела ласточка, если скорость ее движения 50 км/ч, а расстояние между городами 100 км? Временем разворота ласточки можно пренебречь.

200 км. ***Решение.*** Расстояние между велосипедистами каждый час уменьшается на 25 км. Поскольку начальное расстояние между ними 100 км, они встретятся через 4 ч. Все это время ласточка будет летать со скоростью 50 км/ч, следовательно, ее путь составит 200 км.

О-7. Пуля пробивает навылет полый цилиндр, который вращается вокруг своей оси, делая 500 оборотов в секунду. При этом в цилиндре оказывается только *одно* отверстие. С какой скоростью летела пуля, если траектория пули пересекла ось цилиндра под прямым углом? Радиус цилиндра 15 см.

Скорость пули должна быть равной $\dfrac{150}{\left(n+\dfrac{1}{2}\right)}$ м/с, где $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$; например, скорость может быть равна 300 м/с, 100 м/с, 60 м/с. ***Указание.*** Надо учесть, что за время пролета пули сквозь цилиндр он должен сделать пол-оборота плюс любое *целое* число оборотов.

О-8. Велосипед едет по дороге со скоростью $v = 5$ м/с. С какой скоростью относительно дороги движутся ось колеса велосипеда, нижняя очка колеса, верхняя точка колеса? Шины велосипеда оставляют четкие отпечатки на дороге (т.е. колеса катятся без проскальзывания).

5 м/с, 0 м/с, 10 м/с. ***Решение.*** Скорость нижней точки колеса задана, по существу, непосредственно в условии: раз следы шин не смазаны, значит, нижняя точка колеса покоится относительно дороги. Ось колеса, жестко связанная с рамой велосипеда, движется, конечно, с такой же скоростью, как сам велосипед, т. е. 5 м/с. Найдем теперь скорость верхней точки

колеса. Заметим сначала, что *относительно рамы* велосипеда колесо просто *вращается*, причем нижняя точка колеса движется *назад*, а верхняя — *вперед*. А поскольку относительно дороги нижняя точка колеса покоится, мы можем сделать вывод, что скорость вращения точек обода колеса как раз равна по модулю скорости велосипеда v. Но тогда скорость верхней точки колеса относительно земли равна удвоенной скорости велосипеда, т. е. $2v$.

О-9. Если движение и покой являются относительными, то почему мы все-таки считаем, что Земля вращается вокруг Солнца, а не Солнце вокруг Земли (как думали в старину)?

Решение. Если в качестве тела, относительно которого рассматривается движение, выбрать Землю, то сама Земля, конечно, будет покоиться, а Солнце будет вращаться вокруг Земли по круговой орбите. Однако описание движения планет Солнечной системы (Меркурия, Венеры, Марса и других) станет при этом очень сложным: если рассматривать эти движения относительно Земли, они совсем непохожи на движения по круговым орбитам (расстояния от Земли до каждой из планет сильно изменяются в процессе движения). А вот если в качестве тела, относительно которого рассматривается движение, выбрать Солнце, описание движения всех планет намного упрощается: Земля и *все* другие планеты Солнечной системы вращаются вокруг Солнца по орбитам, близким к круговым. Это общее свойство орбит всех планет Солнечной системы навело английского физика Ньютона на мысль, что причиной такого движения планет является притяжение планет Солнцем.

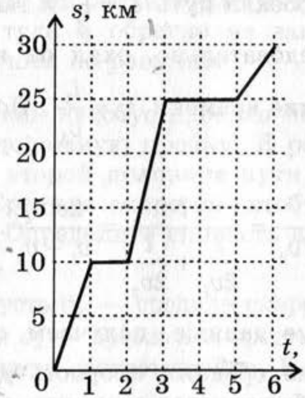
3. СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ

3.1. Два путешественника одновременно выехали на велосипедах из города A в город $Б$, и у обоих велосипеды в дороге сломались. Первый путешественник половину *времени* ехал и половину *времени* шел, а второй половину *пути* ехал и половину *пути* шел. Какой путешественник пришел в город $Б$ раньше, если путешественники едут с одинаковой скоростью и идут с одинаковой скоростью?

Первый. ***Решение.*** Первый путешественник проехал большее расстояние, чем прошел, поэтому он затратил меньше времени, чем второй, который проехал такое же расстояние, как и прошел. Можно рассуждать и иначе: второй путешественник шел дольше, чем ехал, поэтому он потратил больше времени, чем первый, который шел и ехал одинаковое время.

3.2. Человек ехал 1 ч на велосипеде со скоростью 10 км/ч, потом 1 ч отдыхал, потом ехал в течение 1 ч со скоростью 15 км/ч, потом 2 ч отдыхал, и, наконец, еще 1 ч шел пешком со скоростью 5 км/ч. Постройте график зависимости пути от времени и, пользуясь им, найдите среднюю скорость движения на всем пути.

5 км/ч. График зависимости пути от времени приведен на рисунке.



3.3. Человек выехал из поселка по прямой дороге на велосипеде со скоростью $v_1 = 15$ км/ч. В дороге велосипед сломался, и дальше человеку пришлось идти пешком со скоростью $v_2 = 5$ км/ч. Найдите среднюю скорость движения на всем пути, если: *а*) человек половину *времени* ехал и половину *времени* шел; *б*) человек половину *пути* ехал и половину *пути* шел. Почему средняя скорость в случаях *а* и *б* не совпадает?

10 км/ч; 7,5 км/ч. ***Решение.*** В обоих случаях движение происходит вдоль прямой в одном направлении, поэтому средняя скорость совпадает со средней путевой скоростью. Обозначим весь пройденный путь l, а все затраченное время t. Тогда $v_{\text{ср}} = \frac{l}{t}$.

В случае *а* человек ехал в течение времени $t_1 = \frac{t}{2}$ и такое же время $t_2 = \frac{t}{2}$ шел пешком. Следовательно, он проехал путь

$l_1 = v_1 t_1$ и прошел путь $l_2 = v_2 t_2$. Поскольку $l = l_1 + l_2$, получаем

$$v_{\text{ср}} = \frac{l_1 + l_2}{t} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t} = \frac{v_1 t/2 + v_2 t/2}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

Подставляя численные данные, получаем $v_{\text{ср}} = 10$ км/ч. Обратите внимание: средняя скорость равна *среднему арифметическому* скоростей на различных участках, если движение на каждом участке занимало *одинаковое время*.

В случае *б* человек проехал путь $l_1 = \frac{l}{2}$ и такой же путь $l_2 = \frac{l}{2}$ прошел пешком. Следовательно, ехал он в течение времени $t_1 = \frac{l_1}{v_1}$, а шел в течение времени $t_2 = \frac{l_2}{v_2}$. Поскольку $t = t_1 + t_2$, получаем

$$v_{\text{ср}} = \frac{l}{t_1 + t_2} = \frac{l}{l_1/v_1 + l_2/v_2} = \frac{l}{\dfrac{l}{2v_1} + \dfrac{l}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Подставляя численные данные, получаем $v_{\text{ср}} = 7,5$ км/ч. Как видим, в этом случае средняя скорость движения меньше, чем в первом. Это объясняется тем, что в случае *а* человек ехал и шел *одинаковое время*, а в случае *б* он шел *дольше*, чем ехал.

3.4. Автомобиль проехал половину пути со скоростью $v_1 = 60$ км/ч. Следующий отрезок пути он ехал со скоростью $v_2 = 15$ км/ч, а последний отрезок пути — со скоростью $v_3 = 45$ км/ч. Какова средняя скорость автомобиля, если второй и третий отрезки пройдены за одинаковое время?

40 км/ч. ***Решение.*** Средняя скорость автомобиля на второй половине пути составляет $\frac{v_2 + v_3}{2}$. Полное время t прохождения пути s:

$t = \dfrac{s}{2v_1} + \dfrac{s}{2\dfrac{v_2 + v_3}{2}} = s\dfrac{2v_1 + v_2 + v_3}{2v_1(v_2 + v_3)}$. Тогда средняя скорость на всем пути равна $v_{\text{ср}} = \dfrac{s}{t} = \dfrac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 40 \left(\dfrac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-10. Турист, выйдя из палатки, шел по равнине, поднялся на гору и сразу возвратился по тому же пути. При этом турист прошел 12 км, а все путешествие заняло 4 ч. По равнине турист шел со скоростью 3 км/ч, вверх — со скоростью 2 км/ч, а вниз — со скоростью 6 км/ч? Можно ли по приведенным данным найти длину спуска?

Нет: в этом случае данных недостаточно. ***Решение***. В рассматриваемом случае средняя скорость при движении по горе равна скорости движения по равнине (3 км/ч), поэтому суммарное время движения туда и обратно не зависит от того, какую часть пути турист шел по равнине.

О-11. После того, как автобус проехал первую половину пути, он попал в дорожную пробку. В результате его средняя скорость на второй половине пути в 8 раз меньше, чем на первой. Средняя скорость автобуса на всем пути равна 16 км/ч. Определите скорость автобуса на второй половине пути.

9 км/ч. ***Решение.*** Пусть $v_{ср}$ — средняя скорость движения на всем пути s, а t_1, t_2, v_1 и v_2 — время и скорости автобуса на первой и второй половинах пути соответственно. Все время движения автобуса равно $t = t_1 + t_2$. По условию задачи $t_1 = \frac{\frac{s}{2}}{8v_2} = \frac{s}{16v_2}$ и $t_2 = \frac{\frac{s}{2}}{v_2} = \frac{s}{2v_2}$. Используя эти выражения, находим время движения автобуса $t = \frac{s}{16v_2} + \frac{s}{2v_2} = \frac{9s}{16v_2}$. Из формулы $v_{ср} = \frac{s}{t}$ определяем время $t = \frac{s}{v_{ср}}$.

Таким образом, $\frac{9s}{16v_2} = \frac{s}{v_{ср}}$. Откуда $v_2 = \frac{9v_{ср}}{16} = 9\left(\frac{км}{ч}\right)$.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ

4. ИНЕРЦИЯ. ПОНЯТИЕ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ. МАССА

4.1. Почему, когда ковер выбивают палкой, пыль не «вбивается» в ковер, а вылетает из него?

Решение. При ударе по неподвижному ковру его скорость резко увеличивается. Пылинки же вследствие явления инерции сохраняют состояние покоя, поэтому они отделяются от ковра (правильнее было бы говорить, что ковер «вылетает» из-под пылинок, а не что пылинки вылетают из ковра).

4.2. Если автомобиль оборудован шинами с шипами, которые предотвращают скольжение по льду, на автомобиле устанавливают специальный знак (большая буква «Ш»). Где должен находиться этот знак — на переднем или заднем стекле автомобиля?

На заднем. ***Решение.*** Автомобиль с таким шинами может резко затормозить и, если едущий за ним автомобиль находится слишком близко и не оборудован такими шинами, может произойти столкновение. Поэтому назначение знака: предупредить водителя, едущего *за* данным автомобилем, о необходимости соблюдать дистанцию.

4.3. Когда неопытный человек управляет буксиром, тянущим баржу на тросе, трос то натягивается, то провисает, и баржа движется рывками. С чем это связано?

Решение. Если резко увеличить скорость буксира, трос сильно натянется. При этом он сильно потянет баржу вперед, а буксир — назад. В результате расстояние между баржей и буксиром уменьшится, и трос провиснет. «Освободившийся» при этом буксир снова резко увеличит скорость, и описанное явление повторится. В случае слишком резких рывков трос может порваться.

4.4. Если надуть воздушный шарик и, не завязывая его, отпустить, он улетает. Объясните это явление.

Решение. Шарик является простейшей «ракетой»: выбрасывая струю воздуха «назад», шарик отталкивается от нее и благодаря этому летит «вперед».

4.5. Изменяется ли масса воды при замерзании? При испарении? Дайте развернутый ответ.

Решение. Ответы на поставленные вопросы зависят от того, что подразумевается под словом «вода». Если имеется в виду *химическое вещество*, то ни при замерзании, ни при испарении масса воды не изменяется: вода, лед и водяной пар являются одним и тем же химическим веществом; если же под словом «вода» понимать только *жидкое состояние* данного вещества, то масса воды как при замерзании, так и при испарении уменьшается: часть воды превращается в лед или пар.

4.6. Почему трудно разбить орех на мягкой опоре и легко на твердой?

Решение. Чтобы разбить орех, надо приложить к его скорлупе две равные и противоположно направленные силы, сжимающие ее настолько, что она разрушается. Одну из сил при взаимодействии со скорлупой создает ударяющее тело (молоток, камень и т.п.), другая сила возникает при взаимодействии ореха с опорой. Если опора твердая и неподвижная, условия, необходимые для раскалывания скорлупы, соблюдаются. В случае мягкой опоры сила удара в основном идет на изменение скорости ореха — сначала он приобретает скорость, а затем, углубляясь в опору, теряет ее. Скорлупа же почти не изменяет своей формы и поэтому не разрушается.

4.7. Лодочник, стоя одной ногой на пристани, другую ногу ставит на лодку и отталкивается от пристани. В каком случае ему удобнее сесть в лодку, когда она пустая или когда в лодке сидят люди?

Решение. Чем больше в лодке людей, тем больше ее масса и тем меньше изменится ее скорость во время прыжка лодочника.

4.8. Держа на ладони, кирпич ударяют молотком. Почему рука, держащая кирпич, не ощущает боли от ударов молотка?

Решение. Вследствие инертности кирпич за время удара не успеет значительно изменить свою скорость и не будет сильно давить на держащую его руку. Поэтому она не будет ощущать боли.

4.9. При выстреле из орудия снаряд массой 20 кг вылетает со скоростью 800 м/с. Чему равна скорость отката ствола орудия, если его масса 2 т? Начальная скорость орудия равна нулю.

8 м/с. ***Решение.*** Скорости, приобретенные телами при взаимодействии, обратно пропорциональны их массам: $\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2}$, т. е. во сколько раз масса ствола орудия больше массы снаряда, во столько же раз скорость ствола орудия должна быть меньше скорости снаряда.

Таким образом, $v_2 = v_1 \frac{m_1}{m_2}$ или $v_2 = 800 \frac{20}{2000} = 8 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)$.

4.10. Воздух под поршнем насоса сжали. Изменилась ли масса воздуха?

Решение. Число молекул воздуха под поршнем и масса каждой из молекул не изменились, поэтому масса воздуха осталась прежней.

4.11. На граненый стакан положите фанерную доску с достаточно тяжелым грузом (например, гирю массой 10 кг). Предложите ученику разбить стакан сильным резким ударом слесарного молотка по гире. Почему стакан не разбивается?

Решение. Удар молотка приходится по телу, имеющему достаточно большую массу. Изменение скорости этого тела незначительно. Отсюда действие молотка на стакан не значительно.

ОЛИМПИАДНАЯ ЗАДАЧА

О-12. Можно ли с помощью рычажных весов сравнить массы двух тел, находясь в кабине космического корабля?

Решение. Первый способ — толкнуть весы «снизу» в направлении, перпендикулярном плоскости чашек; при этом чашка с более массивным телом «перевесит». Второй способ — включить двигатели космического корабля, расположив весы так, чтобы их «верх» был ориентирован в сторону носа корабля. При этом способе чашка, на которой находится тело бóльшей массы, также «перевесит».

5. ПЛОТНОСТЬ

5.1. В двух одинаковых стаканах налита вода до одной высоты. В один стакан полностью погрузили однородный стальной брусок массой 100 г, а в другой — слиток серебра той же массы. Одинаково ли поднимется вода в обоих стаканах? Считайте, что вода из стакана не выливается.

Решение. Так как плотность серебра больше плотности стали, то объем слитка серебра меньше. Следовательно, уровень воды в первом стакане будет выше.

5.2. Какова масса дубовой балки длиной 5 м и площадью поперечного сечения 0,04 м^2?

160 кг. ***Решение.*** Из формулы для плотности $\rho = \dfrac{m}{V}$ получаем $m = \rho \cdot V$. С учетом того, что объем балки $V = S \cdot l$, получаем: $m = \rho S l$.

Проверка единиц измерения: $[m] = \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м} = \text{кг}$.

Вычисления: $m = 800 \cdot 0,04 \cdot 5 = 160$ (кг).

5.3. Определите плотность материала, из которого изготовлен куб массой 800 г. Площадь поверхности куба 150 см^2.

6,4 г/см^3. ***Решение.*** Поскольку площадь поверхности куба $S_{\text{п}} = 6a^2$, сторона куба $a = \sqrt{\dfrac{S}{6}}$. Тогда $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m}{\left(\sqrt{\dfrac{S}{6}}\right)^3}$.

Проверка единиц измерения: $[\rho] = \dfrac{\text{г}}{\left(\sqrt{\text{см}^2}\right)^3} = \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Подставляя численные значения, получаем:

$$\rho = \frac{800}{\left(\sqrt{\dfrac{150}{6}}\right)^3} = \frac{800}{125} = 6,4 \ \left(\frac{\text{г}}{\text{см}^3}\right).$$

5.4. Что больше — плотность кипящей воды или плотность находящегося над ней пара?

Решение. Плотность вещества можно выразить через массу одной молекулы m_0 и число молекул в единице объема (концентрация молекул): $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m_0 N}{V} = m_0 n$, где $n = \dfrac{N}{V}$ — концентрация молекул.

Молекулы пара находятся на большем расстоянии друг от друга, чем молекулы воды. Следовательно, в единице объема пара находится меньше молекул, чем в единице объема воды, поэтому плотность пара меньше плотности воды.

5.5. Какова плотность смеси из глицерина и спирта, если *объем* спирта составляет половину объема смеси? Как изменится ответ, если *масса* спирта составляет половину массы смеси?

1030 кг/м^3; 980 кг/м^3. ***Решение.*** Согласно определению плотности, $\rho_{\text{сп}} = \dfrac{m_{\text{сп}}}{V_{\text{сп}}} = \dfrac{m_{\text{сп}} + m_{\text{гл}}}{V_{\text{сп}} + V_{\text{гл}}}$. В 1-ом случае, когда задано соотношение *объемов*, следует воспользоваться формулами $m_{\text{сп}} = \rho_{\text{сп}} V_{\text{сп}}$, $m_{\text{гл}} = \rho_{\text{гл}} V_{\text{гл}}$; тогда получим, что

$$\rho_{\text{см}} = \frac{\rho_{\text{сп}} V_{\text{сп}} + \rho_{\text{гл}} V_{\text{гл}}}{V} = \rho_{\text{сп}} \frac{V_{\text{сп}}}{V} + \rho_{\text{гл}} \frac{V_{\text{гл}}}{V}.$$

Проверка единиц измерения: $[\rho] = \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \dfrac{\text{м}^3}{\text{м}^3} + \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \dfrac{\text{м}^3}{\text{м}^3} = \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Вычисления дают: $\rho_{\text{см}} = 1030\left(\text{кг/м}^3\right)$.

Во 2-ом случае, когда задано соотношение *масс*, из формул $V_{\text{сп}} = \dfrac{m_{\text{сп}}}{\rho_{\text{сп}}}$ и $V_{\text{гл}} = \dfrac{m_{\text{гл}}}{\rho_{\text{гл}}}$ следует, что

$$\rho_{\text{см}} = \frac{m}{\dfrac{m_{\text{сп}}}{\rho_{\text{сп}}} + \dfrac{m_{\text{гл}}}{\rho_{\text{гл}}}} = \frac{1}{\dfrac{1}{\rho_{\text{сп}}} \dfrac{m_{\text{сп}}}{m} + \dfrac{1}{\rho_{\text{гл}}} \dfrac{m_{\text{гл}}}{m}} = 980\ (\text{кг/м}^3).$$

Во втором случае плотность меньше потому, что доля более легкой жидкости (спирта) увеличилась по сравнению с первым случаем.

5.6. Как, имея весы, разновес и мензурку, определить емкость порожнего флакона, не открывая пробки?

Решение. Емкость флакона равна разности между внешним объемом флакона, определяемым с помощью мензурки, и объемом стекла, из которого он сделан. Последний находят по массе флакона и плотности стекла (массой воздуха можно пренебречь).

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-13. Сплав золота и серебра массой 400 г имеет плотность $1{,}4 \cdot 10^4$ кг/м^3. Полагая объем сплава равным сумме объемов его составных частей, определите массу золота в сплаве.

220 г. ***Решение.*** Масса сплава всегда равна сумме масс его составных частей: $m_{сп} = m_с + m_з$. По условию задачи объем сплава равен сумме объемов его составных частей: $V_{сп} = V_с + V_з$. Из формулы для плотности $\rho = \dfrac{m}{V}$ следует, что $V = \dfrac{m}{\rho}$. Подставляя выражение для объемов в последнюю формулу и выражая массу серебра через массу сплава и золота, получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} m_с = m_{сп} - m_з \\ \dfrac{m_{сп}}{\rho_{сп}} = \dfrac{m_с}{\rho_с} + \dfrac{m_з}{\rho_з} \end{cases}$$

Решаем эту систему уравнений относительно неизвестной массы $m_з$:

$\dfrac{m_{сп}}{\rho_{сп}} = \dfrac{m_{сп} - m_з}{\rho_с} + \dfrac{m_з}{\rho_з}$. Откуда $\dfrac{m_{сп}}{\rho_{сп}} = \dfrac{m_{сп}\rho_з - m_з\rho_з + m_з\rho_с}{\rho_с\rho_з}$. Выполняя соответствующие алгебраические преобразования, находим искомую величину: $m_{сп}\rho_с\rho_з = m_{сп}\rho_з\rho_{сп} - m_з\rho_з\rho_{сп} + m_з\rho_с\rho_{сп}$;

$m_з\rho_{сп}(\rho_с - \rho_з) = m_{сп}\rho_з(\rho_с - \rho_{сп})$; $m_з = m_{сп}\dfrac{\rho_з(\rho_с - \rho_{сп})}{\rho_{сп}(\rho_с - \rho_з)}$.

Проверка единиц измерения: $[m_з] = \text{г} \cdot \dfrac{\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\left(\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3} - \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\right)}{\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\left(\dfrac{\text{г}}{\text{см}^3} - \dfrac{\text{г}}{\text{см}^3}\right)} = \text{г}.$

Вычисления дают следующие результаты:

$$m_з = 400 \cdot \frac{19,3 \cdot (10,5 - 14)}{14 \cdot (10,5 - 19,3)} \approx 220 \text{ (г)}.$$

О-14. Полый медный куб с длиной ребра a = 6 см имеет массу m = 810 г. Какова толщина стенок куба?

5 мм. ***Решение.*** Объем кубика $V_к = a^3 = 216$ см^3. Объем стенок $V_с$ можно вычислить, зная массу кубика $m_к$ и плотность меди ρ: $V_с = m_к/\rho = 91$ см^3. Следовательно, объем полости $V_п = V_к - V_с = 125$ см^3. Поскольку 125 см^3 = (5 см)^3, полость является кубом с длиной ребра b = 5 см. Отсюда следует, что толщина стенок куба равна $(a - b)/2$.

О-15. Имеется три одинаковых ящика со свинцовой дробью. В первом ящике крупная дробь, во втором — мелкая, в третьем — смесь крупной и мелкой. Масса какого ящика больше? Размеры ящиков считайте намного бóльшими размеров дробинок.

Массы первого и второго ящиков практически равны, масса третьего ящика больше. ***Решение.*** Если увеличить в несколько раз объем дробинок, то во столько же раз увеличится и объем «пустот» между дробинками. Следовательно, для первых двух ящиков (с крупной и мелкой дробью) отношение объема, занятого дробью, к объему ящика одинаково. В третьем же ящика (со смесью крупной и мелкой дроби) доля объема, занятого дробью, больше, поскольку промежутки между крупными дробинками будут частично заполнены мелкими дробинками (наглядная аналогия: в ведро, доверху наполненное картошкой, можно насыпать еще довольно много песка).

О-16. Масса пробирки с водой составляет 50 г. Масса этой же пробирки, заполненной водой, но с куском металла в ней массой 12 г составляет 60,5 г. Определите плотность металла, помещенного в пробирку.

8000 кг/м^3. ***Решение.*** Если бы часть воды из пробирки не вылилась, то в этом случае общая масса пробирки, воды и куска металла в ней была бы равна 50 г + 12 г = 62 г. По условию задачи масса воды в пробирке с куском металла в ней равна 60,5 г. Следовательно, масса воды, вытесненной металлом, равна 1,5 г, т. е. составляет 1/8 массы куска металла. Таким образом, плотность металла в 8 раз больше плотности воды.

6. СИЛА ТЯЖЕСТИ. ВЕС ТЕЛА

6.1. Как изменяются *сила тяжести*, действующая на космонавта, и его *вес*, когда он перемещается с Земли на орбитальную станцию?

Решение. Сила тяжести уменьшается незначительно*): она зависит только от массы тела и расстояния до *центра* Земли, которое при перемещении на орбитальную станцию изменяется всего на несколько процентов. Если бы не сила притяжения к Земле, орбитальная станция покинула бы околоземную орбиту и улетела далеко в космическое пространство. А вот вес космонавта в орбитальной станции равен нулю, поскольку космонавт вместе со станцией находится в состоянии свободного падения на Землю.

6.2. Обладает ли весом тело, плавающее на поверхности воды?

Да. ***Решение.*** Опорой для плавающего тела является вода (вспомните, как вы лежите на воде: это очень мягкая опора, но это настоящая *опора*!).

6.3. Предположим, что весы установлены на Луне. На левую чашу этих весов положили тело, вес которого, определенный пружинными весами в земных условиях, равен 10 Н. На правую чашу положили тело, взвешенное теми же пружинными весами на Луне. Его вес оказался равным то же 10 Н. Будут ли весы находиться в равновесии?

Нет, перетянет чашка весов, на которой находится тело, взвешенное на Луне.

Указание. Сила тяжести на Луне примерно в 6 раз меньше, чем на Земле.

6.4. Приходилось ли вам испытывать состояние невесомости? Испытывать перегрузки? Если приходилось, то когда именно?

Решение. Кратковременная невесомость возникает во время прыжков и даже во время бега, когда ноги не касаются земли; в момент приземления или отталкивания от земли возникают перегрузки.

---

*) Менее чем на 10% при высоте орбиты станции 300 км над поверхностью Земли.

6.5. Может ли падающий камень массой m при ударе о землю действовать на нее с силой, превышающей mg? С силой, превышающей *вес* камня?

Решение. Сила, с которой камень действует на землю, может намного превышать mg, однако в любой момент именно эта сила представляет собой вес камня.

6.6. На правой чашке чувствительных весов установлена вертикально тонкая палочка; у ее нижнего конца сидит паучок. На другой чашке находится груз, уравновешивающий весы. Нарушится ли равновесие весов, если паучок будет а) равномерно подниматься по палочке? б) равномерно по палочке опускаться вниз?

Решение. а) При равномерном перемещении паучок на палочку действует с силой, равной его весу. Поэтому равновесие весов не нарушится; б) не нарушится.

6.7. Повторяет ли свободная поверхность океана «шарообразность» Земли?

Да. ***Решение.*** Свободная поверхность воды в океане, перпендикулярная направлению силы тяжести в каждой точке, повторяет «шарообразность» Земли.

6.8. Можно ли обнаружить с помощью весов с коромыслом изменение веса тела при переносе его с одного места Земли в другое?

Нельзя. ***Решение.*** При переносе тела и гирь из одного места Земли в другое вес тела и гирь увеличивается или уменьшается в одинаковое число раз. Поэтому изменение веса не может быть обнаружено.

6.9. Камень брошен вертикально вверх. В какие моменты полета он находится в состоянии невесомости, если можно пренебречь сопротивлением воздуха? Изменится ли ответ, если камень брошен под углом к горизонту?

Решение. Камень находится в состоянии невесомости во время всего полета независимо от того, в каком направлении брошен камень.

6.10. Можно ли с помощью рычажных весов сравнить массы двух тел, находясь в кабине космического корабля?

Решение. *Первый способ* — толкнуть весы «снизу» в направлении, перпендикулярном плоскости чашек; при этом чашка с более массивным телом «перевесит». *Второй способ* — включить двигатели космического корабля, расположив весы так, чтобы их «верх» был ориентирован в сторону носа корабля. При этом способе чашка, на которой находится тело большей массы, также «перевесит».

7. СИЛА УПРУГОСТИ. СИЛЫ ТРЕНИЯ

7.1. Приведите примеры, когда вес тела является: а) силой упругости; б) силой трения.

Решение. а) мяч лежит на футбольном поле; люстра висит в комнате; б) ученик пальцами удерживает карандаш; деталь зажата в тисках.

7.2. Действует ли сила трения на стоящий в комнате шкаф?

Решение. Если бы пол был строго горизонтальным, на шкаф не действовала бы сила трения, поскольку отсутствовала бы сила, стремящаяся сдвинуть шкаф. В действительности же пол никогда не бывает строго горизонтальным, поэтому на шкаф действует сила трения покоя, но ее значение мало по сравнению с другими силами, действующими на шкаф (силой тяжести и силой упругости). Чтобы убедиться в «действии» силы трения покоя, представьте, что пол очень скользкий или шкаф стоит на легко вращающихся колесиках: в таком случае установить шкаф на определенное место было бы трудно.

7.3. На равномерно движущейся горизонтальной ленте транспортера лежит груз. Действует ли на груз сила трения?

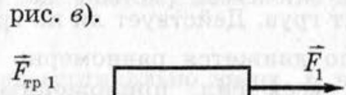
Решение. Если тело движется равномерно и прямолинейно, равнодействующая всех сил, приложенных к этому телу, равна нулю. В случае «идеального» транспортера (лента которого *строго горизонтальна* и движется *строго равномерно*, а сопротивление воздуха отсутствует), на груз действовали бы только две *вертикальные* силы: сила тяжести и сила упругости со стороны ленты. Эти силы в точности уравновешивали бы друг друга, и поэтому сила трения отсутствовала бы. В действительности же лента транспортера никогда не бывает строго горизонтальной, ее движение не бывает строго равномерным, а на груз всегда действует сила сопротивления воздуха. Поэтому в реальном случае на груз действует сила трения покоя, удерживающая его на ленте. Для того, чтобы она удерживала груз достаточно надежно, поверхность ленты транспортера делают обычно шершавой.

7.4. Вытащенную на берег лодку трудно сдвинуть с места, но если эта же лодка плавает на поверхности воды, ее может сдвинуть с места даже ребенок. Какая особенность «жидкого» трения проявляется в этом случае?

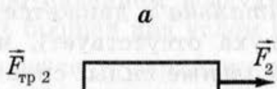
Решение. Для «жидкого» трения (т.е. трения между слоями жидкости) отсутствует сила трения покоя, поэтому даже очень малая сила вызывает движение.

7.5. Когда брусок тянут вдоль поверхности стола, прикладывая горизонтальную силу $F_1 = 5$ Н, он равномерно скользит по столу. Какая сила трения действует на брусок? Какова будет сила трения, если к покоящемуся бруску приложить горизонтальную силу $F_2 = 3$ Н? $F_3 = 10$ Н? Изобразите силы трения, действующие на брусок во всех трех случаях. Каково будет движение бруска в каждом из этих случаев?

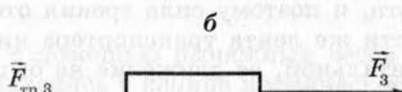
$F_{тр1} = 5$ Н, $F_{тр2} = 3$ Н, $F_{тр3} = 5$ Н. ***Решение.*** В первом случае брусок движется равномерно, значит, равнодействующая всех сил, действующих на него, равна нулю. Следовательно, на брусок со стороны стола будет действовать сила трения *скольжения* $F_{тр1} = F_{тр.ск.} = F_1$ (см. рис. *а*). Во втором случае брусок будет покоиться, поскольку F_2 меньше, чем максимально возможная сила трения покоя. На брусок будет действовать сила трения *покоя* $F_{тр2} = F_2$ (см. рис. *б*). В третьем случае скорость бруска будет увеличиваться, поскольку $F_3 > F_{тр.ск.}$. На брусок будет действовать такая же сила трения скольжения, как и в первом случае: $F_{тр3} = F_{тр1} = F_1$ (см. рис. *в*).



а



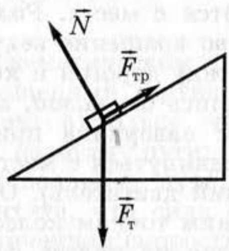
б



в

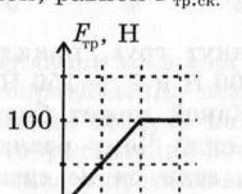
7.6. Изобразите все силы, действующие на брусок, лежащий на наклонной плоскости.

Решение. На брусок действуют три силы: сила тяжести $\vec{F}_т$, направленная вертикально вниз, сила упругости $\vec{N}$, направленная перпендикулярно наклонной плоскости, и сила трения $\vec{F}_{тр}$, направленная вдоль наклонной плоскости (см. рисунок).



7.7. Пытаясь сдвинуть с места шкаф, на него действуют горизонтальной силой F, постепенно увеличивая ее. Как зависит сила трения, действующая на шкаф со стороны пола, от значения силы F? Нарисуйте график этой зависимости, если известно, что шкаф сдвинулся с места при F = 100 Н.

Решение. Из условия следует, что сила трения скольжения $F_{тр.ск.}$ = 100 Н. До тех пор, пока приложенная к шкафу сила $F < F_{тр.ск.}$, на шкаф со стороны пола будет действовать сила трения покоя $F_{тр.пок.} = F$. При $F = F_{тр.ск.}$ = 100 Н шкаф сдвинется, и при дальнейшем увеличении F сила трения будет оставаться практически постоянной, равной $F_{тр.ск.}$ = 100 Н.



7.8. Перед поездкой на автомобиле после дождя по грунтовой дороге водитель ослабил давление в шинах автомобиля. Следовало ли это делать?

Да. ***Решение.*** Уменьшив давление в баллонах, водитель этим самым увеличил силы сцепления колес с грунтом, чем способствовал устранению проскальзывания колес.

7.9. Правильно ли утверждение, что силу тяги автомобиля создает двигатель? Какова природа этой силы? Со стороны какого тела действует эта сила?

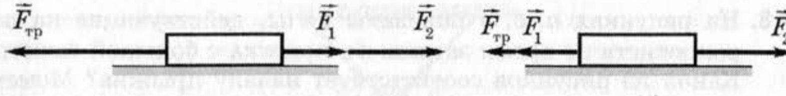
Сила тяги представляет собой *силу трения покоя*, действующую на автомобиль со стороны *дороги*. ***Решение.*** Сила может действовать на тело только со стороны *другого* тела, двигатель же является *частью самого автомобиля*. Рассмотрим, например, как автомобиль трогается с места. Роль двигателя состоит в том, что он приводит во вращение ведущие колеса автомобиля. Если бы трения между дорогой и колесами не было, нижние точки колес двигались бы *назад*, а автомобиль оставался бы неподвижным (вам наверняка приходилось видеть, как автомобиль не может сдвинуться с места на скользкой дороге, несмотря на работающий двигатель). Однако сила трения покоя не позволяет нижним точкам колес двигаться назад; следовательно, действующая на колеса со стороны дороги сила трения покоя направлена *вперед*. Именно эта сила и вызывает разгон автомобиля — она и представляет собой силу тяги. Однако, хотя сила тяги действует на автомобиль со стороны *дороги*, она не возникает, если не работает двигатель.

7.10. Может ли сила трения разгонять тело?

Решение. Может: например, тело, лежащее на ленте транспортера, при включении транспортера приходит в движение под действием силы трения (обычно это сила трения покоя, но может возникать и сила трения скольжения). Именно сила трения покоя увеличивает на горизонтальной дороге скорость трогающегося с места автомобиля.

7.11. Два человека тянут груз, прикладывая горизонтальные силы $F_1 = 100$ Н и $F_2 = 150$ Н, направленные вдоль одной прямой. Какой может быть модуль равнодействующей R этих сил? Чему равна сила трения, действующая на груз, если он не сдвигается с места? Рассмотрите все возможные случаи и изобразите на рисунке все горизонтальные силы, действующие на груз.

Решение. Если обе силы направлены одинаково, их равнодействующая $R = F_1 + F_2 = 250$ Н, сила трения покоя равна 250 Н и направлена противоположно силам $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ (см. рис. *а*); если силы направлены противоположно, их равнодействующая $R = F_2 - F_1 = 50$ Н, сила трения покоя равна 50 Н и направлена в сторону меньшей силы (см. рис. *б*).

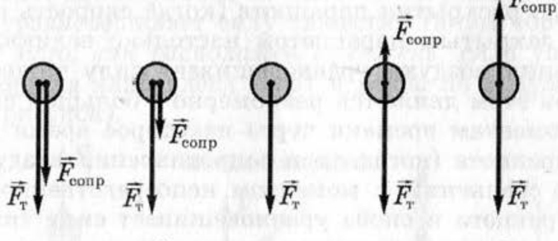


а *б*

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-17. Изобразите на схематическом рисунке силы, которые действуют на брошенный вертикально вверх шар, в тот момент, когда он: а) только что выпущен из руки; б) пролетел вверх половину пути; в) достиг верхней точки; г) пролетел вниз половину пути; д) подлетает к земле. При решении учтите, что сила сопротивления воздуха возрастает с увеличением скорости.

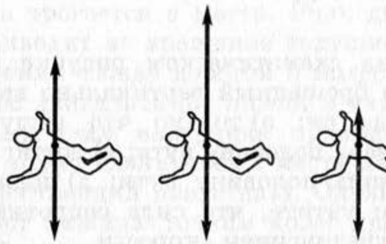
Решение. См. рис. *а, б, в, г, д.* Во все моменты времени на шар действует одинаковая сила тяжести (изменением силы тяжести с высотой в данном случае можно пренебречь).



а *б* *в* *г* *д*

Рассмотрим, как изменяются во время полета шара *направление* и *модуль* силы сопротивления воздуха. Когда шар летит вверх, сила сопротивления воздуха направлена вниз, а когда шар летит вниз, сила сопротивления воздуха направлена вверх. Наибольшее значение сила сопротивления имеет в начале полета, когда скорость шара велика, затем по мере подъема шара и уменьшения его скорости сила сопротивления воздуха уменьшается и в верхней точке обращается в нуль (в верхней точке на шар действует только сила тяжести). Когда шар летит вниз, его скорость увеличивается, и поэтому увеличивается сила сопротивления воздуха, однако даже при подлете шара к земле она не достигает своего первоначального значения, поскольку из-за сопротивления воздуха скорость шара при подлете к земле меньше, чем в начале подъема.

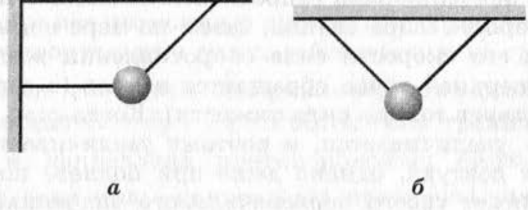
О-18. На рисунках *а, б, в* показаны силы, действующие на парашютиста во время затяжного прыжка с большой высоты. Какой из рисунков соответствует началу прыжка? Моменту непосредственно после раскрытия парашюта? Какому моменту (или каким моментам) может соответствовать рис. *а*? Назовите силы, действующие на парашютиста в каждом случае.



а *б* *в*

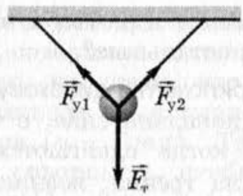
Решение. Началу прыжка соответствует рис. *в*, моменту времени непосредственно после раскрытия парашюта соответствует рис. *б*; рис. *а* может соответствовать моментам времени незадолго до раскрытия парашюта (когда скорость парашютиста с еще закрытым парашютом настолько велика, что сила сопротивления воздуха уравновешивает силу тяжести; парашютист при этом движется равномерно с большой скоростью), а также моментам времени через некоторое время после раскрытия парашюта (когда сила сопротивления воздуха уменьшилась по сравнению с моментом непосредственно после открытия парашюта и снова уравновешивает силу тяжести; парашютист при этом движется равномерно, но с небольшой скоростью). ***Указание.*** См. задачу О-18.

О-19. На нитях подвешен шар (см. рис. *а, б*). Повторите рисунки в тетради и изобразите на них все силы, действующие на шар.

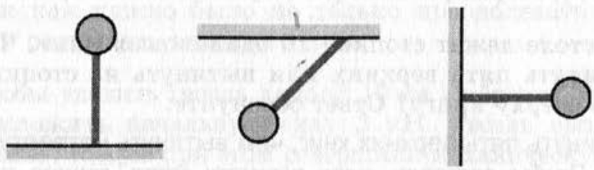


а *б*

См. рисунок для случая *б*. ***Указание.*** Сила, приложенная со стороны нити, направлена всегда вдоль нити.

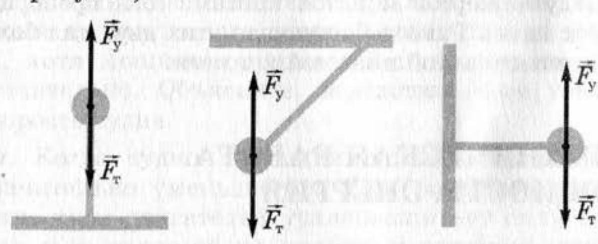


О-20. На прочном стержне, вделанном в пол, потолок или стену, укреплен шар (см. рис. *а*, *б*, *в*). Повторите рисунки в тетради и изобразите на них все силы, действующие на шар.



а *б* *в*

Решение. Во всех трех случаях шар находится в равновесии. Следовательно, действующая на него со стороны стержня сила упругости уравновешивает силу тяжести. Таким образом, *независимо от того, как расположен стержень*, сила упругости со стороны стержня направлена *вверх* и равна по модулю силе тяжести (см. рисунок).



Как видим, сила упругости со стороны *жесткого стержня* не всегда направлена вдоль стержня (сравните с задачей О-20: сила, действующая со стороны *нити*, всегда направлена вдоль нити). Заметим, что точкой приложения силы упругости является точка крепления шара к стержню (на рисунке точка приложения этой силы для наглядности перенесена в центр шара).

О-21. На столе лежат одна на другой четыре одинаковых пластинки. Нижняя приклеена к столу. В каком случае надо приложить большую силу: чтобы сдвинуть три верхних пластинки вместе или чтобы вытащить вторую сверху, придерживая остальные?

В обоих случаях надо приложить одинаковую силу. ***Решение.*** Сила трения прямо пропорциональна силе, с которой тело давит на поверхность. Поэтому когда сдвигаются все три пластинки, $F_{тр} = 3F_1$, где F_1 — сила трения, возникающая при сдвигании одной верхней пластинки. Когда же вытаскивают пластинку из середины стопки, на нее действуют две силы трения: одна — со стороны находящейся над ней пластинки и вторая — со стороны находящейся под ней пластинки. В данном случае первая из этих сил равна F_1, вторая равна $2F_1$, а в сумме эти силы равны $3F_1$.

О-22. На столе лежат стопкой 10 одинаковых книг. Что легче: сдвинуть пять верхних или вытянуть из стопки четвертую сверху книгу? Ответ обоснуйте.

Легче сдвинуть пять верхних книг, чем вытянуть четвертую сверху. ***Решение.*** Чтобы сдвинуть пять верхних книг, нужно приложить силу, равную силе трения между пятой и шестой книгами. Числовое значение этой силы зависит от качества трущихся поверхностей (будем считать, что оно в этих случаях одинаково) и силы давления (веса) пяти книг. Следовательно, сила, необходимая для сдвигания пяти книг, пропорциональна весу книг. Для вытягивания четвертой книги нужно преодолеть две силы: силу трения между третьей и четвертой книгами (она пропорциональна весу трех книг) и силу трения между четвертой и пятой книгами (она пропорциональна весу четырех книг). Равнодействующая этих двух сил больше, чем сила трения между пятой и шестой книгами.

8. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЭНЕРГИЯ

8.1. Может ли сила трения покоя совершать работу? Приведите пример, подтверждающий ваш ответ.

Может. ***Решение.*** Например, когда человек поднимает вертикально лом, обхватив его пальцами, работу совершает сила трения покоя, действующая на лом со стороны руки.

8.2. Какую работу надо совершить, чтобы из лежащих на земле кирпичей сложить стопку из 3-х кирпичей? Из 5-ти? Из 10-ти? Масса одного кирпича m, толщина h.

3 mgh, 10 mgh, 45 mgh. ***Решение.*** Обозначим массу одного кирпича m, а его толщину h. Чтобы положить второй кирпич на

первый, надо совершить работу mgh. Чтобы положить сверху третий кирпич, надо совершить дополнительно работу $2mgh$. Рассуждая аналогично, получаем, что работа, которую надо совершить, чтобы положить n-ый кирпич на уже положенные $n-1$ кирпичей, равна $(n-1)mgh$. Таким образом, работа, которую необходимо совершить, чтобы положить стопку из n кирпичей, равна $mgh[1 + 2 + ... + (n-1)]$.

8.3. Гвоздь забили в бревно, затем вытащили его. Одинаковую ли при этом совершили механическую работу?

Нет. ***Решение.*** При забивании гвоздя совершили большую работу, так как нужно было не только преодолевать силу трения, но и разрывать волокна дерева.

8.4. Чтобы удалить гвоздь длиной 10 см из бревна, необходимо приложить начальную силу 2 кН. Гвоздь вытащили из бревна. Какую при этом совершили механическую работу?

100 Дж. ***Решение.*** Сила F, действующая на гвоздь при его удалении из бревна, равномерно убывает от 2 кН до 0. Поэтому для определения работы следует брать среднее значение силы ($1/2\ F$). Следовательно, работа будет равна: $A = \frac{1}{2}Fl$, где l — длина гвоздя.

8.5. Когда судно на подводных крыльях приподнимается во время движения, его скорость значительно увеличивается, хотя мощность двигателей при этом изменяется незначительно. Объясните, вследствие чего увеличивается скорость судна.

Решение. Когда судно приподнимается, сила сопротивления воды значительно уменьшается. При равномерном движении судна сила тяги двигателей уравновешивает силу сопротивления воды, т. е. равна ей по модулю и противоположна по направлению. Обозначим модуль этой силы F. Тогда мощность $N = A/t = Fs/t = Fv$, где v — скорость движения судна. Из этой формулы следует, что если при неизменной мощности N сила F уменьшается, скорость v увеличивается.

8.6. При равномерном движении мотор автомобиля развивает обычно мощность, не превышающую 10% его максимальной мощности. Для чего нужен такой большой запас мощности двигателя?

Решение. Для быстрого разгона: при этом работа, совершаемая двигателем, идет на увеличение кинетической энергии автомобиля.

8.7. Наблюдая за лодкой, ведущей на буксире плот, можно заметить, что буксирный канат бывает натянут не все время. Объясните причину этого явления. (Мощность, развиваемую буксиром, считайте постоянной).

Решение. Предположим, что в некоторый момент канат не натянут (например, из-за того, что буксир попал на волну и потерял при этом скорость). При ненатянутом канате скорость буксируемого плота вследствие сопротивления воды будет уменьшаться, а скорость буксира увеличиваться благодаря работе двигателя. Канат при этом будет натягиваться. Натяжение каната вызывает увеличение скорости буксируемого плота и, в свою очередь, уменьшение скорости буксира. Натяжение каната убывает, и весь процесс повторяется сначала.

8.8. Камень массой 5 кг поднимают на 1 м. Какую работу совершают при этом, если приложенная к камню сила равна 50 Н? Как изменится ответ, если приложенная сила равна 100 Н? Энергию какого вида приобрел камень в каждом из этих случаев?

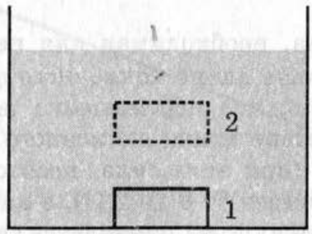
Решение. В первом случае работа равна 50 Дж, во втором случае 100 Дж. Во втором случае при подъеме камня увеличивается его скорость, поэтому при подъеме увеличивается не только потенциальная, но и кинетическая энергия камня.

8.9. Мальчик массой 40 кг взбегает по поднимающемуся эскалатору со скоростью 2 м/с. Высота эскалатора 30 м, длина 120 м. Какая работа совершается двигателем эскалатора при подъеме мальчика, если эскалатор движется со скоростью 1 м/с? Есть ли в условии лишние данные?

4 кДж. ***Решение.*** Скорость эскалатора составляет 1/3 скорости движения мальчика относительно земли, т. е. двигатель эскалатора совершает только 1/3 работы по увеличению потенциальной энергии мальчика (остальные 2/3 работы совершает сам мальчик). Следовательно, $A = mgh_1$, где m — масса мальчика, $h_1 = h/3$, где h — высота эскалатора. Лишним данным является длина эскалатора.

8.10. Небольшой деревянный брусок погрузили на дно аквариума и отпустили. Как изменяется потенциальная энергия бруска при его всплывании? Как изменяется при этом потенциальная энергия воды? Как изменяется *сумма* потенциальных энергий бруска и воды?

Потенциальная энергия бруска увеличивается; потенциальная энергия воды уменьшается; сумма потенциальных энергий бруска и воды уменьшается. ***Решение.*** Пусть брусок, всплывая, переместился из положения 1 в положение 2 (см. рисунок). Можно считать, что он при этом поменялся местами с равным ему объемом жидкости, который переместился, наоборот, из положения 2 в положение 1. Таким образом, при описанном процессе потенциальная энергия бруска увеличилась (он поднялся); потенциальная энергия воды уменьшилась (часть воды опустилась); суммарная потенциальная энергия бруска и воды также уменьшилась (масса воды такого же объема, как брусок, больше массы бруска: плотность воды больше плотности бруска).



ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

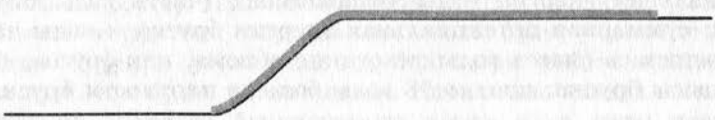
О-23. Пружина растянута на $l = 10$ см. Ее удерживают в растянутом состоянии, прикладывая силу $F = 100$ Н. Какая работа A была совершена при растяжении пружины?

5 Дж. ***Решение.*** По мере растяжения пружины сила, которую необходимо прикладывать к ней, *линейно* увеличивается от $F_{\min} = 0$ до $F_{\max} = F$. Естественно предположить, что для вычисления работы такой переменной силы можно использовать *среднее* значение силы $F_{ср} = (F_{\min} + F_{\max})/2$, т. е. работа $A = Fl/2$.

О-24. Докажите, что работа, которую необходимо совершить для растяжения пружины, прямо пропорциональна квадрату величины удлинения пружины.

Решение. Обозначим удлинение пружины x. Тогда сила, необходимая для удержания пружины в растянутом состоянии, равна kx, где k — постоянный коэффициент, характеризующий упругие свойства данной пружины. Поскольку сила упругости прямо пропорциональна деформации пружины, мы можем воспользоваться решением задачи О-23, откуда следует $A = \frac{1}{2}kx \cdot x = \frac{kx^2}{2}$.

О-25. Шнур, лежащий на нижнем горизонтальном участке гладкой поверхности, надо переместить в положение, показанное на рисунке. Какую наименьшую работу потребуется совершить? Сила F, необходимая для удержания шнура в конечном положении, равна 2 Н, длина склона 1 м, длина шнура 3 м.



5 Дж. ***Указание.*** Сила, необходимая для перемещения шнура, прямо пропорциональна длине *наклонного участка* шнура. Поэтому удобно считать, что перемещение шнура происходит в 2 этапа: на первом этапе длина наклонного участка шнура возрастает от 0 до 1 м (при этом сила, необходимая для перемещения шнура, возрастает от 0 до 2 Н), а на втором этапе длина наклонного участка шнура не изменяется (при этом сила, необходимая для перемещения шнура, тоже остается неизменной).

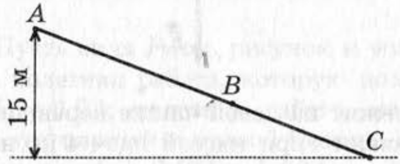
О-26. Какую работу надо совершить, чтобы поставить вертикально рельс массой $m = 100$ кг и длиной $l = 4$ м, лежащий на земле?

2 кДж. ***Решение.*** Работу, которую необходимо совершить для установки рельса, можно мысленно разбить на два слагаемых: а) работу по поднятию горизонтального рельса на высоту, равную половине высоты рельса, и б) работу по повороту рельса вокруг его середины на 90° так, чтобы он принял вертикальное положение. На первом этапе совершается работа $mgl/2$, на втором этапе работа не совершается, поскольку при этом половина рельса поднимается, а вторая на столько же опускается. Следовательно, вся работа равна $mgl/2$. Заметим, что для решения этой и некоторых последующих задач полезно использование понятия *центра тяжести* — так называется точка приложения силы тяжести, действующей на тело (например, в случае однородного рельса центр тяжести расположен в середине рельса). Потенциальная энергия тела массой m равна mgh, где h — высота центра тяжести. При установке рельса h увеличивается на $l/2$.

О-27. На земле лежит цепь длиной $l = 4$ м и массой $m = 10$ кг. Цепь поднимают за один из концов так, что она отрывается от земли. Какую работу A совершают при подъеме?

200 Дж. ***Решение.*** Один конец цепи надо поднять на высоту l. При этом центр тяжести цепи поднимется на $l/2$, т.е. совершенная работа $A = mgl/2$.

О-28. Санки массой $m = 10$ кг съезжают из точки A (см. рисунок) и останавливаются в точке C (склон на участке BC посыпан песком). Какую работу надо совершить, чтобы втащить санки обратно в точку A, прикладывая силу в направлении движения?



3 кДж. ***Решение.*** При спуске санок их потенциальная энергия $E_p = mgh$ была израсходована на работу по преодолению силы трения. При втаскивании санок обратно надо совершить: во-первых, работу mgh, равную увеличению потенциальной энергии санок, во-вторых — *точно такую же* работу по преодолению силы трения. Следовательно, полная работа при втаскивании санок равна $2mgh$.

9. РЫЧАГИ. БЛОКИ. «ЗОЛОТОЕ ПРАВИЛО» МЕХАНИКИ. КОЭФФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ МЕХАНИЗМОВ

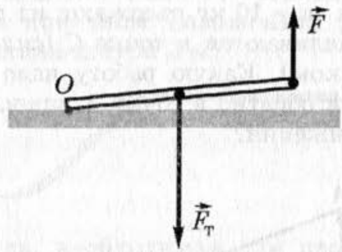
9.1. Как взвесить груз с помощью неравноплечих весов с тяжелыми чашками, если в вашем распоряжении имеется набор гирь и достаточное количество песка?

Решение. Надо положить груз на одну чашку весов и уравновесить его песком, насыпая песок на другую чашку. Затем снять груз и, кладя гири *на ту же чашку*, где был груз, уравновесить ими песок. Вес гирь будет равен весу груза.

9.2. Чтобы приподнять один конец доски, лежащей на полу, надо приложить силу $F = 300$ Н. Какова масса m доски?

60 кг. ***Решение.*** Доску можно считать рычагом, точка опоры которого совпадает с концом доски, опирающимся о пол

(см. рисунок). Условие равновесия рычага (правило моментов) имеет вид: $Fl = F_т l/2$, откуда $F = F_т/2 = \dfrac{mg}{2}$.



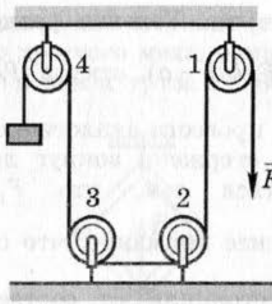
9.3. Если груз лежит на левой чашке неравноплечих весов, его уравновешивают гири массой $m_1 = 4$ кг на правой чашке. Если же груз положить на правую чашку, его уравновесит гиря массой $m_2 = 1$ кг на левой чашке. Какова масса m груза? Во сколько раз одно плечо весов длиннее другого? Массой перемычки и чашек весов можно пренебречь.

2 кг; левое плечо в 2 раза длиннее правого. ***Решение.*** Из условия равновесия весов в первом и во втором взвешиваниях следует: $ml_л = m_1 l_п$; $ml_п = m_2 l_л$, где $l_л$ и $l_п$ — длины левого и правого плеч. Перемножая уравнения, получаем $m^2 = m_1 m_2$, откуда $m = \sqrt{m_1 m_2}$. Разделив первое уравнение на второе, получим $\dfrac{l_л}{l_п} = \dfrac{m_1 l_п}{m_2 l_л}$, откуда $\dfrac{l_л}{l_п} = \sqrt{\dfrac{m_1}{m_2}}$.

9.4. Длина ручки винта ручного пресса $l = 30$ см, шаг винта (перемещение винта вдоль его оси при полном обороте) $h = 5$ мм. Какова будет сила F_2 давления пресса, если, закручивая винт, прикладывать к концу ручки силу $F_1 = 200$ Н?

75 кН. ***Решение.*** Пусть винт совершил один оборот. Тогда конец ручки винта прошел путь $2\pi l$, а перемещение винта вдоль оси равно h. Следовательно, сила, приложенная к концу ручки винта, совершила работу $A_1 = 2\pi l F_1$, а сила давления пресса — работу $A_2 = hF_2$. Согласно «золотому правилу» механики $A_1 = A_2$, откуда $F_2 = 2\pi l F_1/h$.

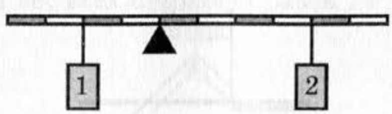
9.5. Груз поднимают с помощью системы блоков, изображенной на рисунке. КПД каждого блока 90%. Каков КПД системы?



66%. ***Решение.*** Пусть сила F (см. рисунок к условию) совершила работу A. Тогда полезная работа, которую позволяет совершить первый блок, $A_1 = 0{,}9A$; полезная работа, которую можно совершить, используя первый и второй блоки, $A_2 = 0{,}9A_1 = 0{,}9^2A$; и т. д. Следовательно, $A_4 = 0{,}9^4A = 0{,}66A$.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-29. Масса первого груза (см. рисунок) 5 кг, масса рычага 2 кг. Какова масса второго груза?

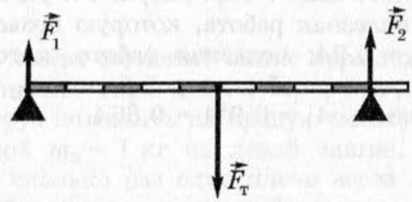


2 кг. ***Решение.*** Поскольку сила тяжести рычага приложена в его середине, условие равновесия имеет вид: $m_1g \cdot 2a = m_{рыч}g \cdot a + m_2g \cdot 4\,a$ (здесь a — длина одной полоски на рычаге). Отсюда находим $m_2 = (2m_1 - m_{рыч})/4$.

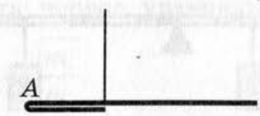
О-30. Стержень массой $m = 9$ кг и длиной $l = 1$ м лежит на двух опорах. Одна из них находится у левого края стержня, а другая — на расстоянии $a = 10$ см от правого края. С какой силой действует на стержень каждая из опор?

40 Н (левая опора), 50 Н (правая опора). ***Решение.*** Если немного поднять или опустить левую опору, то стержень будет поворачиваться вокруг правой опоры (см. рисунок, на котором каждая полоска стержня соответствует 10 см). Следовательно, стержень можно рассматривать как рычаг, к которому прило-

жены силы F_1 и $F_т = mg$. Условие равновесия этого рычага имеет вид $F_1(l - a) = F_т(l/2 - a)$, откуда $F_1 = mg\dfrac{l-2a}{2(l-a)}$. Чтобы найти силу F_2, можно провести аналогичное рассуждение, мысленно «поворачивая» стержень вокруг левой опоры. Проще, однако, воспользоваться тем, что $F_1 + F_2 = mg$. Отсюда $F_1 = mg\dfrac{l}{2(l-a)}$. Обратите внимание, что силы F_1 и F_2 обратно пропорциональны расстояниям от соответствующих опор до центра тяжести (точки приложения силы тяжести).

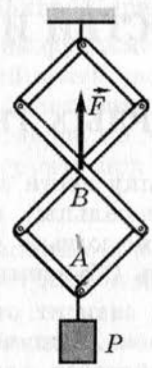


О-31. Прямолинейный кусок проволоки массой 40 г подвешен за середину (см. рисунок). Левую половину куска согнули, как показано на рисунке. Какой массы грузик надо подвесить в точке A, чтобы восстановить равновесие?



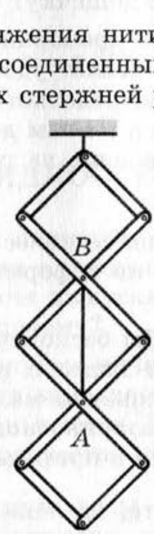
10 г. ***Решение***. Обозначим длину *половины* куска проволоки $2l$. Часть проволоки, находящуюся справа от точки подвеса, можно заменить одним грузиком массой $m_1 = 20$ г, подвешенным на расстоянии l от точки подвеса, а часть проволоки, находящуюся слева от точки подвеса, можно заменить таким же грузиком, подвешенным на расстоянии $l/2$ от точки подвеса (см. рисунок; теперь рычаг следует считать невесомым). Если в точке A подвесить груз массой m, из условия равновесия рычага следует $ml + m_1l/2 = m_1l$, откуда $m = m_1/2$.

О-32. Шарнирно соединенные стержни (см. рисунок) являются разновидностью простого механизма. Каково соотношение между силой F и весом груза P? Весом стержней можно пренебречь.



$F = 2P$. ***Решение.*** Когда точка B поднимается на расстояние x, точка A поднимается на расстояние $2x$. Согласно «золотому правилу» механики работа, совершаемая силой F, равна работе по подъему груза, т.е. $Fx = P \cdot 2x$, откуда $F = 2P$.

О-33. Какова сила F натяжения нити между точками A и B в системе шарнирно соединенных стержней (см. рисунок), если общий вес всех стержней равен P?



$3P/2$. ***Решение.*** Если длину нити уменьшить на x, центр тяжести системы стержней поднимется на $3x/2$. Работа, произведенная при сокращении нити, равна Fx. С другой стороны, она равна изменению потенциальной энергии системы стержней, т.е. $3Px/2$. Отсюда следует $F = 3P/2$.

ДАВЛЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ, ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

10. ДАВЛЕНИЕ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

10.1. Если тяжелую покупку нести за веревку, то ощущается сильная боль (режет пальцы), а если под веревку положить сложенный в несколько раз лист бумаги, то боль заметно уменьшается. Объясните почему.

Решение. Ощущение боли зависит от давления, которое груз производит на тело человека. Величина давления зависит от площади, на которую действует вес покупки. У бумажной ручки площадь опоры больше, поэтому давление на пальцы меньше, чем в первом случае.

10.2. Почему на подушку приятнее класть голову, чем на наклонную деревянную дощечку?

Решение. Давление обратно пропорционально площади опоры. В мягкой подушке голова делает удобную вмятину, сила давления головы на опору распределяется на большую площадь. Вследствие этого становится малым давление на подушку. Поэтому возникает малое давление на голову, т. е. не возникает ощущение боли.

10.3. Каким было бы давление колес вагонов на рельсы, если бы колеса и рельсы не деформировались при соприкосновении?

Решение. Давление было бы бесконечно большим, потому что площадь соприкосновения колес с рельсами при отсутствии деформаций была бы бесконечно малой. По существу это означает, что все тела при соприкосновении деформируются, т. е. «абсолютно твердых» тел в природе не существует.

10.4. На полу лежит плита, сделанная из материала плотностью ρ. Толщина плиты h. Какое давление p оказывает плита на пол?

$p = \rho g h$. ***Решение.*** Обозначим площадь плиты S. Тогда масса плиты $m = \rho Sh$, а давление $p = mg/S = \rho Shg/S = \rho gh$. Обратите внимание на то, что давление, оказываемое плоской плитой, не зависит от ее площади, а зависит только от ее плотности и толщины.

10.5. Почему при постройке дома все его стены выводятся одновременно до одинаковой примерно высоты?

Решение. Давление стен на фундамент (и на грунт) зависит от веса стены и прилегающей к ней части здания. Под действием веса здания происходит уплотнение (усадка) грунта. Если бы здание строилось неравномерно по высоте, то происходило бы неравномерное оседание грунта под ним. А это могло бы привести к авариям.

10.6. На полу стоит сплошной стальной куб. Какова масса куба, если он оказывает на пол давление 9 кПа?

12 кг. ***Решение.*** Давление куба на пол равно: $p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S}$.

Масса куба $m = \rho V = \rho Sh$. Тогда $p = \frac{\rho Shg}{S} = \rho gh$. Откуда $h = \frac{p}{\rho g}$, где h — ребро куба. Объем куба $V = h^3$ и, следовательно, масса куба равна $m = \rho h^3 = \rho \left(\frac{p}{\rho g}\right)^3 = \frac{p^3}{\rho^2 \cdot g^3} \approx 12$ (кг).

11. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ И ГАЗОВ

11.1. Когда на открытой площадке стало слишком жарко, волейболисты перешли в прохладный зал. Придется ли им подкачивать мяч или выпускать из него часть воздуха? Если придется, то почему?

Решение. Когда воздух внутри мяча охлаждается, беспорядочное движение его молекул замедляется. В результате давление воздуха внутри мяча уменьшается. Поэтому мяч придется подкачать, т. е. увеличить количество молекул газа внутри мяча.

11.2. Почему при выливании воды из медицинской грелки не слышно такого «булькания», как при выливании воды из стеклянной бутылки?

Решение. По мере вытекания воды из стеклянной бутылки объем находящегося над водой воздуха возрастает, вследствие чего давление внутри бутылки уменьшается. Когда разность давлений снаружи и внутри становится достаточно большой, некоторая «порция» воздуха, т. е. воздушный пузырек, прорывается внутрь бутылки (при этом и возникает характерное «булькание»). Давление внутри бутылки при этом несколько возрастает. Через некоторое время процесс повторяется. Если же стенки сосуда, из которого вытекает вода, не являются жесткими, то по мере вытекания воды атмосферное давление сплющивает этот сосуд. Давление внутри сосуда остается практически равным атмосферному, так что «булькание» не возникает.

11.3. Для чего электрические лампочки накаливания заполняются газом под давлением, несколько меньшим давления окружающего воздуха?

Решение. При высокой температуре нити накала во время работы лампочки значительно повышается давление газа в ней, что может привести к разрушению баллона лампы. Чтобы этого не произошло, давление газа в лампочке делают несколько меньшим атмосферного.

11.4. Вы опускаете палец в стакан с водой, не касаясь дна стакана. Изменяется ли при этом сила давления воды на дно? Если изменяется, то как?

Если первоначально стакан был заполнен не доверху, то увеличивается; если доверху — то не изменится. ***Решение.*** Сила давления жидкости на дно зависит от уровня жидкости в сосуде. Если первоначально стакан был заполнен не доверху, то после опускания пальца уровень воды поднимется, вследствие чего сила давления на дно увеличится. Если же стакан был заполнен доверху, то сила давления на дно не изменится (часть воды просто выльется из стакана).

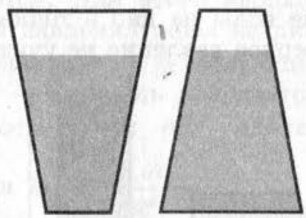
11.5. Изменится ли давление воды на дно ведра, если в воду опустить мяч? Камень?

Указание. Давление увеличится, если ведро было неполным, и останется неизменным, если ведро было заполнено водой доверху (это справедливо и для мяча, и для камня).

11.6. Аквариум, имеющий форму куба, полностью заполнен водой. Во сколько раз отличаются силы давления воды на дно аквариума и на его стенку? Атмосферное давление не учитывайте.

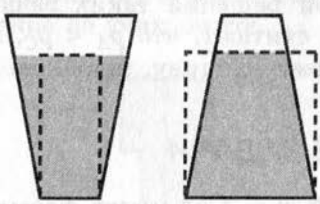
Сила давления на дно больше в 2 раза. ***Решение.*** Сила давления на дно $F_1 = pS = \rho ga \cdot a^2 = \rho ga^3$. Здесь a — длина ребра куба, $S = a^2$ — площадь дна или стенки аквариума, $p = \rho ga$ — давление воды на дно. Чтобы рассчитать силу давления воды на стенку аквариума F_2, нужно учесть, что разные участки стенки находятся на разной глубине и поэтому испытывают разное давление воды. Это давление изменяется от нуля (у верхнего края стенки) до $p = \rho ga$ (у нижнего края стенки). Можно записать $F_2 = p_{ср}S$, где $p_{ср}$ — среднее значение давления на стенку. Считая $p_{ср} = \dfrac{0+p}{2} = \dfrac{p}{2}$, получаем $F_2 = pS/2 = F_1/2$.

11.7. В каком из сосудов (см. рисунок) сила давления жидкости на дно больше веса, а в каком — меньше?



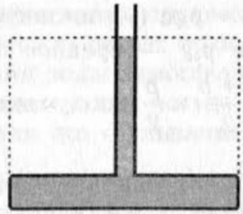
1 2

Решение. Пусть высота столба жидкости в сосуде равна h, а площадь дна S. Тогда сила давления жидкости на дно $F = pS = \rho ghS$. Сила F представляет собой вес жидкости в *цилиндрическом* сосуде с высотой h и площадью основания S (на рисунке эти «сосуды» изображены штриховыми линиями). Мы видим, что в расширяющемся кверху сосуде сила давления жидкости на дно меньше веса жидкости (это и понятно — часть веса жидкости «берут на себя» наклонные стенки). А вот в сужающемся кверху сосуде сила давления жидкости на дно превышает вес жидкости (это связано с тем, что стенки давят на жидкость под углом *вниз*).

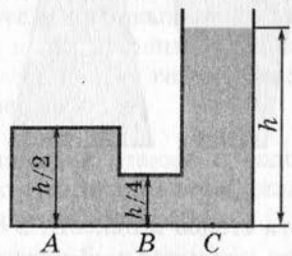


11.8. Какую форму следует придать сосуду, чтобы при доливании небольшого количества жидкости сила давления на дно возрастала бы как можно быстрее?

Площадь дна сосуда должна быть достаточно большой, а площадь сечения верхней части сосуда — малой (см., например, рисунок). ***Указание.*** Сила давления на дно равна весу воды в воображаемом цилиндрическом сосуде, контуры которого показаны пунктиром (см. задачу 11.7). Сравните эту задачу с описанием гидростатического парадокса и опыта Паскаля в учебнике.



11.9. Каково давление воды на дно в точках A, B, C (см. рисунок)? Атмосферное давление не учитывайте.



$p_A = p_B = p_C = \rho gh$. ***Решение.*** Когда жидкость покоится, давление во всех точках, лежащих на одном уровне, одинаково: разность давлений вызвала бы перетекание жидкости. Следовательно, $p_A = p_B = p_C$. В точке же C давление воды $p_C = \rho gh$, где ρ — плотность воды. При вычислении давления жидкости глубину следует отсчитывать от *свободной* поверхности этой жидкости. Иначе аквалангист, заплывший на стометровой глубине в низкую подводную пещеру, мог бы «спрятаться» от давления воды. При решении таких задач часто допускают ошибку: например, считают, что $p_A < p_C$, поскольку над точкой A слой воды имеет толщину, меньшую h.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-34. Брусок массой $m = 2$ кг имеет форму параллелепипеда. Лежа на одной из граней, он оказывает давление $p_1 = 1$ кПа, лежа на другой — давление 2 кПа, стоя на третьей — давление 4 кПа. Каковы размеры бруска?

5 см × 10 см × 20 см. ***Решение.*** Обозначим размеры бруска a, b, c, где $a > b > c$. Тогда из условия следует, что $b = a/2$, $c = a/4$, $p_1 = mg/(ab) = 2mg/a^2$. Отсюда $a = \sqrt{2mg/p_1} = 20$ см.

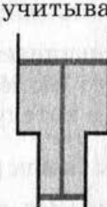
О-35. Перевернутая кастрюля массой m и радиусом R стоит на гладком резиновом коврике, плотно прилегая к нему краями. В дне кастрюли имеется круглое отверстие радиусом r, в которое плотно вставлена легкая вертикальная трубка. В кастрюлю через трубку наливают воду. При какой длине h столба воды в трубке вода начнет вытекать из-под кастрюли?

$h = \dfrac{m}{\rho\,\pi\left(R^2 - r^2\right)}$. ***Решение.*** Вода начнет вытекать, когда кастрюля приподнимется. Для этого необходимо, чтобы направленная вверх сила давления воды на дно кастрюли $F = pS = \rho gh(\pi R^2 - \pi r^2)$ сравнялась с действующей на кастрюлю силой тяжести. Здесь S — площадь дна кастрюли (с учетом отверстия), ρ — плотность воды; p — давление столба жидкости высотой h. Отсюда $h = \dfrac{m}{\rho\,\pi\left(R^2 - r^2\right)}$.

О-36. Из мелкокалиберной винтовки поочередно стреляют в два стакана. В первом образуются отверстия, а второй разлетается вдребезги. Попробуйте объяснить это явление.

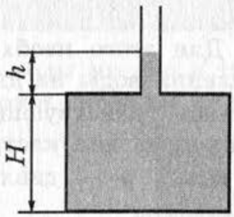
Указание. Описанная ситуация возможна, если первый стакан пустой, а во второй налита вода.

О-37. Два тяжелых поршня жестко связаны между собой стержнем длиной l (см. рисунок). Площадь меньшего поршня S, площадь большего $2S$. Найдите давление p жидкости на больший поршень, если общая масса поршней и стержня M, а плотность жидкости ρ. Атмосферное давление не учитывайте.



$p = (M + \rho lS)g/S$. ***Решение.*** Сила давления жидкости на больший поршень $2pS$ направлена вверх, а сила давления на нижний поршень $(p + \rho gl)S$ направлена вниз. Кроме того, на поршни и стержень действует сила тяжести Mg. Из условия равновесия $Mg + (p + \rho gl)S = 2pS$ находим $p = (M + \rho lS)g/S$.

О-38. На горизонтальном листе резины лежит перевернутая кастрюля радиусом $R = 10$ см и высотой $H = 15$ см. В дне кастрюли просверлено круглое отверстие радиуса $r = 1$ см, в которое плотно вставлена легкая вертикальная трубка (см. рисунок). В кастрюлю через трубку наливают воду. Когда вода заполняет всю кастрюлю и поднимается по трубке на $h = 4$ см, она начинает вытекать из-под краев кастрюли. Какова масса m кастрюли?



1,2 кг. ***Решение.*** Вода начинает вытекать, когда кастрюля чуть приподнимается. Приподнимает кастрюлю направленная вверх сила давления воды на дно. Эта сила $F = pS$ должна уравновесить действующую на кастрюлю силу тяжести mg. Здесь $p = \rho gh$ — давление воды на дно, $S = \pi R^2 - \pi r^2$ — площадь дна кастрюли (с учетом отверстия). Из условия равновесия $F = mg$ находим $m = \pi\rho h(R^2 - r^2)$. Заметим, что ответ не зависит от высоты кастрюли H.

О-39. На горизонтальном листе резины лежит перевернутый котелок, имеющий форму полусферы радиусом R. В верхней точке перевернутого котелка имеется маленькое отверстие, через которое наливают воду. При какой массе котелка вода может вытекать снизу?

$m \leq \pi\rho R^3/3$. ***Указание.*** Вода начинает вытекать, когда она чуть приподнимает котелок. В этот момент сила давления *воды* на стол равна *общему* весу воды и котелка.

О-40. Оцените массу атмосферы Земли (радиус Земли $R = 6400$ км).

Примерно $5 \cdot 10^{18}$ кг. ***Решение.*** Вес атмосферы равен силе давления воздуха на всю поверхность Земли, площадь которой $S = 4\pi R^2$. Следовательно, $mg = p_а \cdot 4\pi R^2$, где $p_а = 10^5$ Па — атмосферное давление. Отсюда $m = 4\pi R^2 p_а/g \approx 5 \cdot 10^{18}$ кг. Эта величина составляет менее одной миллионной части полной массы нашей планеты. Такая простая оценка массы атмосферы возможна потому, что основная часть атмосферы сосредоточена на высотах, малых по сравнению с радиусом Земли. Поэтому можно считать, что вес атмосферы равен mg, где g — ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли.

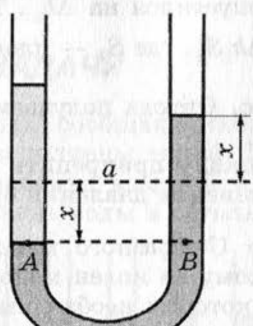
12. СООБЩАЮЩИЕСЯ СОСУДЫ

12.1. В сообщающихся сосудах находится ртуть. В один из сосудов доливают воду, а в другой — керосин. Высота столба воды $h_в = 20$ см. Какова должна быть высота $h_к$ столба керосина, чтобы уровни ртути в обоих сосудах совпадали?

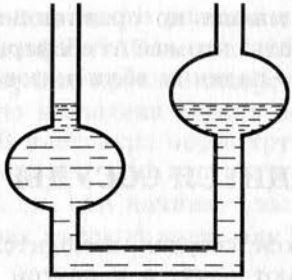
25 см. ***Решение***. Уровни ртути будут совпадать, если давление столба воды и столба керосина одинаково: $\rho_в g h_в = \rho_к g h_к$. Отсюда находим $h_к = \rho_в h_в/\rho_к = 25$ см.

12.2. В левое колено U-образной трубки с водой долили слой керосина высотой $h_к = 20$ см. На сколько поднимется уровень воды в правом колене?

На 8 см. ***Решение***. Прямая a на рисунке показывает уровень воды в трубке до доливания керосина. После доливания керосина вода в левом колене опустилась на x, а в правом колене — на столько же поднялась. Из условия равенства давлений в точках A и B (см. рисунок) получаем $\rho_к g h_к = 2\rho_в g x$, откуда $x = \rho_к h_к/(2\rho_в) = 8$ см.



12.3. В сообщающихся сосудах (см. рисунок) находится холодная вода. В каком направлении потечет вода по трубке, соединяющей сосуды, если их поместить в теплое помещение?



Вода в трубке потечет вправо. ***Решение.*** Выделим в соединительной трубке некоторый участок. Вначале давление воды на этот участок с обеих сторон было одинаковым и вода не перемещалась. При одинаковом уменьшении плотности воды в сосудах увеличение высоты столбов воды в них будет разным. В левом сосуде высота столба воды будет увеличиваться быстрее, чем в правом. Так как давление воды пропорционально высоте столба ее, то слева на выделенную площадку давление будет больше и вода в соединительной трубке начнет перемешаться вправо.

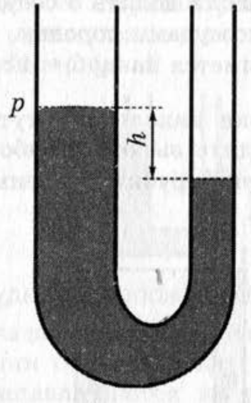
12.4. Трубка широкого колена U-образного ртутного манометра имеет втрое больший диаметр, чем трубка узкого колена. К какому колену следует прикрепить шкалу для отсчета изменения давления, чтобы точность измерения была выше?

К узкому колену манометра. ***Решение.*** Предположим, что при изменении давления уровень ртути в широком колене поднялся на Δh_1, а в узком опустился на Δh_2. Так как жидкость несжимаема, то $\Delta h_1 S_1 = \Delta h_2 S_2$, где S_1 — площадь сечения широкого колена, S_2 — узкого. Отсюда получаем: $\Delta h_2 = \Delta h_1 \dfrac{S_1}{S_2} = 9\Delta h_1$.

Следовательно, если шкалу прикрепить к узкому колену манометра, то отсчет изменения давления будет в 9 раз точнее.

12.5. Трубки ртутного U-образного манометра имеют разные диаметры. К какому из колен манометра следует подсоединить сосуд, в котором необходимо измерить давление, чтобы точность измерения была выше? (Шкала прикреплена к узкому колену манометра)

Независимо от того, к какому колену будет присоединен сосуд, точность измерения будет одной и той же. ***Решение.*** Так как жидкость несжимаема, то объем ртути в одном колене увеличится на столько, на сколько уменьшится объем в другом колене, поэтому $p+\Delta p = p + \rho g h$, где h — разность уровней жидкости в коленах (см. рисунок).

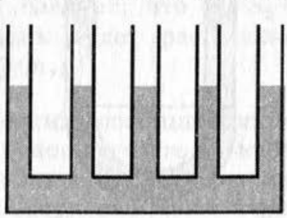


12.6. Манометр на баллоне со сжатым газом показывал*) сначала 11 атм, а после того, как часть газа израсходовали, показывает 3 атм. Какую часть первоначальной массы газа израсходовали? Температура газа в баллоне не изменялась.

2/3. ***Решение***. Давление в баллоне уменьшилось с 12 атм до 4 атм, т. е. втрое. При неизменной температуре такое уменьшение могло произойти только за счет уменьшения числа ударов молекул о стенки, т. е. за счет уменьшения в три раза количества молекул газа. Следовательно, израсходовали 2/3 находившегося в баллоне газа.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

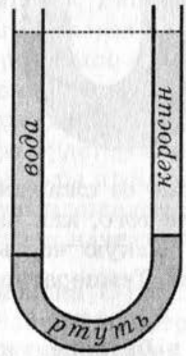
О-41. Пять одинаковых сообщающихся сосудов (см. рисунок) частично заполнены водой. В один из сосудов доливают слой керосина высотой h = 25 см На сколько поднимется уровень воды в остальных сосудах?



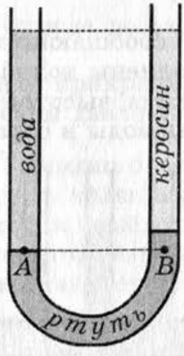
*) Манометр показывает *разность* давлений в баллоне и вне его.

На 4 см. ***Решение.*** Слой керосина высотой h вызывает такое же увеличение давления в жидкости, как слой воды высотой $h_в = \rho_к h/\rho_в = 20$ см. Если долить в сосуды *воду*, то она распределится между всеми сосудами поровну. Следовательно, уровень воды в сосудах поднимется на $h_в/5 = 4$ см.

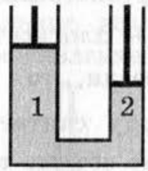
О-42. В U-образной трубке находятся ртуть, вода и керосин (см. рисунок). Найдите высоту столбов воды и керосина, если в правом колене трубки уровень ртути на $h = 1$ см выше, чем в левом.



64 см, 63 см. ***Решение.*** Пусть высота столба керосина $h_к$, тогда высота столба воды $h_в = h_к + h$. Давление в точках A и B (см. рисунок) должно быть одинаковым: $\rho_в g(h_к + h) = \rho_{рт} gh + \rho_к g h_к$. Из этого уравнения находим $h_к = \dfrac{\rho_{рт} - \rho_в}{\rho_в - \rho_к} h = 63$ см. Отсюда $h_в = 64$ см.



О-43. При равновесии поршень в первом из сообщающихся сосудов (см. рисунок) устанавливается на $h_1 = 20$ см выше, чем во втором. Массы поршней $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 4$ кг. Если на первый поршень поставить гирю массой $m_3 = 3$ кг, то поршни установятся на одинаковой высоте. Как расположатся поршни, если гирю переставить на второй поршень?



Первый поршень будет расположен выше второго на 45 см.

Решение. В этой задаче нельзя считать, что силы давления жидкости на поршни относятся как площади этих поршней: когда поршни устанавливаются на разных уровнях, следует учитывать и давление столба жидкости. Если переставить гирю на второй поршень, он окажется ниже первого. Обозначив разность высот поршней в этом случае h, плотность жидкости ρ, а площади поршней S_1 и S_2 и учитывая, что сила давления жидкости на поршень при равновесии равна по модулю весу этого поршня с грузом, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{m_2 g}{S_2} - \dfrac{m_1 g}{S_1} = \rho g h_1, \\[2ex] \dfrac{m_2 g}{S_2} - \dfrac{(m_1 + m_3) g}{S_1} = 0, \\[2ex] \dfrac{(m_2 + m_3) g}{S_2} - \dfrac{m_1 g}{S_1} = \rho g h. \end{cases}$$

Вычитая из первого уравнения второе, а из третьего — первое, приходим к следующим уравнениям: $m_3 = \rho h_1 S_1$ и $m_3 = \rho S_2(h - h_1)$, откуда $h = h_1(1 + S_1/S_2)$. Поскольку из второго уравнения системы следует, что $S_1/S_2 = (m_1 + m_3)/m_2$, находим: первый поршень будет расположен выше второго на $h = h_1(m_1 + m_2 + m_3)/m_2$.

О-44. В цилиндрических сообщающихся сосудах находится вода. Площадь поперечного сечения широкого сосуда в 4 раза больше площади поперечного сечения узкого сосуда. В узкий сосуд наливают керосин, который образует столб высотой 20 см. На сколько повысится уровень воды в широком сосуде и опустится в узком?

3,2 см; 12,8 см. ***Решение.*** Пусть относительно начального уровня воды в сосудах в узком сосуде уровень воды понизится на h_2, а в широком повысится на h_1. Тогда давление столба керосина высотой H в узкой трубке будет равно $g\rho_{\text{к}}H$, давление воды в широкой трубке равно $g\rho_{\text{в}}(h_1 + h_2)$, где $\rho_{\text{к}}$ — плотность керосина и $\rho_{\text{в}}$ — плотность воды. Так как жидкости находятся в равновесии, то $g\rho_{\text{к}}H = g\rho_{\text{в}}(h_1 + h_2)$, или $\rho_{\text{к}}H = \rho_{\text{в}}(h_1 + h_2)$ (1). Воду считаем несжимаемой жидкостью, поэтому уменьшение объема в узкой трубке площадью S должно быть равно увеличению объема в широкой трубке площадью $4S$: $Sh_2 = 4Sh_1$, или $h_2 = 4h_1$. Подставив найденное значение h_2 в выражение (1) и решив его относительно h_1, получаем: $h_1 = \dfrac{\rho_{\text{к}}H}{5\rho_{\text{в}}}$.

Проверяем единицы измерения: $[h_1] = \dfrac{\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot\text{см}}{\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = \text{см}.$

Вычисления дают $h_1 = \dfrac{800\cdot 20}{5\cdot 1000} = 3{,}2$ (см). $h_2 = 4\cdot 3{,}2 = 12{,}8$ (см).

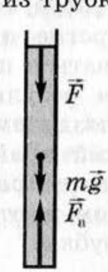
13. АТМОСФЕРНОЕ ДАВЛЕНИЕ

13.1. На рисунке показан первый термометр (термоскоп Галилея). Как будет перемещаться капелька ртути в трубке при изменении температуры воздуха? Какой вы видите принципиальный недостаток у этого термометра?

Решение. При повышении температуры воздух в сосуде будет расширяться, и поэтому капелька ртути в трубке будет двигаться вправо; при понижении температуры капелька ртути будет двигаться влево. Недостатком термометра является то, что при изменении атмосферного давления капелька *тоже* будет перемещаться — например, повышение атмосферного давления приведет к перемещению капельки влево.

13.2. В перевернутой трубке, запаянной с верхнего конца, удерживается столбик ртути высотой $h = 20$ см (см. рисунок). Каково давление воздуха p в верхней части трубки? Атмосферное давление $p_а = 76$ см рт. ст.

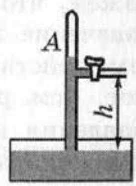
56 см рт. ст. ***Решение***. Докажем, что давление внутри трубки меньше атмосферного на значение давления столбика ртути высотой h. Рассмотрим силы, действующие на столбик ртути. Вниз на него действуют (см. рисунок) сила тяжести $mg = \rho Vg = \rho ghS$ и сила давления воздуха в трубке $F = pS$. Вверх действует только сила атмосферного давления $F_а = p_аS$. Столбик ртути находится в равновесии, если $mg + F = F_а$. Отсюда находим, что давление $p = p_а - \rho gh = 56$ см рт. ст. Именно благодаря разности давлений воздуха внутри трубки и снаружи ртуть и не вытекает из трубки.



13.3. **Ливер.** Объясните принцип действия простого устройства (см. рисунок; трубка открыта с обоих концов), которое позволяет брать пробы жидкости, не втягивая воздух ртом.

Решение. Для взятия пробы следует опустить ливер в жидкость так, чтобы жидкость заполнила расширение в центре ливера. Затем нужно плотно закрыть пальцем верхнее отверстие ливера и вынуть ливер из жидкости. При этом небольшая часть жидкости выльется обратно в сосуд, что приведет к увеличению объема воздуха в верхней части ливера. В результате расширения этого воздуха его давление уменьшится и станет меньше атмосферного. Возникающий перепад давлений не позволит вытечь всей остальной жидкости из ливера (ср. с задачей 13.2). Если теперь перенести ливер в другой сосуд и открыть верхнее отверстие, жидкость из ливера вытечет в этот сосуд.

13.4. Будет ли ртуть выливаться из барометрической трубки A (см. рисунок), если открыть кран?



Не будет. ***Решение.*** Давление в ртути у нижнего края барометрической трубки равно атмосферному; значит, на уровне крана оно *меньше* атмосферного на величину $\rho g h$. Поэтому ртуть вытекать через отверстие не будет. Наоборот, через кран в трубку будут прорываться пузырьки воздуха. Эти пузырьки будут всплывать, в результате чего верхняя часть трубки будет наполняться воздухом, а ртуть будет опускаться и вытекать через нижний край трубки в чашку. Когда уровень ртути опустится ниже крана, трубка быстро заполнится атмосферным воздухом и ртуть из нее вытечет через открытый нижний конец трубки.

13.5. На какую высоту поднялся стратостат, если в ходе подъема*) показание находящегося на нем барометра уменьшилось от 760 мм рт. ст. до 95 мм рт. ст.?

16,5 км. ***Решение.*** Давление уменьшилось в 8 раз. Поскольку $8 = 2^3$, можно считать, что давление трижды уменьшалось в 2 раза. Поэтому высота подъема равна 5,5 км $\cdot$ 3. Часто предлагают неверное решение подобных задач, считая, что и

*) На больших высотах давление воздуха уменьшается примерно в два раза при подъеме на каждые 5,5 км.

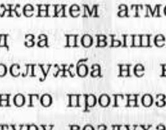
на больших высотах давление уменьшается на 1 мм рт. ст. с увеличением высоты на 12 м (в данном случае такое решение привело бы к ответу 8 км). При этом не учитывают, что *плотность* воздуха с высотой уменьшается.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-45. На шкале барометра иногда делают надписи «Ясно» или «Облачно». Какая из этих надписей соответствует более высокому давлению? Почему предсказания барометра не всегда оправдываются? Что будет предсказывать барометр на вершине высокой горы?

Надпись «Ясно» соответствует высокому давлению, а надпись «Облачно»— низкому. ***Решение.*** Воздух движется от областей высокого давления к областям низкого давления. Вместе с воздушными массами движутся и облака, несущие осадки. Поэтому вслед за понижением атмосферного давления часто следуют осадки, а вслед за повышением — ясная погода. Но даже современная метеослужба не всегда правильно предсказывает погоду. Для точного прогноза нужно учесть не только давление, но и температуру воздуха, его влажность, скорость и направление ветра, а также множество других факторов. Барометр «не знает» всего этого. На вершине горы он будет упрямо предсказывать дождь — ведь давление воздуха там низкое.

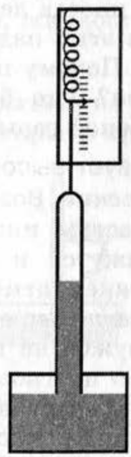
О-46. Из воды вынимают вверх дном легкую кружку (см. рисунок). Какую силу F необходимо прикладывать в тот момент, когда дно кружки находится на высоте $h = 10$ см над поверхностью воды, если площадь дна $S = 100$ см^2?



10 Н. ***Решение.*** Вместе с кружкой под действием силы атмосферного давления поднимается и находящаяся в ней вода. На дно кружки действуют направленная вниз сила атмосферного давления $F_а = p_а S$ и направленная вверх сила давления воды

$F_в = p_в S$. Давление воды на дно кружки *меньше* атмосферного: $p_в = p_а - \rho_в gh$, поэтому $F_в < F_а$. Чтобы удерживать кружку, к ней надо прикладывать направленную вверх силу $F = F_а - F_в = \rho_в ghS = m_в g$. Как видим, сила F равна весу воды, поднимающейся вместе с кружкой.

О-47. Трубку ртутного барометра подвесили к динамометру (см. рисунок). Как будет изменяться показание динамометра при изменении атмосферного давления?



Решение. В барометрической трубке воздух отсутствует, поэтому направленная вниз сила $F_{атм}$ давления атмосферного воздуха не компенсируется силой давления изнутри. Динамометр покажет *сумму* силы $F_{атм}$ и веса трубки mg. При увеличении атмосферного давления показания динамометра будут увеличиваться, а при уменьшении — уменьшаться. Заметим, что сила $F_{атм}$ равна весу ртути, вошедшей в трубку. Поэтому динамометр показывает *общий* вес трубки и поднявшейся по ней ртути (сравните с задачей О-46).

О-48. Оцените массу атмосферы Земли, воспользовавшись приведенными в Приложении сведениями.

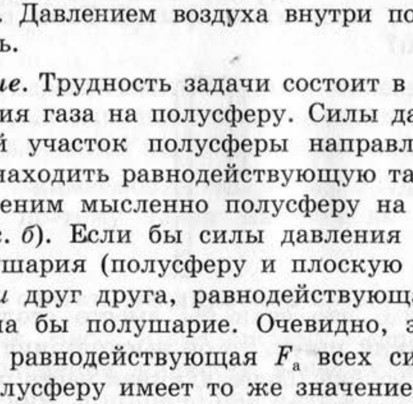
$5 \cdot 10^{18}$ кг. ***Решение.*** Можно считать, что сила давления атмосферы на каждый небольшой участок поверхности Земли равна весу находящегося над этим участком столба воздуха. Поэтому массу M всей атмосферы можно найти из соотношения $Mg = p_а S$, где $p_а$ — нормальное атмосферное давление, а S — площадь всей поверхности Земли.

О-49. Каким (примерно) стало бы давление атмосферы, если бы все океаны испарились? Воспользуйтесь приведенными в Приложении сведениями.

Примерно 270 атм. ***Решение.*** Испарившаяся вода создаст дополнительное давление на поверхность Земли, равное $p = Mg/S$, где $M \approx \rho_в \cdot 0{,}7S \cdot h_{ср}$ — масса воды в Мировом океане (см. Приложение), S — площадь поверхности Земли, $h_{ср}$ — средняя глубина Мирового океана. Отсюда $p \approx 0{,}7\rho_в g h_{ср}$.

О-50. Какую силу F нужно приложить, чтобы оторвать друг от друга магдебургские полушария? Радиус полушарий $R = 10$ см. Давлением воздуха внутри полушарий можно пренебречь.

3,14 кН. ***Решение.*** Трудность задачи состоит в том, чтобы найти силу давления газа на полусферу. Силы давления на каждый небольшой участок полусферы направлены по-разному (см. рис. *а*), а находить равнодействующую таких сил вы еще не умеете. Заменим мысленно полусферу на *сплошное полушарие* (см. рис. *б*). Если бы силы давления газа на обе поверхности полушария (полусферу и плоскую поверхность) не *уравновешивали* друг друга, равнодействующая этих сил все время разгоняла бы полушарие. Очевидно, это невозможно. Следовательно, равнодействующая $F_а$ всех сил атмосферного давления на полусферу имеет то же значение, что и сила атмосферного давления на круг радиуса R, т. е. $F_а = p_а \cdot \pi R^2$.

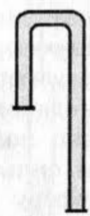


а *б*

О-51. Будет ли изменяться вследствие изменений атмосферного давления объем пузырька воздуха, случайно попавшего в барометрическую трубку и «разорвавшего» столбик ртути? Изменится ли ответ, если трубку наклонить так, чтобы ртуть заполнила ее доверху?

Решение. Сила давления со стороны воздуха в пузырьке уравновешивает силу тяжести верхней части столбика ртути. Поскольку высота этого столбика остается неизменной, давление воздуха в пузырьке не изменяется. Поэтому не изменяется и объем пузырька: при повышении атмосферного давления пузырек просто поднимается выше, поднимая находящийся над ним столбик ртути. Если же ртуть заполнит трубку доверху («упрется» в закрытый верхний конец трубки), то при дальнейшем повышении атмосферного давления воздух в пузырьке все сильнее «нажимает» на верхнюю часть столбика ртути. Давление воздуха в пузырьке возрастает, а объем пузырька уменьшается.

О-52. Сифон. Изогнутая трубка, изображенная на рисунке, заполнена жидкостью. Концы трубки закрыты. Что произойдет, если их открыть? Если открыть только один конец?



Решение. Заметим, что если бы вместо столба жидкости в трубке был гладкий шнур, то он выскользнул бы через более длинное колено трубки (более длинная часть шнура тяжелее). Оказывается, когда трубка открыта с двух сторон, столбик жидкости поведет себя подобно такому шнуру, т. е. *вся* жидкость выльется через более длинное колено трубки (хотя на первый взгляд могло бы показаться, что часть жидкости выльется через один конец трубки, а часть — через другой). Дело в том, что из-за действия на столбик жидкости атмосферного давления он *не может разорваться*: в месте разрыва образовалось бы «пустое» пространство, и сила атмосферного давления $F_а$, действующая на столбик жидкости снизу, переместила бы его так, чтобы «пустое» пространство исчезло*). Если же открыть только *один* из концов трубки (любой), то жидкость не будет вытекать — ее будет удерживать сила атмосферного давления. Сифон используют, например, для переливания бензина из бака автомобиля в канистру. Обратите внимание: сифон действует, если *первоначально* вся трубка заполнена жидкостью.

---

*)Так происходит, если атмосферное давление превышает давление столба жидкости (для воды это условие выполняется при нормальном атмосферном давлении, если высота трубки не превышает 10 м).

14. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ПРЕСС. НАСОСЫ

14.1. Какую силу F нужно приложить к малому поршню гидравлической машины, чтобы большой поршень мог поднять груз массой $m = 600$ кг? Площади поршней $S_1 = 0{,}5$ см^2 и $S_2 = 30$ см^2.

100 Н. ***Решение.*** Отношение сил, действующих на поршни, равно отношению площадей этих поршней: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{S_1}{S_2}$ или

$\dfrac{F}{S_1} = \dfrac{mg}{S_2}$. Отсюда $F = \dfrac{mgS_1}{S_2} = 100$ Н.

14.2. Действие гидравлической машины основано на законе Паскаля, который выполняется для жидкостей и газов. Можно ли в гидравлической машине заменить жидкость газом?

Решение. Из-за сжимаемости газа в нем трудно создать большое давление, поэтому такая машина не будет создавать большой силы.

14.3. Можно ли считать медицинский шприц насосом?

Нельзя. ***Решение.*** Насос имеет систему клапанов, которых у шприца нет. Движение жидкости в насосе идет все время в одном направлении, в шприце оно идет в одном, затем в противоположном. Действие шприца сходно с действием пипетки.

14.4. Малый поршень гидравлического пресса площадью 1,5 см^2 под действием силы опустился на 15 см. Площадь большого поршня 9 см^2. Определите массу груза, поднятого поршнем, если на малый поршень действовала сила 300 Н. На какую высоту был поднят груз?

180 кг; 2,5 см. ***Решение.*** Отношение сил, действующих на поршни, равно отношению площадей этих поршней: $\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{S_1}{S_2}$,

откуда $F_2 = F_1 \dfrac{S_2}{S_1}$.

Тогда $mg = F_1 \dfrac{S_2}{S_1}$ и $m = \dfrac{F_1}{g}\dfrac{S_2}{S_1} = 180$ (кг). Так как $F_1 l_1 = F_2 l_2$, то

$l_2 = \dfrac{F_1}{F_2} l_1 = \dfrac{S_1}{S_2} l_1 = 2{,}5\,(\text{см})$.

15. АРХИМЕДОВА СИЛА. ПЛАВАНИЕ ТЕЛ

15.1. Алюминиевый и медный бруски имеют одинаковые массы. Какой из них легче поднять в воде?

Алюминиевый брусок. ***Решение.*** Легче поднять тот брусок, на который действует бóльшая сила Архимеда, т. е. брусок большего объема. Плотность алюминия меньше плотности меди, поэтому из двух брусков равной массы алюминиевый имеет больший объем.

15.2. Ученику задан вопрос «Какие силы действуют на картофелину, лежащую в кастрюле с водой?». Отвечая на вопрос, ученик назвал силу тяжести, силу давления воды, силу упругости со стороны дна и архимедову силу. Согласны ли вы с ответом?

Решение. Ответ ученика неправильный: сила Архимеда как раз и представляет собой равнодействующую сил давления воды, которые действуют на каждый из участков поверхности тела.

15.3. Действует ли сила Архимеда в условиях невесомости?

Решение. Сила Архимеда возникает вследствие того, что давление жидкости на различные участки поверхности тела неодинаково: согласно формуле $p = \rho g h$ давление возрастает с глубиной. В невесомости весовое давление жидкости отсутствует, давление жидкости во всех точках одинаково. Поэтому сила Архимеда отсутствует.

15.4. Кубик с длиной ребра $a = 5$ см находится в воде, причем верхняя грань кубика — на глубине $h = 4$ см. Каковы силы давления воды на верхнюю и нижнюю грани? Как выразить силу Архимеда через эти две силы? Чему равен вес вытесненной кубиком воды? Атмосферное давление не учитывайте.

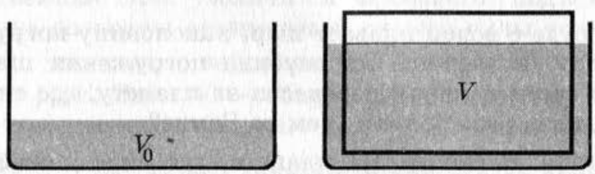
Сила давления на верхнюю грань 1 Н, на нижнюю 2,25 Н, вес вытесненной воды (1,25 Н) равен архимедовой силе.

Решение. Давление воды на верхнюю грань $p_1 = \rho_в g h$, на нижнюю грань $p_2 = \rho_в g(a + h)$. Площадь каждой грани кубика $S = a^2$, а объем кубика $V = a^3$. Сила давления воды на верхнюю грань $F_1 = p_1 S = \rho_в g h a^2 = 1$ Н (эта сила направлена вертикально вниз), сила давления воды на нижнюю грань $F_2 = p_2 S = \rho_в g(a + h)a^2 = 2{,}25$ Н (эта сила направлена вверх). Равнодействующая этих двух сил равна $R = F_2 - F_1 =$

$= \rho_в g a^3 = 1{,}25$ Н, она направлена вверх. Вес вытесненной кубиком воды $P_в = m_в g = \rho_в g a^3$. Для архимедовой силы выполняется соотношение $F_а = F_2 - F_1 = P_в$.

15.5. Вес жидкости, налитой в сосуд, равен 3 Н. В жидкость погружают тело. Может ли архимедова сила, действующая на тело, равняться 10 Н?

Да, может, если размеры тела близки к размерам сосуда (см. рисунок). ***Решение.*** Объем V вытесненной телом жидкости может во много раз превосходить *полный* объем V_0 жидкости в сосуде. Дело в том, что объем V совпадает с объемом погруженной (находящейся ниже уровня жидкости) части тела. А уровень жидкости при погружении тела может намного повыситься.



15.6. Когда подвешенный к динамометру сплошной груз опускают в воду, динамометр показывает $P_1 = 34$ Н, а когда груз опускают в керосин, динамометр показывает $P_2 = 38$ Н. Каковы масса m и плотность ρ груза?

5,4 кг, 2700 кг/м^3. ***Решение.*** Обозначим массу груза m, а объем V. Тогда $P_1 = mg - \rho_1 gV$, $P_2 = mg - \rho_2 gV$ (архимедовой силой в воздухе можно пренебречь). Вычитая из второго уравнения первое, получаем $P_2 - P_1 = (\rho_1 - \rho_2)gV$. Отсюда $V = \dfrac{P_2 - P_1}{g(\rho_1 - \rho_2)}$, $m = \dfrac{\rho_1 P_2 - \rho_2 P_1}{g(\rho_1 - \rho_2)}$. Таким образом, $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{\rho_1 P_2 - \rho_2 P_1}{P_2 - P_1}$.

15.7. Воздушный шар объемом $V = 300$ м^3 парит вблизи поверхности Земли. С шара сбросили балласт, и шар поднялся на высоту, где плотность воздуха вдвое меньше. Какова масса Δm балласта, если объем шара при подъеме увеличился в полтора раза? Температуру воздуха считайте равной 0 °С.

97 кг. ***Решение.*** Обозначив через m начальную массу воздушного шара, а через $\rho_в$ — плотность воздуха у поверхности

Земли при 0 °С, запишем условия равновесия шара до и после подъема:

$$mg = \rho_{в} gV\,;\ (m - \Delta m)\,g = \frac{\rho_{в}}{2} g \cdot 1{,}5V\,.$$

Вычитая второе уравнение из первого, получим:
$\Delta m = 0{,}25\rho_{в} V = 97$ (кг).

15.8. В стакане с водой плавает кусок льда. Как изменится уровень воды в стакане, когда лед растает?

Не изменится. ***Решение.*** Масса воды, вытесненной *плавающим* льдом, в точности равна массе льда (поскольку архимедова сила уравновешивает силу тяжести), а при таянии лед превращается в воду *той же* массы.

15.9. В сосуде с водой плавает шар, наполовину погрузившись в воду. Изменится ли глубина погружения шара, если этот сосуд с шаром перенести на планету, где сила тяжести в два раза больше, чем на Земле?

Не изменится. ***Решение.*** На планете, где сила тяжести в два раза больше, чем на Земле, и вес воды, и вес шара увеличатся в два раза. Поэтому и вес вытесненный шаром воды возрастает так же, как вес шара. Следовательно, глубина погружения шара в воду не изменится.

15.10. Чтобы переправить грузовик через разлившуюся реку, водитель решил построить плот. В его распоряжении 20 бревен длиной l = 10 м с площадью сечения S = 300 см^2. Возможна ли переправа, если масса грузовика M = 4 т, а плотность бревен ρ = 600 кг/м^3?

Переправа не удастся. ***Решение.*** Найдем массу M_1 груза, который может держать на воде каждое бревно. При полном погружении бревна в воду на него действует архимедова сила $F_A = \rho_в gV = \rho_в glS$, а действующая на бревно сила тяжести равна ρglS. Вес груза равен разности этих сил. Следовательно, $M_1 = lS(\rho_в - \rho)$ = 120 кг. Поскольку M/M_1 = 33,3, для переправы необходимо не менее 34 бревен. Переправа не удастся.

15.11. Плавучий буй представляет собой сплошной пластиковый шар, к которому на длинном тросе привязан чугунный груз. Во сколько раз объем шара должен превышать объем груза, чтобы шар был погружен в воду на три четверти своего объема? Плотность пластика 500 кг/м^3.

В 24 раза. ***Решение***. Обозначим объем груза V, пусть объем шара равен xV. Тогда действующая на буй сила тяжести равна $(\rho_1 + x\rho_2)gV$, а сила Архимеда $F_A = \rho_в gV(1 + 3x/4)$. Здесь ρ_1, ρ_2 и $\rho_в$ — плотности соответственно чугуна, пластика и воды. При плавании буя сила тяжести и архимедова сила уравновешивают друг друга. Приравняв эти силы, находим $x = \dfrac{4(\rho_1 - \rho_В)}{3\rho_В - 4\rho_2} = 24$.

15.12. Во сколько раз изменится подъемная сила воздушного шара, если гелий в нем заменить на водород? Весом оболочки шара можно пренебречь.

Увеличится в 1,08 раза. ***Решение***. Хотя водород вдвое легче гелия, подъемная сила увеличится ненамного: подъемная сила шара равна *разности* архимедовой силы и силы тяжести, действующей на газ, наполняющий шар: $F_1 = \rho gV - \rho_1 gV$, $F_2 = \rho gV - \rho_2 gV$. Здесь V — объем шара; ρ, ρ_1 и ρ_2 — плотности соответственно воздуха, гелия и водорода. Отсюда $\dfrac{F_2}{F_1} = \dfrac{\rho - \rho_2}{\rho - \rho_1} = 1{,}08$. Таким образом, в результате замены гелия водородом подъемная сила увеличится всего на 8% (поскольку плотности и водорода, и гелия *намного* меньше плотности воздуха). Поскольку водород при малейшей утечке может воспламениться, его практически не используют для наполнения воздушных шаров.

15.13. В сосуде с водой плавает брусок изо льда, на котором лежит деревянный шар. Плотность вещества шара меньше плотности воды. Изменится ли уровень воды в сосуде, если лед растает?

Не изменится. ***Решение***. Брусок изо льда и шар плавают в воде. Это означает, что они вытесняют столько воды, сколько весят сами. Поскольку после таяния льда вес содержимого сосуда не изменится, постольку не изменится и сила давления воды на дно сосуда. Это означает, что уровень воды в сосуде останется прежним.

15.14. В озере на некоторой глубине плавает полый шар, полностью погруженный в воду. Можно ли считать, что шар находится в состоянии невесомости, поскольку его вес в воде «полностью исчез»? Будет ли ощущать невесомость человек, находящийся внутри шара?

Решение. На примере этой задачи хорошо видно, что выражение «тело, погруженное в воду уменьшает свой вес» неправильно: если тело покоится, его вес всегда равен силе тяжести. Напомним, что вес — это сила, действующая со стороны тела на опору или подвес. Опорой для плавающего в воде тела является вода — эта опора мягче перины, но это все-таки самая настоящая опора. Это справедливо, конечно, и для тел, плавающих на поверхности. Все, что находится *внутри* плавающего тела, никакой невесомости ощущать не будет: представим самих себя внутри батискафа (и даже на обычном корабле — ведь для него вес тоже «полностью исчезает!»). Поэтому гидроневесомость — состояние подводного пловца — только отчасти моделирует настоящую невесомость: например, органы тела пловца по-прежнему давят друг на друга под действием силы тяжести. А вот органы тела космонавта в условиях настоящей невесомости также невесомы.

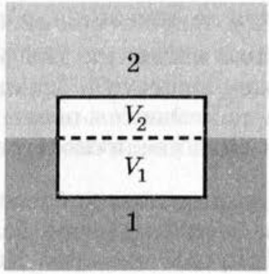
15.15. Сплошные шары — алюминиевый и железный — уравновешены на рычаге. Нарушится ли равновесие, если оба шара полностью погрузить в воду? Рассмотрите случаи, когда шары имеют: а) одинаковую массу; б) одинаковый объем.

Нарушится. ***Решение***. а) В этом случае рычаг, очевидно, равноплечий. Поскольку плотность алюминиевого шара меньше, то его объем больше, и поэтому на него в воде подействует большая сила Архимеда. Следовательно, при погружении шаров в воду «перевесит» железный шар.

б) При одинаковом объеме шаров масса железного шара больше. Значит, он находится на коротком плече рычага (ведь рычаг уравновешен). В воде на оба шара подействует одинаковая сила Архимеда. Но момент силы Архимеда, действующей на алюминиевый шар, больше (у этой силы больше плечо). Поэтому и в этом случае в воде «перетянет» железный шар. Совпадение обоих ответов не случайно: *относительное* «уменьшение веса» тела при погружении в жидкость тем больше, чем меньше плотность тела.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-53. Брусок находится на границе двух жидкостей, имеющих плотности ρ_1 и ρ_2, вытесняя объемы V_1 и V_2 соответствующих жидкостей (см. рисунок). Какая архимедова сила F_A действует на брусок?

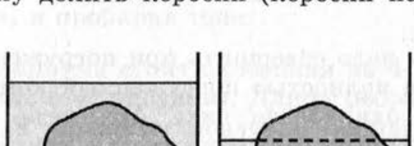


Решение. Архимедова сила представляет собой равнодействующую сил давления жидкости на каждый из участков поверхности тела. В данном случае эта равнодействующая равна разности сил давления на нижнюю и верхнюю грани бруска: $F_A = F_н - F_в = S(p_н - p_в)$. Здесь S — площадь нижней и верхней граней, $p_н$ и $p_в$ — давления жидкости на соответствующие грани. Обозначим через h_1 и h_2 высоты частей бруска, находящихся в соответствующих жидкостях. Тогда $p_н - p_в = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$, откуда

$$F_A = \rho_1 g S h_1 + \rho_2 g S h_2 = (\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2)g.$$

Итак, архимедова сила равна полному весу вытесненной бруском жидкости. Докажем, что этот вывод справедлив и для тела произвольной формы. Для этого мысленно «уберем» внутреннюю часть тела, оставив лишь оболочку, толщиной и весом которой можно пренебречь: при этом действующая на тело архимедова сила не изменяется, поскольку не изменяются силы давления на любой из участков наружной поверхности тела. В освободившийся объем «зальем» жидкости 1 и 2 объемом соответственно V_1 и V_2. Очевидно, такое тело не будет ни тонуть, ни всплывать — например, жидкость 1 будет плавать в окружающей ее такой же жидкости. Следовательно, на тело действует архимедова сила, которая уравновешивает силу тяжести.

О-54. Камень лежит на дне сосуда с водой (см. рис. *а*, *б*). Как изменится сила давления камня на дно в случаях *а* и *б*, если сверху долить керосин (керосин не смешивается с водой)?



а *б*

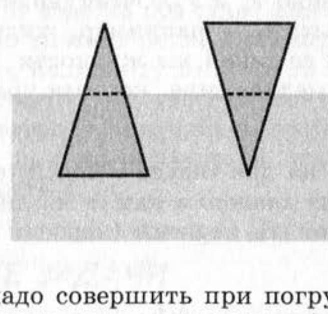
В случае *а* сила давления не изменится, в случае *б* уменьшится.

Решение. Сила давления камня на дно равна разности действующих на камень силы тяжести и архимедовой силы. В случае *а* обе эти силы не изменяются после доливания керосина; в случае *б* архимедова сила увеличивается (см. задачу О-53).

О-55. Лодка плавает в маленьком бассейне. Как изменится уровень воды в бассейне, если выбросить из лодки в бассейн камень?

Понизится. ***Решение.*** Заметим, что в бассейне с вертикальными стенками *полная* сила давления на дно равна весу всего содержимого бассейна и потому остается неизменной. Однако если вначале на дно давила *только* вода, то после выбрасывания камня на дно давят вода и камень. Следовательно, сила давления *воды* на дно бассейна уменьшилась, а это могло произойти только в результате понижения уровня воды. Можно рассуждать и иначе. Если камень массой m и объемом V выбросить из лодки *на берег*, то объем вытесненной лодкой воды уменьшится на величину $m/\rho_в$. Эта величина больше V (камень тонет в воде!). Поэтому если теперь бросить камень в воду, то уровень воды все равно окажется ниже первоначального.

О-56. Легкий сплошной конус погружают в воду один раз вершиной вверх, а другой раз — вершиной вниз (см. рисунок). В каком случае надо совершить бóльшую работу для полного погружения конуса? Одинаковые ли по модулю силы Архимеда действуют на полностью погруженный в воду конус в первом и втором случаях?

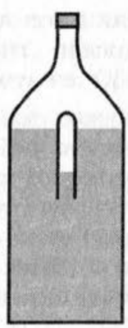


Бóльшую работу надо совершить при погружении конуса вершиной вверх; на полностью погруженный конус в обоих случаях действует одинаковая сила Архимеда. ***Решение.*** При одинаковой глубине погружения (когда конус погружен еще *не полностью*) бóльший объем воды вытесняет конус, расположенный вершиной вверх (см. рисунок к условию). Следовательно, в этом случае на конус будет действовать бóльшая сила Архимеда, и поэтому в процессе погружения придется прилагать бóльшую силу. Когда конус погружен полностью, объем вытесненной им воды в любом случае равен объему конуса независимо от его расположения.

О-57. Льдинка плавает на границе между водой и керосином. Какая часть ее объема находится ниже границы раздела жидкостей, если керосин покрывает льдинку полностью?

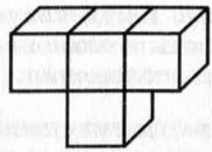
1/2. ***Решение.*** Условие плавания имеет вид $F_А = mg$, где $m = \rho_л V$ — масса льдинки, V — ее объем. Архимедова сила $F_А = \rho_в g V_в + \rho_к g(V - V_в)$, где $V_в$ — объем вытесненной *воды* (см. задачу О-53). Отсюда находим $\dfrac{V_в}{V} = \dfrac{\rho_л - \rho_к}{\rho_в - \rho_к} = 0{,}5$.

О-58. В закрытой пластиковой бутылке (см. рисунок) плавает открытая перевернутая пробирка («водолаз»), утяжеленная снизу пластилином. Если стенки бутылки сжать рукой, пробирка тонет. Объясните поведение «водолаза».



Решение. Сжимая бутылку, мы увеличиваем давление внутри нее. Воздух внутри пробирки также сжимается, и объем вытесненной воды уменьшается. Вследствие этого уменьшается действующая на пробирку (с содержащимся в ней воздухом) архимедова сила, и пробирка тонет.

О-59. На дне аквариума стоит склеенная из 4 одинаковых кубиков деталь (см. рисунок). Длина ребра каждого кубика 10 см. В аквариум медленно наливают воду. Когда высота уровня воды достигает 10 см, деталь отрывается от дна. Опыт повторяют, натерев нижнюю грань детали парафином (теперь вода не подтекает под эту грань). До какой высоты h нужно теперь налить в аквариум воду, чтобы деталь оторвалась от дна?



$h = 15$ см. ***Решение.*** В первом случае деталь оторвалась от дна, когда масса вытесненной воды достигла 1 кг. Следовательно, масса детали 1 кг. Во втором случае вода не затекает под основание нижнего кубика и не давит на него *снизу*. Поэтому архимедова сила действует только на нижние грани двух *боковых* кубиков. Деталь оторвется от дна, когда каждый из этих кубиков вытеснит 0,5 кг воды. Отсюда находим $h = 15$ см.

ТЕПЛОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

16. ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ. ТЕПЛОПЕРЕДАЧА И РАБОТА. ВИДЫ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ

16.1. Шайба скользит по горизонтальной ледовой площадке. Как при этом изменяется кинетическая энергия шайбы? Внутренняя энергия?

Решение. Вследствие трения о лед скорость шайбы уменьшается, поэтому уменьшается и ее кинетическая энергия. Другим следствием трения является нагревание шайбы, т. е. увеличение скорости (и кинетической энергии) беспорядочного движения молекул. Внутренняя энергия шайбы при этом увеличивается. Можно сказать, что вследствие трения кинетическая энергии *шайбы* превращается в кинетическую энергию *беспорядочного движения молекул* (шайбы, льда и окружающего воздуха).

16.2. При забивании гвоздя его шляпка нагревается слабо, а когда гвоздь уже забит, нескольких ударов достаточно, чтобы сильно разогреть ее. Объясните этот эффект.

Решение. При каждом ударе совершается некоторая работа и гвоздь получает энергию. При забивании гвоздя эта энергия расходуется на преодоление сил сопротивления волокон дерева и сил трения (в конечном счете эта энергия переходит во внутреннюю, что приводит к нагреванию *всего* гвоздя и окружающих слоев дерева). Когда же гвоздь уже забит, передаваемая ему энергия переходит в основном во внутреннюю энергию *шляпки* гвоздя.

16.3. Спичка загорается при трении ее о коробок. Она вспыхивает и при внесении ее в пламя свечи. В чем сходство и различие причин, приведших к воспламенению спички в обоих случаях?

Решение. В обоих случаях увеличивается внутренняя энергия головки спички, но в первом случае это происходит за счет механической работы, а во втором — в процессе теплопередачи.

16.4. Когда автомобиль больше расходует горючего: при езде без остановки или с остановками?

Решение. При остановке кинетическая энергия автомобиля превращается во внутреннюю энергию тормозных колодок и др. Чтобы каждый раз после остановки приобрести необходимую скорость (а, значит, и кинетическую энергию), в двигателе должно быть израсходовано дополнительно некоторое количество горючего.

16.5. Со дна озера всплывает пузырек воздуха. За счет чего увеличивается его потенциальная энергия?

Решение. Потенциальная энергия пузырька увеличивается за счет уменьшения потенциальной энергии воды (часть воды такого же объема, что и объем пузырька, опускается вниз). При этом внутренняя энергия газа в пузырьке не меняется, так как расширение газа можно считать процессом, происходящим при неизменной температуре.

16.6. Почему коньки легко скользят по льду, а по стеклу, поверхность которого более гладкая, на коньках кататься невозможно?

Решение. При скольжении по льду внутренняя энергия коньков и льда увеличивается, в результате чего между коньком и льдом образуется водяная прослойка, уменьшающая силу трения. При сильном же морозе скольжение коньков значительно ухудшается, а при очень сильном морозе лед для коньков становится подобным стеклу.

16.7. Почему в металлических печных трубах тяга меньше, чем в кирпичных трубах?

Решение. Хорошая теплопроводность металла способствует охлаждению газов в трубе, в результате чего их плотность увеличивается, и разница в давлениях в трубе и вне ее уменьшается, что и вызывает ухудшение тяги в трубе.

16.8. Можно ли вскипятить воду во всей кастрюле с помощью маленького мощного электронагревателя, расположенного в верхних слоях воды? Ответ объясните.

Решение. *Верхние* слои воды быстро нагреются до кипения, поскольку в этих слоях вследствие конвекции происходит интенсивная теплопередача. А передача тепла к *нижним* слоям воды будет происходить только вследствие теплопроводности (ведь горячая вода, имеющая меньшую плотность, чем холодная, не будет опускаться вниз). Теплопроводность же воды невелика. Поэтому нижние слои воды будут оставаться холодными даже тогда, когда верхние уже нагреются до кипения.

16.9. Для чего нужны двойные оконные рамы? Станет ли в помещении теплее зимой, если промежуток между рамами значительно увеличить?

Решение. Двойные рамы позволяют уменьшить теплообмен между помещением и наружным воздухом (тепловые потери). При этом в качестве теплоизолирующего материала используется слой воздуха между рамами. Теплопроводность воздуха мала, поэтому поток тепла через слой *неподвижного* воздуха тоже мал. Если же в слое воздуха возникнут конвекционные потоки, потери тепла намного возрастут: воздух между рамами будет подниматься вблизи внутреннего стекла, получая от него тепло, и «стекать» вниз вдоль наружного стекла, охлаждаясь при этом. Пока промежуток между рамами невелик, трение встречных потоков воздуха мешает возникновению конвекционных потоков. Если промежуток между рамами значительно увеличить, конвекционные потоки могут привести к заметному *увеличению* тепловых потерь.

16.10. Почему не падают облака?

Решение. Облака поддерживаются восходящими конвекционными потоками воздуха (даже в *неподвижном* воздухе крохотные капельки воды или кристаллики льда, из которых состоят облака, падали бы очень медленно, поэтому облака могут подолгу находиться на одной и той же высоте, «падая» относительно поднимающихся слоев воздуха).

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-60. В каком случае шина автомобиля при его движении больше нагреется: когда она слабо надута или надута хорошо?

Слабо надутая шина нагреется больше. ***Решение***. При движении автомобиля шины непрерывно деформируются. При этом внутренняя энергия шины увеличивается. Так как слабо надутая шина деформируется в большей степени, чем хорошо надутая, то внутренняя энергия ее будет больше внутренней энергии хорошо надутой шины. Поэтому температура слабо надутой шины будет больше, чем температура шины, хорошо надутой.

О-61. Теплый воздух, как известно, поднимается вверх. Почему же на высоте 10 км держится температура –50°C?

Решение. Давление воздуха уменьшается с высотой. Поэтому при подъеме воздух расширяется. Расширяясь, он совершает работу, расходуя на это часть своей внутренней энергии. Это и является главной причиной охлаждения воздуха.

17. КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ. УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА

17.1. Масса жидкости, налитой в стальную кастрюлю, в два раза меньше массы кастрюли. Кастрюлю ставят на огонь. На что расходуется больше энергии: на нагревание кастрюли или жидкости? Во сколько раз больше? Рассмотрите два случая: а) в кастрюле вода; б) в кастрюле ртуть.

а) На нагревание жидкости, в 4,6 раза; б) На нагревание кастрюли, в 6,6 раза. ***Решение.*** Будем считать, что при нагревании температура жидкости и кастрюли изменяется одинаково. Обозначим изменение температуры Δt, а массу кастрюли m. Тогда на нагревание кастрюли расходуется количество теплоты $Q_к = c_{ст} m \Delta t$, а на нагревание жидкости $Q_ж = c_ж m \Delta t/2$ (здесь $c_ж$ — удельная теплоемкость жидкости). Отсюда находим $Q_к/Q_ж = 2c_{ст}/c_ж$.

17.2. Термометр подержали над огнем. После того, как горелку выключили, показания термометра упали от 100 °C до 99 °C за две секунды. За сколько времени показания термометра уменьшатся от 60 °C до 59 °C? Считайте, что количество теплоты, ежесекундно передаваемое телом окружающей среде, прямо пропорционально разности температур между телом и окружающей средой. Температура в комнате 20 °C.

За 4 секунды. ***Решение.*** Когда разность температур между термометром и воздухом в комнате уменьшается вдвое (примерно от 80 °C до 40 °C), количество теплоты, ежесекундно передаваемое термометром воздуху, также уменьшается вдвое. Поэтому скорость остывания уменьшается в два раза, а время остывания на 1 °C увеличивается в два раза.

17.3. Нагреватель мощностью $P = 600$ Вт за время $\tau = 5$ мин нагрел $m = 1$ кг воды на $\Delta t = 30$ °C. Какое количество теплоты Q было потеряно?

$Q = 54$ кДж. ***Решение.*** Энергия, которую нагреватель передал воде и окружающей среде, равна $P\tau$. Вода получила количество теплоты $cm\Delta t$. Следовательно, $Q = Pt - cm\Delta t$.

17.4. Сколько нужно смешать горячей воды, имеющей температуру $t_1 = 80$ °C, и холодной, имеющей температуру

$t_2 = 20$ °С, чтобы получить $m = 60$ кг воды с температурой $t = 40$ °С?

20 кг горячей и 40 кг холодной воды. ***Решение.*** Обозначим массу горячей воды m_1, тогда масса холодной воды $m_2 = m - m_1$. В результате теплообмена горячая вода отдает количество теплоты $Q_1 = cm_1(t_1 - t)$, а холодная вода получает количество теплоты $Q_2 = cm_2(t - t_2)$. Согласно уравнению теплового баланса $Q_1 = Q_2$. Из уравнения $cm_1(t_1 - t) = c(m - m_1)(t - t_2)$ находим $m_1 = m\dfrac{t - t_2}{t_1 - t_2}$; $m_1 = 20$ кг.

17.5. Мальчик наполнил стакан на ¾ кипятком и дополнил его холодной водой. Определите, какая установилась температура воды, если температура холодной воды равна 20 °С. Теплоемкость стакана и потери тепла не учитывайте.

80 °С. ***Решение.*** Из уравнения теплового баланса $Q_1 = Q_2$ или $\dfrac{3}{4}\rho Vc(t_1 - t) = \dfrac{1}{4}\rho Vc(t - t_2)$. Откуда $3(t_1 - t) = t - t_2$, или $4t = 3t_1 + t_2$. Окончательно получаем $t = \dfrac{3t_1 + t_2}{4}$.

17.6. В 200 г воды при температуре 20 °С помещают 300 г железа при температуре 10 °С и 400 г меди при температуре 25 °С. Пренебрегая потерями энергии, определите установившуюся температуру.

19,5 °С. ***Решение.*** Сложность задачи состоит в том, что не ясно, отдает или принимает вода некоторое количество теплоты.

Допустим, что вода получает некоторое количество теплоты. Тогда $Q_м = Q_в + Q_ж$ или $c_м m_м(t_м - t) = c_в m_в(t - t_в) + c_ж m_ж(t - t_ж)$.

Решая это уравнение относительно t, получаем:

$$t = \frac{c_в m_в t_в + c_ж m_ж t_ж + c_м m_м t_м}{c_м m_м + c_в m_в + c_ж m_ж}.$$

Подставляя численные значения, получаем $t = 19,5$ °С.

Если же предположить, что вода охлаждается, то уравнение теплового баланса принимает вид $Q_м + Q_в = Q_ж$. Однако, в конечном счете получается то же самое уравнение для t.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-62. В каком отношении надо взять объемы свинца и олова, чтобы их теплоемкости были одинаковы?

Решение. Теплоемкость C численно равна количеству теплоты, необходимому для нагревания тела на 1 °С; для однородного тела $C = cm$. По условию задачи $C_{св} = C_{о}$ или $c_{св}m_{св} = c_{о}m_{о}$, откуда $c_{св}\rho_{св}V_{св} = c_{о}\rho_{о}V_{о}$. Отношение объемов $\frac{V_{св}}{V_{о}} = \frac{c_{о}\rho_{о}}{c_{св}\rho_{св}}$, окончательно получаем $\frac{V_{св}}{V_{о}} = \frac{230 \cdot 7300}{130 \cdot 11300} \approx 1{,}14.$

О-63. В калориметр с водой, температура которой $t_{в} = 20$ °С, переносят нагретые в кипятке одинаковые металлические шарики. После переноса первого шарика температура в калориметре поднялась до $t_1 = 40$ °С. Какой станет температура воды в калориметре после переноса двух шариков? Трех? Сколько шариков надо перенести, чтобы температура в калориметре стала равной 90 °С?

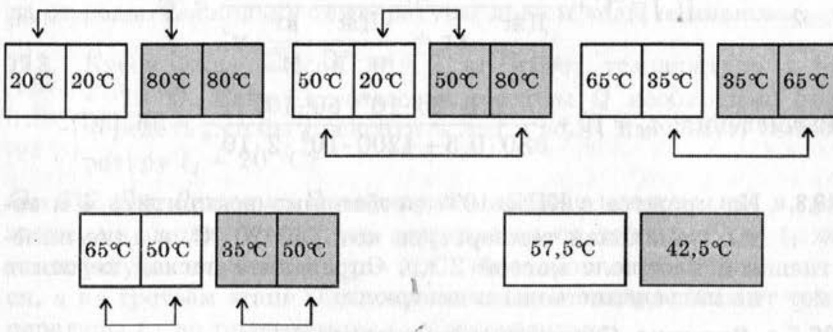
52 °С, 60 °С, 21 шарик. ***Решение.*** Пусть в калориметр перенесли из кипятка N шариков. Обозначим теплоемкость шарика C, теплоемкость воды $C_{в}$, температуру кипятка $t_{к}$, конечную температуру t. Согласно уравнению теплового баланса

$C_{в}(t - t_{в}) = NC(t_{к} - t)$. При $N = 1$ и $t = t_1$ получаем, что

$C_{в}(t_1 - t_{в}) = C(t_{к} - t_1)$. Подставляя в это уравнение численные значения известных величин, получаем $C_{в} = 3C$. Следовательно, при любом N справедливо уравнение $3(t - t_1) = N(t_{к} - t)$. При $N = 2$ получаем $t = 52$ °С, при $N = 3$ получаем $t = 60$ °С, при $t = 90$ °С находим $N = 21$.

О-64. В одном сосуде находится литр холодного молока при температуре 20 °С, а во втором сосуде — литр горячей воды при температуре 80 °С. Можно ли только за счет теплообмена между ними добиться того, чтобы *всё* молоко стало *теплее* воды? Разрешается использовать дополнительные сосуды и приводить их в соприкосновение, но смешивать воду с молоком нельзя. При расчетах считайте плотность и удельную теплоемкость молока такими же, как у воды.

Указание. Молоко и воду можно, например, перелить в сосуды емкостью по 0,5 л. Стрелки на рисунке указывают на те сосуды, между которыми осуществляется затем теплообмен и устанавливается тепловое равновесие.



18. УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА СГОРАНИЯ ТОПЛИВА

18.1. Хозяйка пытается вскипятить на керогазе полное ведро воды объемом $V = 10$ л, имея только $m = 50$ г керосина. На сколько изменится температура воды, если вода получает 50 % теплоты сгорания керосина?

На 26 °С. ***Решение***. При сгорании керосина выделяется энергия, равная qm. Для повышения температуры воды на Δt необходимо количество теплоты $Q = cm_в\Delta t = c\rho V\Delta t$, где c и ρ — соответственно удельная теплоемкость и плотность воды. Согласно условию $Q = 0{,}5qm$. Отсюда $\Delta t = \dfrac{qm}{2c\rho V}$.

18.2. В медном сосуде массой $m_2 = 500$ г нагреваются $V = 2$ л воды, взятой при температуре $t_1 = 10$ °С. До какой температуры можно нагреть воду за счет сжигания $m_1 = 50$ г спирта? КПД горелки считать равным 50%. Удельная теплота сгорания спирта 26 МДж/кг.

Решение. Энергия, выделяемая при сгорании спирта, идет на нагревание воды и сосуда, т. е. $0{,}5qm_1 = c_м m_2\left(t_2 - t_1\right) + c_в m_3\left(t_2 - t_1\right)$.

Отсюда $0{,}5qm_1 = \left(c_м m_2 + c_в\rho V\right)\left(t_2 - t_1\right)$.

Следовательно, $t_2 = t_1 + \dfrac{0{,}5qm_1}{c_м m_2 + c_в\rho V}$. Проверка единиц измерения:

$$[t_2] = °\text{C} + \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}} \cdot \text{кг}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}} \cdot \text{кг} + \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot °\text{C}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \text{м}^3} = °\text{C}.$$

Вычисления: $t_2 = 10 + \dfrac{0,5 \cdot 26 \cdot 10^6 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{380 \cdot 0,5 + 4200 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \approx 86\ (°\text{C})$.

18.3. На примусе с КПД 40% необходимо вскипятить 4 л воды, начальная температура которой 20 °C, в алюминиевой кастрюле массой 2 кг. Определите расход керосина на нагревание воды и кастрюли.

86,5 г. ***Решение.*** Согласно определению КПД

$\eta = \dfrac{c_\text{в}\rho V(t_2 - t_1) + c_\text{а} m_\text{а}(t_2 - t_1)}{m_\text{к} q}$, откуда

$$m_\text{к} = \frac{(c_\text{в}\rho V + c_\text{а} m_\text{а})(t_2 - t_2)}{\eta q} \approx 86,5\ (\text{г}).$$

19. УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОВОГО БАЛАНСА (с изменением агрегатного состояния вещества)

19.1. Известно, что при медленном охлаждении очень чистой воды можно получить переохлажденную воду (например, при −5 °C). Почему же вода не замерзает при 0 °C?

Решение. При кристаллизации жидкости кристаллическая решетка «строится» вокруг некоторых центров. Обычно такими центрами являются какие-либо твердые частицы, пузырьки газа и другие неоднородности жидкости. Если в воде таких центров кристаллизации нет, процесс кристаллизации не начинается, несмотря на переохлаждение. Такое состояние вещества очень неустойчиво: стоит подуть на переохлажденную воду, встряхнуть сосуд или бросить в него немного песка — и начнется быстрое образование льда. Замерзнет как раз такая часть воды, чтобы за счет выделяющегося при замерзании тепла температура поднялась до 0 °C.

19.2. В термос с водой, температура которой 0 °C, опустили кусок льда с такой же температурой. Будет ли лед таять?

Нет. ***Решение.*** Для плавления необходимо не только нагреть твердое тело до температуры плавления, но и сообщить ему *после этого* энергию, необходимую для разрушения кристаллической решетки. В данном случае лед не будет получать тепла от воды, поскольку температуры льда и воды одинаковы.

19.3. Кусок льда массой $m = 2$ кг имеет температуру $t_1 = -20$ °С. Какое количество теплоты Q необходимо ему передать, чтобы превратить лед в воду, имеющую температуру $t_2 = 20$ °С?

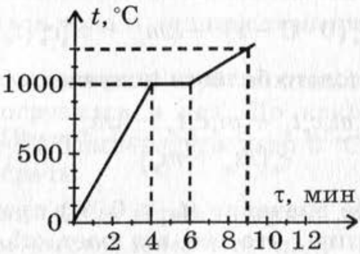
$Q = 912$ кДж. ***Решение.*** Превращение должно происходить в три этапа: на первом этапе лед нагревается от температуры t_1 до температуры плавления $t_{пл} = 0$ °С, на втором этапе лед плавится, а на третьем этапе образовавшаяся *вода* нагревается от температуры $t_{пл}$ до температуры t_2. Следовательно,

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = c_л m(t_{пл} - t_1) + \lambda m + c_в m(t_2 - t_{пл}).$$

19.4. В калориметре находится вода массой $m_в = 2$ кг, температура которой 30 °С. В калориметр помещают лед при температуре 0 °С. Какова могла быть масса $m_л$ льда, если он весь растаял?

Масса льда не должна превышать 0,76 кг. ***Решение.*** В результате теплообмена вода может остыть не более чем на 30 °С. При этом она отдает количество теплоты, не превышающее $Q_в = cm_в|\Delta t|$, где $|\Delta t| = 30$ °С. Для плавления льда ему необходимо передать количество теплоты $Q_л = \lambda m_л$. Из неравенства $Q_л \le Q_в$, т. е. $\lambda m_л \le cm_в|\Delta t|$, получаем $m_л \le \dfrac{cm_в|\Delta t|}{\lambda}$.

19.5. В лабораторную печь помещают кристаллический образец. Образец получает каждую секунду одно и то же количество теплоты. На рисунке приведена зависимость температуры образца от времени. Какие тепловые характеристики данного вещества вы можете найти, если удельная теплоемкость вещества в твердом состоянии $c_1 = 400$ Дж/(кг · °С)?



Решение. Очевидно, горизонтальный участок графика соответствует плавлению, а следующий за ним наклонный — нагреванию расплава. Нагревание образца до плавления заняло 4 мин, а плавление — 2 мин. Это означает, что на плавление потребовалось вдвое меньше тепла, чем на нагревание до плавления, т. е. $\lambda m = c_1 m\Delta t_1/2$, где $\Delta t_1 = 1000$ °C. Отсюда находим $\lambda = 200$ кДж/кг. За следующие 3 мин расплав нагрелся на $\Delta t_2 = 250$ °C. Следовательно, $c_2 m\Delta t_2 = 3c_1 m\Delta t_1/4$, откуда находим удельную теплоемкость расплава: $c_2 = \dfrac{3c_1\Delta t_1}{4\Delta t_2}$. Вычисления дают следующий результат:

$$c_2 = 1{,}2 \text{ кДж/(кг}\cdot\text{°C)}.$$

19.6. В калориметр, содержащий $m_\text{в} = 1{,}5$ кг воды при температуре $t_\text{в} = 20$ °C, положили $m_\text{л} = 1$ кг льда, при температуре $t_\text{л} = -10$ °C. Какая температура t_0 установится в калориметре? Теплоемкостью калориметра можно пренебречь.

Решение. Эту задачу не очень удобно решать в общем виде: ведь для составления уравнения теплового баланса необходимо заранее знать, какие процессы произойдут со льдом и с водой, т.е. каким будет конечное состояние (только вода, вода и лед или только лед).

А это определяется как раз численными значениями $m_\text{в}$, $m_\text{л}$, $t_\text{в}$, $t_\text{л}$. Предположим сначала, что весь лед растает, а вода несколько остынет. Тогда уравнение теплового баланса имеет вид: $Q_\text{в} + Q_\text{л} = 0$, где $Q_\text{в} < 0$ – количество теплоты, отданное водой; $Q_\text{л}$ — количество теплоты, полученное льдом. Вода охлаждается от $t_\text{в}$ до t_0, значит, $Q_\text{в} = m_\text{в} c_\text{в}(t_0 - t_\text{в})$.

Лед нагревается от $t_\text{л}$ до 0 °C, при 0 °C плавится и далее (уже будучи водой!) нагревается от 0 °C до t_0. Значит,

$$Q_\text{л} = m_\text{л} c_\text{л}(0\text{ °C} - t) + \lambda m_\text{л} + m_\text{л} c_\text{в}(t_0 - 0\text{ °C}).$$

Из уравнения теплового баланса получаем:

$$t_0 = \frac{m_\text{в} c_\text{в} t_\text{в} + m_\text{л} c_\text{л} t_\text{л} - \lambda m_\text{л}}{c_\text{в}(m_\text{л} + m_\text{в})} = -21\text{ °C}.$$

Однако полученное значение ($t_0 < 0$ °C) противоречит сделанному предположению, что вес лед растает! Значит, это предположение было неверно. Можно теперь предположить, что вся вода замерзнет. Но тогда температура t_0 окажется положительной, что снова будет противоречить сделанному предположению. Остается лишь один вариант ответа: $t_0 = 0$ °С, т.е. весь лед не растает и вся вода не замерзнет,— в калориметре будет смесь воды со льдом. К этому результату можно прийти гораздо быстрее, если заметить, что вода, даже остыв до 0 °С (а остыть дальше, не замерзая, она не может!), отдаст количество теплоты $m_в\, c_в\, t_в$. Этого количества теплоты хватит лишь на плавление льда массой $\frac{m_в c_в t_в}{\lambda} = 0,38$ (кг), что меньше начальной массы льда $m_л$ (при этом мы даже не учли необходимости нагревания льда до 0 °С). Значит, весь лед растаять не может, т.е. $t_0 \le 0$ °С. Аналогично доказывается, что $t \ge 0$ °С. *Отсюда*: $t_0 = 0$ °С.

19.7. В калориметре находится вода массой $m_в = 1$ кг, температура которой $t_в = 30$ °С. В калориметр помещают лед при температуре $t_л = 0$ °С. При какой массе $m_л$ льда он весь растает?

Не более 0,38 кг. ***Решение.*** Наибольшее возможное значение массы льда соответствует случаю, когда вода охлаждается до 0 °С. В этом случае уравнение теплового баланса принимает вид $\lambda m_л + c_в m_в(0\ °С - t_в) = 0$, откуда $m_л = c_в m_в t_в/\lambda$. Здесь λ — удельная теплота плавления льда.

19.8. В воду массой $m_в = 1$ кг, имеющую температуру $t_в = 30$ °С, положили лед массой $m_л = 500$ г, температура которого $t_л = 0$ °С. Какая температура установится в сосуде?

0 °С. ***Решение.*** Вода, остывая до 0 °С, может передать льду количество теплоты $Q_1 = m_в c_в t_в = 126$ кДж. Для плавления всего льда необходимо количество теплоты $Q_2 = \lambda m_л = 165$ кДж. Поскольку $Q_2 > Q_1$, полного плавления льда не произойдет; в сосуде будут находиться вода и лед при температуре 0 °С.

19.9. Нагретый алюминиевый куб положили на лед, и куб полностью погрузился в лед. До какой температуры t был нагрет куб? Температура льда 0 °С, потерями тепла можно пренебречь.

$t \ge 125$ °С. ***Решение.*** Если верхняя грань куба окажется на уровне льда, объем выплавленной во льду ямки будет равен объему куба V. Тогда уравнение теплового баланса примет вид $\lambda\rho_л V - \rho_а V c_а t = 0$, где $\rho_л$, $\rho_а$ — плотности льда и алюминия. Отсюда $t = \frac{\lambda\rho_л}{c_а\rho_а} \approx 120$ °C. При более высокой температуре t верхняя грань куба окажется ниже поверхности льда.

19.10. Если закрыть банку крышкой, то уровень воды в ней не будет понижаться. Означает ли это, что крышка «останавливает» испарение воды?

Решение. Испарение продолжается, однако водяной пар теперь почти не выходит из банки. Чем больше количество молекул пара над водой, тем чаще они, совершая беспорядочное движение, попадают опять в воду — ускоряется процесс конденсации. При некотором количестве водяного пара в банке испарение и конденсация компенсируют друг друга: уровень воды не будет изменяться (в плотно закрытых сосудах по этой же причине уровень жидкости не изменяется в течение многих лет).

19.11. Почему незадолго до закипания чайника мы слышим характерный шум? Почему перед самым закипанием он стихает?

Решение. Вода в чайнике получает тепло от нагретого пламенем дна чайника или от электронагревателя, расположенного у дна. Слои воды у дна нагреваются до температуры кипения раньше остальных, поэтому у дна возникают пузырьки, наполненные водяным паром. Пузырьки всплывают и попадают в более холодные слои воды. В результате охлаждения пар конденсируется и пузырьки «захлопываются». Происходит это так быстро, что стенки пузырьков ударяются друг о друга с резким щелканием. Множество таких крошечных «схлопываний» и создает характерный шум. Перед самым закипанием верхние слои воды уже имеют температуру, близкую к температуре кипения, и поэтому «захлопывания» пузырьков не происходит. А после закипания мы слышим булькание пузырьков, лопающихся на поверхности воды.

19.12. Кружка с водой плавает в кастрюле, стоящей на огне. Закипит ли вода в кружке?

Нет. ***Решение.*** Для кипения необходимо не только нагреть жидкость до температуры кипения, но и обеспечивать непрерывный приток тепла для парообразования (вода в чайнике почти мгновенно прекращает кипеть, когда чайник снимают с огня, хотя остывание воды происходит довольно медленно). Вода в кастрюле кипит, получая тепло от нагретого пламенем дна кастрюли (температура дна выше 100 °С). Вода в кружке получает тепло от воды в кастрюле. Если даже вода в кружке нагреется до температуры кипения (но и этого не произойдет из-за тепловых потерь), температуры воды в кастрюле и кружке *сравняются*. После этого приток тепла к воде в кружке *прекратится*, и кипеть вода в кружке не будет.

19.13. Сосуд с водой выносят из орбитальной станции в открытый космос. Что будет происходить с водой, если сосуд открыть?

***Решение*.** После открывания сосуда давление в нем упадет практически до нуля, и ничто не помешает расти возникающим в воде пузырькам с паром. Вода бурно закипит. Процесс парообразования идет с поглощением энергии, поэтому вода будет быстро охлаждаться. В результате в сосуде одновременно с кипением будет идти и «противоположный» процесс — замерзание воды.

19.14. В калориметре находится вода массой $m_в = 1$ кг при температуре $t_в = 20$ °С. Сколько пара, имеющего температуру $t_п = 100$ °С, нужно впустить в калориметр, чтобы температура в нем поднялась до $t = 40$ °С?

33 г. ***Решение*.** Согласно уравнению теплового баланса $Q_в = Q_п$, где $Q_в = c_в m_в (t - t_в)$, а $Q_п = L m_п + c_в m_п (t_п - t)$ — отданное паром количество теплоты. В последней формуле учтено, что образовавшаяся в результате конденсации пара вода будет отдавать тепло при остывании. Отсюда

$$m_п = m_в \frac{c_в (t - t_в)}{L + c_в (t_п - t)}.$$

Проверка единиц измерения: $\left[m_п\right] = кг \dfrac{\dfrac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot °C}{\dfrac{Дж}{кг} + \dfrac{Дж}{кг \cdot °C} \cdot °C} = кг.$

Вычисления дают следующий результат:

$$m_п = \frac{4200 \cdot 20}{2,3 \cdot 10^6 + 4200 \cdot 6} \approx 32,9 \cdot 10^{-3} \text{ (кг)}.$$

19.15. В колбе находилась вода при 0 °С. Выкачивая из колбы воздух, заморозили всю воду посредством ее испарения. Какая часть воды при этом испарилась, если притока тепла извне не было?

$\frac{m_1}{m} = 12,5\ \%$. ***Решение.*** Процесс парообразования идет с поглощением энергии, поэтому количество тепла, которое требуется для испарения воды, равно Lm_1, где m_1 — масса испарившейся воды. При кристаллизации воды выделяется количество теплоты λm_2, где m_2 — масса образовавшегося льда. Уравнение теплового баланса: $Lm_1 = \lambda m_2$. Если масса всей воды до откачивания m, то $m = m_1 + m_2$, откуда $m_2 = m - m_1$. Тогда мы получаем $\lambda(m - m_1) = Lm_1$, откуда $m - m_1 = \frac{L}{\lambda} m_1$, или окончательно получаем $\frac{m_1}{m} = \frac{\lambda}{\lambda + L} \approx 0,12$. При решении задачи мы не учитывали, что значения L при 0 °С и 100 °С несколько отличаются.

19.16. Можно ли расплавить свинец в воде?

Решение. На первый взгляд — нельзя: ведь температура плавления свинца 327 °С намного превосходит температуру кипения воды 100 °С. Однако вода кипит при 100 °С лишь при нормальном атмосферном давлении. Повышая внешнее давление, можно нагревать воду без кипения намного выше температуры 100 °С, а именно до 374 °С. Поэтому свинец расплавить в воде можно! Для этого нужно только нагревать оба вещества в герметично закрытом сосуде, который выдерживает высокое давление.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-65. В воду массой 2 кг при температуре 30 °С положили лед массой 1 кг, температура которого 0 °С. Какая температура t установится в сосуде? Какой станет масса льда?

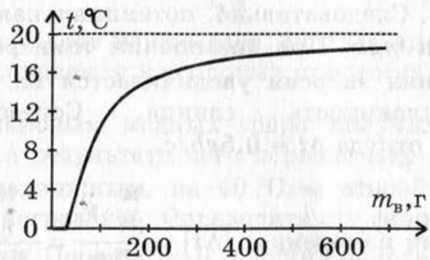
0 °С; 0,24 кг. ***Указание.*** Весь лед не растает, вода охладится до 0 °С. Уравнение теплового баланса имеет вид $|\Delta m_л|\lambda = c_в m_в |\Delta t_в|$, где $|\Delta m_л|$ — масса растаявшего льда, а $|\Delta t_в| = 30$ °С.

О-66. В воду массой 2 кг при температуре 30 °С положили лед, температура которого 0 °С. Какая температура установится в сосуде, если масса льда равна: а) 200 г; б) 1 кг?

а) 20 °С; б) 0 °С. ***Указание***. В случае *а* весь лед растает, а образовавшаяся из него вода нагреется. Уравнение теплового баланса имеет вид $\lambda m_л + c_в m_л(t - 0\ °C) = c_в m_в(t_в - t)$. В случае *б* растает только часть льда.

О-67. В калориметр, содержащий 10 г льда при температуре 0 °С, наливают воду, температура которой 20 °С. Как зависит конечная температура t в калориметре от массы $m_в$ налитой воды? Постройте примерный график этой зависимости. При каком значении $m_в$ на графике имеется точка излома?

См. рисунок (точка излома графика при $m_в = 39$ г). ***Указание***. Если $m_в < 39$ г, в калориметре будет лед и вода, поэтому конечная температура будет равна 0 °С. Если же $m_в > 39$ г, в калориметре будет только вода. При очень большой массе воды температура приближается к 20 °С.



О-68. В калориметр, содержащий $m_в = 500$ г воды при температуре $t_в = 20$ °С, впустили водяной пар при температуре $t_п = 100$ °С. Какая температура t установится в калориметре, если масса пара равна: а) 10 г? б) 100 г? Какой станет масса m воды в каждом из случаев?

а) $t = 32$ °С, $m = 510$ г; б) $t = 100$ °С; $m = 573$ г. ***Решение***. Следует учесть, что если масса пара достаточно велика, то уже конденсация некоторой *части* пара приведет к повышению температуры в калориметре до 100 °С, поэтому оставшийся пар не будет конденсироваться. Проще всего сначала решать задачу, предполагая, что конденсируется *весь* пар; если подстановка численных данных приведет к результату $t < 100$ °С, это подтвердит правильность предположения, а если получится $t > 100$ °С, это предположение несправедливо, т. е. $t = 100$ °С. В случае *а* из уравнения теплового баланса получаем $t = 32$ °С, поэтому $m = m_в + m_п$; в случае *б* находим $t = 100$ °С; вода получила количество теплоты $Q_в = c_в m_в(t - t_в)$, а пар отдал такое же количество теплоты. Следовательно, масса сконденсировавшегося водяного пара $m_к = Q_в/L = c_в m_в(t - t_в)/L = 0{,}073$ кг, а $m = m_в + m_к$.

20. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В МЕХАНИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССАХ. ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ

20.1. Свинцовый шар падает с высоты $h = 30$ м на стальную плиту. На сколько температура шара после удара превышает начальную, если 50% механической энергии переходит во внутреннюю энергию шара?

На 1,15 °С. ***Решение.*** При падении сила тяжести совершает работу $A = mgh$. Следовательно, потенциальная энергия шара уменьшается на mgh. При повышении температуры шара на Δt его внутренняя энергия увеличивается на $cm\Delta t$, где c — удельная теплоемкость свинца. Согласно условию $cm\Delta t = 0{,}5mgh$, откуда $\Delta t = 0{,}5gh/c$.

Проверка единиц измерения: $[\Delta t] = \dfrac{\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}}{\dfrac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}} = \dfrac{\dfrac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{\dfrac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}} = {}^\circ\text{C}.$

Вычисления: $\Delta t = \dfrac{0{,}5\cdot 9{,}8\cdot 30}{130} \approx 1{,}15\,({}^\circ\text{C}).$

20.2. С высоты $h = 2$ м в воду падает камень массой $m = 1$ кг и объемом $V = 400$ см^3. На сколько увеличится внутренняя энергия камня и окружающей среды в результате падения, если глубина водоема $H = 3$ м?

На 38 Дж. ***Указание.*** При падении камня в воде его потенциальная энергия частично переходит во внутреннюю, а частично — в потенциальную энергию *воды* (при опускании камня вытесняемая им вода массой $m_в = \rho_в V$ *поднимается*). Из закона сохранения энергии следует, что внутренняя энергия увеличивается на $mg(h + H) - m_в gH$.

20.3. С какой высоты должна падать вода, чтобы при ударе о землю она закипала? На нагрев воды идет 50% расходуемой механической энергии, начальная температура воды 20 °С.

70 км. ***Решение.*** Согласно условию, на нагрев воды массой m расходуется энергия, равная $\frac{1}{2}mgh$. Поэтому $\frac{1}{2}mgh = mc(t_2 - t_1)$, где $t_2 = 100$ °С. Отсюда $h = \frac{2c(t_2 - t_1)}{g}$. Проверка единиц измерения:

$$[h] = \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{С}}\cdot{}^\circ\text{С}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \text{м}.$$

Вычисления дают: $h = \frac{2\cdot 4200\cdot(100-20)}{9,8} \approx 70\cdot 10^3$ (м).

Полученный результат показывает, сколь велика энергия, выделяемая и поглощаемая в тепловых процессах.

20.4. Два одинаковых медных шара получили одинаковую энергию, в результате чего первый шар нагрелся, оставаясь неподвижным, на 40 °С, а второй приобрел скорость, не нагреваясь. Определите эту скорость.

174 м/с. ***Решение.*** Первый шар получил энергию $mc\Delta t$, а второй — $\frac{mv^2}{2}$. Согласно условию $mc\Delta t = \frac{mv^2}{2}$, откуда $v = \sqrt{2c\Delta t}$.

Проверка единиц измерения:

$$[v] = \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{С}}\cdot{}^\circ\text{С}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\text{Н}\cdot\text{м}}{\text{кг}}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Вычисления: $v = \sqrt{2\cdot 380\cdot 40} \approx 174$ (м/с).

20.5. Два одинаковых кусочка льда летят навстречу друг другу с равными скоростями и при ударе превращаются в воду. Оцените, при какой минимальной скорости v льдинок перед ударом это возможно. Температура льдинок перед ударом $t_1 = -12$ °С.

v = 840 м/с. ***Решение.*** Будем считать, что вся начальная кинетическая энергия льдинок $2\cdot\frac{mv^2}{2}$ (m — масса каждой льдинки) переходит в их внутреннюю энергию. Льдинки нагреваются от t_1 до $t_2 = 0\,^\circ\text{C}$ и плавятся. Закон сохранения энергии дает:

$2 \cdot \dfrac{mv^2}{2} = 2m\left[c_л\left(t_2 - t_1\right) + \lambda\right]$, откуда получаем $v = \sqrt{2\left[c\left(t_2 - t_1\right) + \lambda\right]}$.

Проверка единиц измерения:

$$[v] = \left(\frac{Дж}{кг \cdot {}^\circ C} \cdot {}^\circ C + \frac{Дж}{кг}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{Н \cdot м}{кг}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{м}{с}.$$

Вычисления: $v = \sqrt{2 \cdot (2100 \cdot 12 + 330000)} \approx 840$ (м/с).

20.6. На теплоходе установлен дизельный двигатель мощностью 80 кВт с КПД 30%. На сколько километров пути ему хватит 1 т дизельного топлива при скорости движения 20 км/ч? Удельная теплота сгорания дизельного топлива 43 МДж/кг.

900 км. ***Решение***. Так как по определению КПД равен $\eta = \dfrac{A}{Q}$, где механическая работа $A = N \cdot \tau$, а $Q = mq$ — количество теплоты, выделяемое при сгорании топлива, то

$\eta = \dfrac{N \cdot \dfrac{s}{v}}{mq} = \dfrac{N \cdot s}{m \cdot q \cdot v}$. Откуда $s = \dfrac{\eta mqv}{N}$.

Проверка единиц измерения: $[s] = \dfrac{кг \cdot \dfrac{Дж}{кг} \cdot \dfrac{м}{с}}{Вт} = \dfrac{Дж \cdot \dfrac{м}{с}}{\dfrac{Дж}{с}} = м.$

Вычисления:

$$s = \frac{0{,}3 \cdot 10^3 \cdot 43 \cdot 10^6 \cdot \dfrac{20}{3{,}6}}{80 \cdot 10^3} = 0{,}896 \cdot 10^6\,(м) \approx 900 \text{ км}.$$

20.7. Понизится ли температура в комнате, если открыть дверцу работающего холодильника?

Решение. Тепло, отбираемое у воздуха и продуктов внутри холодильного шкафа, может быть передано только воздуху в той же комнате. Энергия же, потребляемая холодильником из сети, также превращается во внутреннюю энергию и приводит к повышению температуры в комнате. Так что температура в комнате, в конечном счете, повысится! Правда, при работающем холодильнике температура в разных местах комнаты будет неодинаковой. Она будет несколько ниже у раскрытой дверцы и выше у задней стенки холодильника, где расположен теплообменник и происходит основное выделение тепла.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-69. У поверхности воды мальчик выпускает камень, и он опускается на дно пруда на глубину $H = 5$ м. Какое количество теплоты выделится при падении камня, если его масса 500 г, а объем 200 см3?

Q = 15 Дж. ***Решение.*** В воде на камень действуют две силы: сила тяжести и сила Архимеда. Равнодействующая этих сил равна $F = mg - \rho_{\text{в}} gV$. Работа, совершаемая при падении камня, равна $A = FH = (m - \rho_{\text{в}}V)\, gH$. Согласно закону сохранения энергии количество выделенной теплоты будет равно $Q = A = (m - \rho_{\text{в}}V)\, gH \approx 15$ (Дж).

О-70. Установка, выделяющая тепловую мощность $N = 50$ кВт, охлаждается проточной водой, текущей по спиральной трубке диаметром d =15 мм. При установившемся режиме проточная вода нагревается на $\Delta t = 25$ °С. Определите скорость v течения воды.

2,7 м/с. ***Решение.*** Будем считать, что вся выделяемая установкой за промежуток времени τ энергия идет только на нагрев протекающей воды. Тогда $N\tau = mc\Delta t$, где m — масса протекающей за время τ воды, c — удельная теплоемкость воды. Поскольку $m = \rho V = \rho \dfrac{\pi d^2}{4} \cdot v\tau$, получаем $N\tau = \rho \dfrac{\pi d^2}{4} \cdot v\tau \cdot c\Delta t$, откуда $v = \dfrac{4N}{\pi \rho c \Delta t d^2}$.

Проверка единиц измерения:

$$[v] = \frac{\text{Вт}}{\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \dfrac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot {}^\circ\text{С}} \cdot {}^\circ\text{С} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}^3}{\text{с} \cdot \text{Дж} \cdot \text{м}^2} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Вычисления: $\upsilon = \dfrac{4 \cdot 50 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 4200 \cdot 25 \cdot 15^2 \cdot 10^{-6}} \approx 2{,}7$ (м/с).

О-71. На зимней дороге при температуре снега −10 °С автомобиль в течение 1 мин 6 с буксует, развивая мощность 12 кВт. Сколько снега растает при буксовании автомобиля, если считать, что вся энергия, выделившаяся при буксовании, идет на нагревание и плавление снега?

2,26 кг. ***Решение.*** При буксовании автомобиля внутренняя энергия снега увеличивается за счет совершения работы. За счет этой энергии снег нагревается до температуры 0 °С, а затем плавится. Согласно закону сохранения энергии запишем: $A = Q_1 + Q_2$, где $A = N\tau$, $Q_1 = cm(t_{\text{пл}} - t)$ и $Q_2 = \lambda m$.

С учетом этого $N\tau = cm(t_{\text{пл}} - t) + \lambda m = m\left[c(t_{\text{пл}} - t) + \lambda\right]$.

Отсюда $m = \dfrac{N\tau}{c(t_{\text{пл}} - t) + \lambda} \approx 2{,}26$ (кг).

21. ВЛАЖНОСТЬ ВОЗДУХА

21.1. Какова относительная влажность воздуха при t = 20 °С, если точка росы $t_{\text{р}}$ = 15 °С?

74%. ***Решение.*** Напомним, что точка росы — это температура, при которой водяной пар становится насыщенным. Плотность ρ водяного пара равна плотности насыщенного пара при 15 °С (можно считать, что при охлаждении плотность пара практически не изменяется). Тогда относительная влажность воздуха $\varphi = \dfrac{\rho}{\rho_{\text{н}}} \cdot 100\%$, где $\rho_{\text{н}}$ — плотность насыщенного пара при 20 °С.

21.2. При какой температуре выпадет роса, если термометры психрометра показывают 20 °С и 17 °С?

При 15 °С. ***Решение.*** Согласно показаниям психрометра температура воздуха 20 °С, а относительная влажность 74%. Плотность насыщенного водяного пара при 20 °С равна 17,3 г/м^3; следовательно, плотность водяного пара в воздухе $0{,}74 \cdot 17{,}3$ г/м^3 = = 12,8 г/м^3. Роса выпадет при температуре, при которой водяной пар с такой плотностью является насыщенным, т.е. при 15 °С.

21.3. При $t_1 = 30$ °C относительная влажность воздуха $\varphi_1 = 80\%$. Какова будет относительная влажность φ_2, если этот воздух нагреть при постоянном объеме до $t_2 = 50$ °C?

$\varphi_2 = 29\%$. ***Решение.*** Задачу можно решить, если воспользоваться таблицей зависимости плотности $\rho_н$ насыщенного пара от температуры и формулой $\varphi = \frac{\rho}{\rho_н} \cdot 100\%$, где ρ — плотность водяного пара. Поскольку плотность пара при нагревании при постоянном объеме не изменяется, получаем $\frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{\rho_{н1}}{\rho_{н2}}$, откуда $\varphi_2 = \varphi_1 \frac{\rho_{н1}}{\rho_{н2}} = 29\%$.

21.4. В кухне развесили много выстиранного белья. На улице моросит холодный осенний дождь. Быстрее ли высохнет белье, если открыть форточку?

Решение. Скорость высыхания белья зависит от относительной влажности φ воздуха в кухне. На первый взгляд величина φ увеличится после открывания форточки — ведь снаружи водяной пар близок к насыщению. Однако следует учесть, что в кухне температура существенно выше, а относительная влажность тоже довольно высока. Поэтому здесь парциальное давление пара намного выше, чем снаружи (давление насыщенного пара очень быстро растет с повышением температуры). Значит, при открытой форточке пар будет *выходить* из кухни, и белье будет сохнуть быстрее.

21.5. Температура воздуха $t_1 = 20$ °C, точка росы $t_2 = 10$ °C. Определите относительную влажность воздуха φ.

$\varphi = 54\%$. ***Решение.*** Напомним, что точка росы — это температура, при которой водяной пар становится насыщенным. Воспользуемся формулой $\varphi = \frac{\rho}{\rho_{н1}} \cdot 100\%$ (здесь ρ — плотность водяного пара, содержащегося в воздухе, а $\rho_{н1}$ — плотность насыщенного пара при температуре t_1). При охлаждении *плотность* ρ водяного пара остается постоянной вплоть до начала конденсации, т. е. до точки росы. Следовательно, $\rho = \rho_{н2}$ и $\varphi = \frac{\rho_{н2}}{\rho_{н1}} \cdot 100\% = 54\%$.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ

22. ЭЛЕКТРИЗАЦИЯ ТЕЛ. СТРОЕНИЕ АТОМА. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

22.1. Могут ли тела электризоваться при соприкосновении без трения?

Да, могут. ***Решение***. Именно так электризуются тщательно отполированные тела (если они изготовлены из *разных* материалов). Одно из тел «перетягивает» электроны с поверхности другого и заряжается отрицательно, другое тело при этом заряжается положительно.

22.2. Достаточно ли просто коснуться шарика электроскопа заряженной эбонитовой палочкой, чтобы стрелка электроскопа заметно отклонилась? Обоснуйте свой ответ.

Решение. Простого прикосновения недостаточно. Эбонит — диэлектрик, поэтому заряд не может перетекать с одного участка поверхности палочки на другой. При прикосновении на электроскоп перейдет заряд лишь с очень небольшой части поверхности палочки. Проводя же палочкой по металлической поверхности шарика электроскопа, мы передаем шарику электрический заряд с большей поверхности.

22.3. Если к заряженному металлическому шарику прикоснуться пальцем, он теряет практически весь заряд. Почему?

Решение. Человеческое тело является проводником. При соприкосновении двух проводников заряд перераспределяется между ними так, что на большем по размеру проводнике оказывается и больший по модулю заряд. Человеческое тело намного больше шарика, поэтому практически весь заряд шарика переходит на тело человека.

22.4. Два одинаковых металлических шарика висят на шелковых нитях, не касаясь друг друга. Один из шариков заряжен. Как уменьшить заряд этого шарика в два раза? В четыре раза? Годится ли предложенный вами способ, если шарики эбонитовые?

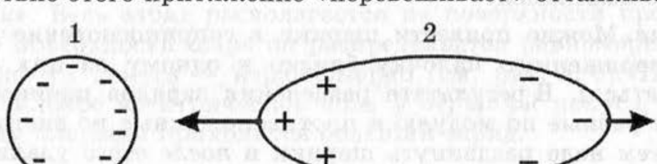
Решение. Нужно привести шарики в соприкосновение, не касаясь их рукой. При этом электрический заряд разделится между ними *поровну*, т. е. заряд на каждом из них составит половину первоначального заряда. Затем, по-прежнему не прикасаясь к шарикам, их нужно удалить друг от друга и *после этого* прикоснуться пальцем к одному из них (при этом практически весь заряд перейдет с шарика на тело экспериментатора). Повторяя эту процедуру, можно уменьшить заряд в 4, 8, 16 раз и т. д. Такой способ годится только для шариков, сделанных из проводников. Заряд на шарике из диэлектрика (например, из эбонита) не может перетекать даже на соседний участок поверхности.

22.5. Как можно при помощи электроскопа, стеклянной палочки и шелкового лоскута ткани определить, зарядом какого знака заряжено тело?

Решение. Стеклянной палочкой, потертой о шелк, зарядить электроскоп. Он приобретает положительный заряд. Затем, приближая к шарику электроскопа исследуемое тело, необходимо следить за поведением листочков электроскопа. Если угол между листочками электроскопа увеличивается, то тело имеет положительный заряд, а если уменьшается — отрицательный.

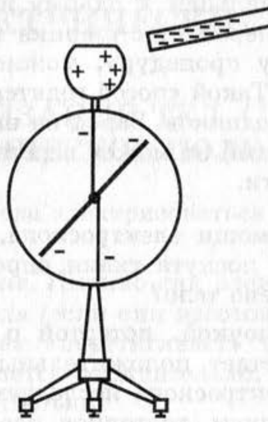
22.6. Почему *незаряженные* тела притягиваются к заряженным, независимо от знака их заряда?

Решение. Заряженное тело создает вокруг себя электрическое поле, которое, действуя на электроны и протоны в незаряженном теле, вызывает в нем *разделение зарядов* (см. рисунок). В результате заряженное тело 1 будет притягивать «ближнюю половину» незаряженного тела 2 и отталкивать «дальнюю». Хотя заряды «половин» тела 2 по модулю одинаковы, на «ближнюю» его половину действует более сильное поле, поскольку она находится ближе к заряженному телу 1. Вследствие этого притяжение «перевешивает» отталкивание.



22.7. Почему стрелка электроскопа отклоняется, если к нему поднести заряженный предмет, не прикасаясь к электроскопу?

Указание. В результате разделения зарядов, происходящего под действием электрического поля, стрелка и нижняя часть стержня электроскопа приобретают *одноименные* заряды (см. рисунок).



22.8. Две легких одноименно заряженных гильзы из фольги подвешены на шелковых нитях одинаковой длины в одной точке. Что произойдет, если коснуться одной из гильз рукой?

Решение. Прикосновение к гильзе приведет к тому, что она практически разрядится. Поэтому отталкивание гильз сменится притяжением (см. задачу 22.6), гильзы соприкоснутся и их заряды опять станут одинаковыми (вдвое меньшими, чем в начале опыта). В результате гильзы будут опять отталкиваться, но угол между нитями станет заметно меньше.

22.9. Как с помощью заряженной эбонитовой палочки сообщить двум металлическим шарикам заряды разного знака, причем так, чтобы заряд самой палочки при этом не изменился?

Решение. Можно привести шарики в соприкосновение и поднести заряженную палочку близко к одному из них (но не прикасаться). В результате разделения зарядов шарики приобретут равные по модулю и противоположные по знаку заряды. Затем надо раздвинуть шарики и *после* этого удалить палочку: шарики останутся заряженными.

22.10. Сплошному проводнику сообщают электрический заряд. Докажите, что этот заряд распределится так, что электрического поля внутри проводника не будет.

Решение. Если бы заряд распределился так, что внутри проводника существовало бы электрическое поле, оно вызывало бы движение свободных заряженных частиц, приводящее к *дальнейшему* перераспределению заряда. Этот процесс завершается только тогда, когда поле внутри проводника исчезает. Можно доказать, что заряд при этом будет находиться только *на поверхности* проводника.

22.11. Полый металлический шарик поместили в сильное электрическое поле. Существует ли поле в полости?

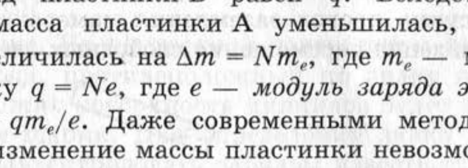
Нет. ***Указание.*** См. задачу 22.10. Опыты показывают, что электрическое поле отсутствует даже внутри очень тонкой заряженной металлической оболочки или сетки.

22.12. При соприкосновении гладких пластинок А и Б первая из них приобрела положительный заряд $q = 4{,}8 \cdot 10^{-8}$ Кл. Какой заряд приобрела пластинка Б? На сколько изменилась масса каждой из пластинок?

$-4{,}8 \cdot 10^{-8}$ Кл; масса пластинки А уменьшилась, а масса пластинки Б увеличилась на $2{,}7 \cdot 10^{-19}$ кг. ***Решение.*** Пластинка Б «перетянула» с пластинки А некоторое количество N электронов. Суммарный заряд пластинок остался равным нолю, следовательно, заряд пластинки Б равен $-q$. Вследствие перехода электронов масса пластинки А уменьшилась, а масса пластинки Б увеличилась на $\Delta m = Nm_e$, где m_e — масса электрона. Поскольку $q = Ne$, где e — *модуль заряда электрона*, получаем $\Delta m = qm_e/e$. Даже современными методами измерить столь малое изменение массы пластинки невозможно.

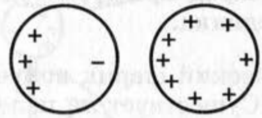
22.13. Покажите с помощью схематических рисунков, как располагается заряд на заряженных проводящих шаре и конусе. Внешнее электрическое поле отсутствует.

Решение. Весь заряд располагается на поверхности проводника. По поверхности шара он распределяется равномерно, а по поверхности конуса — неравномерно (см. рис. *а*, *б*). Поэтому самое сильное электрическое поле у *вершины* конуса, где на единицу площади приходится больший заряд.



а ***б***

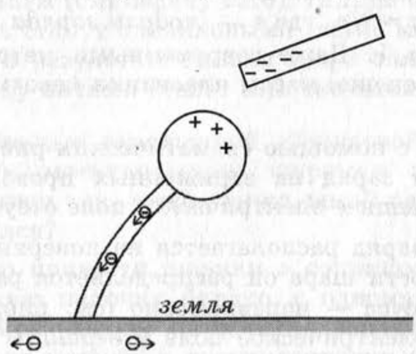
22.14. Как известно, одноименные заряды отталкиваются. А могут ли два одноименно заряженных тела *притягиваться* друг к другу?



Да, могут. ***Решение.*** Эффект перераспределения зарядов может привести к притяжению одноименно заряженных тел: «ближняя» сторона одного из них может изменить знак заряда (см. рисунок). Притяжение меньшего по модулю, но ближе расположенного заряда «пересилит» отталкивание большего по модулю, но более далекого заряда. Такое возможно, если тела находятся достаточно близко друг к другу и заряд одного из них во много раз превышает заряд другого.

22.15. Может ли тело при заземлении *приобрести* электрический заряд?

Да, если тело проводящее и находится во внешнем электрическом поле. ***Решение.*** Это поле вызывает разделение заряда (см. рисунок). На рисунке провод заземления намеренно утолщен и показано направление перемещения свободных электронов.



ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-72. Имеются два маленьких металлических шарика на изолирующих ручках. Один из шариков заряжен. Можно ли с их помощью сообщить электроскопу заряд, в несколько раз превышающий заряд шарика?

Да, можно. ***Решение***. Следует поднести незаряженный шарик B к заряженному шарику A (шарики не должны касаться друг друга), прикоснуться к шарику B рукой и после этого удалить шарики друг от друга. В результате разделения зарядов шарик B приобретет заряд. Если теперь коснуться шариком B внутренней поверхности металлической сферы электроскопа, то *весь* заряд шарика B перейдет на электроскоп. Эту процедуру можно повторять многократно, в результате чего электроскоп приобретет большой заряд, а заряд шарика A останется неизменным.

О-73. Иголка, висящая на нити, притягивается к заряженной эбонитовой палочке. Почему та же иголка, лежащая на воде, отталкивается от заряженной эбонитовой палочки?

Решение. Вода, притягиваясь к заряженной эбонитовой палочке, образует «горку», со склона которой и съезжает иголка.

О-74. На изолирующей подставке укреплен стержень, на котором находится заряженный шарик, накрытый опрокинутым вверх дном металлическим цилиндром так, что шарик находится в центре цилиндра. Можно ли определить знак заряда шарика, не снимая цилиндра и не касаясь его?

Можно. ***Решение***. На внутренней поверхности цилиндра накапливается заряд, противоположный по знаку заряда шарика, поэтому внешняя поверхность цилиндра будет иметь такой же заряд, как и шарик. Для определения знака заряда шарика достаточно наэлектризовать зарядом известного знака, например легкий пробковый шарик, подвешенный на шелковой нити. Приближая его к цилиндру и наблюдая взаимодействие между ними, легко определить знак заряда шарика, находящегося внутри цилиндра.

О-75. В каком случае небольшой и легкий листочек незаряженной фольги начнет двигаться (скользить) к заряженной палочке с большого расстояния: если он лежит на сухом стекле или находится на железном листе? Ответ обоснуйте. (Трение при движении листочка по стеклу и железу примите одинаковым, а железный лист заземленным).

В случае, когда фольга лежит на заземленном железном листе. ***Решение***. Электрическое поле заряженной палочки вызывает перераспределение зарядов, находящихся в металлической фольге: на ближнем к палочке конце в фольге создается избыток зарядов, противоположных по знаку заряду палочки, на дальнем — избыток зарядов того же знака.

Если же фольга лежит на заземленном железном листе, то отталкивающиеся от палочки одноименные заряды уходят в землю. В этом случае притяжению разноименных зарядов палочки и фольги будет противодействовать только сила трения покоя (при очень легком листочке фольги она незначительна).

Если же фольга лежит на стекле, то разрядка удаленного от палочки конца фольги не произойдет и притяжению ее к палочке, кроме силы трения, будут противодействовать еще и отталкивание одноименных зарядов.

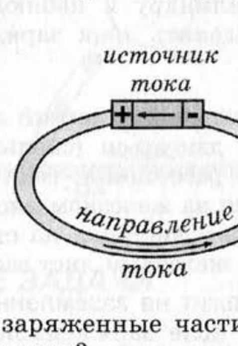
23. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК. СИЛА ТОКА, НАПРЯЖЕНИЕ, СОПРОТИВЛЕНИЕ

23.1. Каково назначение источника тока в электрической цепи? Можно ли сказать, что он создает заряды на полюсах?

Решение. Источник тока не создает электрические заряды. Внутри источника на заряженные частицы действуют силы, которые *разделяют* разноименные заряды, преодолевая их электрическое притяжение: на одном полюсе возникает избыток положительных зарядов, а на другом — избыток отрицательных. Эти заряды создают электрическое поле, которое и вызывает упорядоченное движение заряженных частиц в цепи.

23.2. Во всей ли цепи электрический ток течет от положительного к отрицательному полюсу источника тока?

Нет. ***Указание.*** Внутри источника ток течет от отрицательного полюса к положительному полюсу (см. рисунок и предыдущую задачу).



23.3. Движутся ли заряженные частицы в проводнике, когда по нему не идет ток?

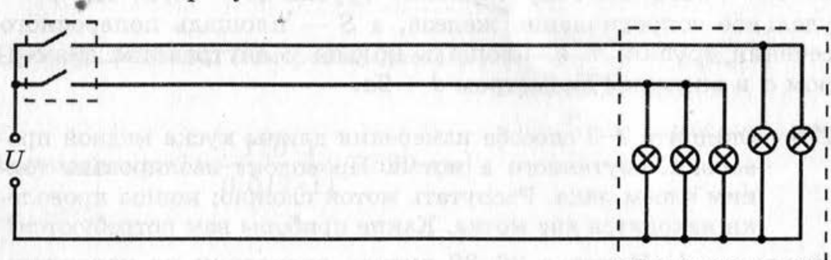
Решение. В отсутствие электрического тока заряженные частицы (электроны, ионы) движутся, но беспорядочно. При таком движении не происходит переноса заряда из одной области проводника в другую. Ток возникает, когда движение свободных заряженных частиц становится упорядоченным. Это происходит, например, под действием электрического поля.

23.4. Две разнородные металлические пластинки, опущенные в водный раствор соли, щелочи или кислоты, всегда образуют гальванический элемент. Можно ли получить гальванический элемент из двух одинаковых металлических пластинок, но погруженных в различные растворы?

Можно. ***Решение.*** На дно сосуда из изоляционного материала нужно поместить металлическую пластинку с припаянным к ней изолированным проводником. Сосуд частично заполнить крепким водным раствором какой-либо соли или кислоты. Поверх этого раствора налить раствор щелочи, в который погрузить вторую пластинку, предварительно припаяв к ней такой же проводник, как и к нижней пластинке.

23.5. Одна из клавишей выключателя позволяет включать и выключать три лампы в люстре, а другая клавиша — еще две лампы. Нарисуйте схему цепи, если известно, что перегорание одной из ламп не приводит к отключению остальных; к люстре подведены три провода.

Решение. См. рисунок.



23.6. Как следует включить в цепь амперметр, чтобы измерить силу тока через лампочку — последовательно с лампочкой или параллельно? Нарисуйте соответствующую схему. Каким должно быть сопротивление амперметра по сравнению с сопротивлением лампочки?

Решение. Амперметр должен показывать силу тока, текущего через *лампочку*. Поэтому амперметр нужно подключить *последовательно* к лампочке: тогда через амперметр и лампочку будет идти один и тот же ток. Чтобы напряжение на лампочке не изменилось заметно из-за подключения амперметра, напряжение на самом амперметре должно быть малым. Это условие выполняется, если сопротивление амперметра мало по сравнению с сопротивлением лампочки. Заметим, что из-за малого сопротивления амперметра его опасно включать в цепь без нагрузки (лампы, резистора и т. д.) — через него пойдет слишком большой ток, который может вывести из строя прибор.

23.7. Как следует включить в цепь вольтметр, чтобы измерить напряжение на лампочке — последовательно с лампочкой или параллельно? Нарисуйте соответствующую схему. Каким должно быть сопротивление вольтметра по сравнению с сопротивлением лампочки?

Решение. Вольтметр должен показывать напряжение на *лампочке*. Поэтому его следует подключить к лампочке *параллельно*: тогда на лампочке и вольтметре будет одно и то же напряжение. Чтобы сила тока через лампочку не изменилась заметно из-за подключения вольтметра, через вольтметр должен идти малый ток. Для этого сопротивление вольтметра должно быть намного больше сопротивления лампочки.

23.8. Каково сопротивление железной трубки длиной $l = 3$ м, если внутренний диаметр трубки $d = 3$ см, а толщина ее стенок $a = 1$ мм?

3 мОм. ***Указание.*** Сопротивление трубки $R = \rho l/S$, где ρ — удельное сопротивление железа, а S — площадь поперечного сечения трубки, т. е. площадь кольца с внутренним диаметром d и внешним диаметром $d + 2a$.

23.9. Опишите 2–3 способа измерения длины куска медной проволоки, спутанного в моток. Проволока изолирована тонким слоем лака. Распутать моток сложно; концы проволоки находятся вне мотка. Какие приборы вам потребуются?

Указание. 1. Намотав 20–30 витков проволоки на карандаш, можно измерить диаметр d проволоки. Подключившись к концам проволоки, можно измерить ее сопротивление R.

2. С помощью весов можно определить массу m проволоки. Зная любые две из трех величин d, R, m, можно вычислить длину куска проволоки.

23.10. Сопротивление медной проволоки $R = 1$ Ом, ее масса $m = 1$ кг. Какова длина l проволоки? Площадь S ее поперечного сечения?

$l = 81{,}3$ м, $S = 1{,}38$ мм^2. ***Решение.*** Воспользуемся формулами $R = \rho l/S$ и $m = dV = dlS$. Здесь ρ — удельное сопротивление меди, d — ее плотность. Эти формулы образуют систему из двух уравнений с двумя неизвестными. Перемножив почленно оба уравнения, найдем $l = \sqrt{\dfrac{Rm}{\rho d}}$; разделив второе уравнение почленно на первое, найдем $S = \sqrt{\dfrac{m\rho}{Rd}}$.

23.11. Через лампу накаливания проходит ток силой 0,8 А. Сколько свободных электронов проходит через поперечное сечение волоска лампы в 1 с?

$5 \cdot 10^{18}$. ***Решение.*** $n = \dfrac{q}{q_e} = \dfrac{It}{q_e} = \dfrac{0{,}8 \cdot 1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{18}$.

23.12. Допустимый ток для изолированного медного провода площадью поперечного сечения 1 мм^2 при продолжительной работе равен 11 А. Сколько метров такой проволоки можно включить в сеть с напряжением 110 В?

590 м. ***Решение.*** Из закона Ома $R = \dfrac{U}{I}$, с другой стороны $R = \rho\dfrac{l}{S}$. Следовательно, $\dfrac{U}{I} = \rho\dfrac{l}{S}$, откуда $l = \dfrac{US}{\rho I}$.

Проверка единиц измерения дает: $[l] = \dfrac{\text{В} \cdot \text{мм}^2}{\dfrac{\text{Ом} \cdot \text{мм}^2}{\text{м}} \cdot \text{А}} = \text{м}$.

Вычисления: $l = \dfrac{110 \cdot 1}{0{,}017 \cdot 11} \approx 590$ (м).

24. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

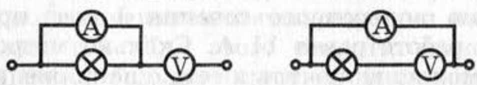
24.1. Участок цепи состоит из двух последовательно соединенных резисторов, сопротивления которых $R_1 = 50$ Ом и $R_2 = 70$ Ом. Напряжение на участке цепи $U = 60$ В. Найдите силу тока в цепи I и напряжения U_1 и U_2 на каждом из резисторов.

0,5 А, 25 В, 35 В. ***Решение.*** Полное сопротивление участка цепи $R = R_1 + R_2$; $R = 120$ Ом. Сила тока в цепи $I = U/R$. Сила тока через каждый из резисторов такая же. Напряжение на первом резисторе $U_1 = IR_1$, на втором $U_2 = IR_2$ (можно найти U_2 и из формулы $U = U_1 + U_2$).

24.2. Три резистора с сопротивлениями 10, 15 и 30 Ом соединены параллельно. Каково сопротивление цепи? Какова сила тока в каждом из резисторов и общая сила тока в цепи, если к цепи приложено напряжение 36 В?

5 Ом, 3,6 А, 2,4 А, 1,2 А, 7,2 А. ***Указание.*** Общая сила тока в цепи $I = I_1 + I_2 + I_3$, а сопротивление цепи $R = U/I$. Сопротивление цепи можно найти и другим способом, воспользовавшись формулой $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

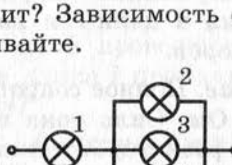
24.3. В ходе лабораторной работы ученик собрал цепь неправильно, поменяв местами амперметр и вольтметр. Будет ли в собранной цепи гореть лампочка? Что покажут приборы? Какой прибор может выйти из строя?



а *б*

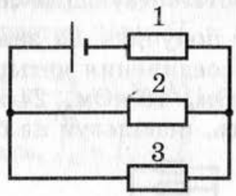
Решение. В результате ошибки может получиться одна из двух цепей, схемы которых показаны на рис. *а*, *б*. В случае *а* напряжение на вольтметре практически совпадает с полным напряжением на участке цепи, а напряжение на лампочке практически равно нулю. Поэтому вольтметр показывает напряжение в цепи, но ток в цепи настолько мал, что лампочка не горит и показание амперметра практически равно нулю. В случае *б* практически весь ток идет через амперметр (при параллельном соединении сила тока в ветви цепи обратно пропорциональна сопротивлению этой ветви). Лампочка не горит; вольтметр показывает напряжение, равное нулю. Если амперметр выйдет из строя и на его месте в цепи возникнет разрыв, то вольтметр будет показывать напряжение в цепи, но лампочка так и не загорится.

24.4. Четыре одинаковые лампы соединены, как показано на рисунке, и подключены к источнику постоянного напряжения. Как изменится накал каждой из ламп, если лампа 4 перегорит? Зависимость сопротивления ламп от накала не учитывайте.



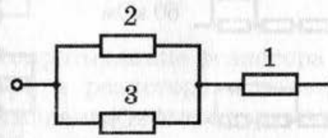
Решение. Перегорание лампы 4 приведет к увеличению сопротивления цепи. Следовательно, полная сила тока в цепи уменьшится. Поэтому уменьшатся накал лампы 1 и напряжение на ней. Поскольку *общее* напряжение в цепи не изменяется, увеличится напряжение на участке с параллельным соединением ламп. Значит, накал ламп 2 и 3 увеличится.

24.5. Найдите силу тока в каждом из резисторов (см. рисунок), если сопротивление каждого из этих резисторов 60 Ом, а напряжение источника тока $U = 18$ В.



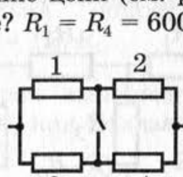
$I_1 = 0{,}2$ А, $I_2 = I_3 = 0{,}1$ А.

Решение. Прежде всего, определим, каковы типы соединений резисторов в данной цепи. Для этого перерисуем исходную схему (нарисуем *эквивалентную схему*). Мысленно

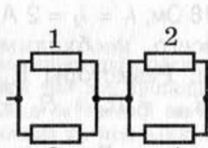


заменим провода упругими «нитями» и растянем цепь, «взявшись» за полюса источника тока (см. рисунок); преобразуя цепь, нельзя *разрывать* провода, по которым идет ток, и *соединять* их в новых узлах. Теперь нетрудно найти сопротивление цепи: $R = R_1 + R_{23} = 90$ (Ом). Следовательно, $I_1 = I = U/R$, $I_2 = I_3 = I/2$.

24.6. Каково сопротивление цепи (см. рисунок) при разомкнутом и замкнутом ключе? $R_1 = R_4 = 600$ Ом, $R_2 = R_3 = 1{,}8$ кОм.

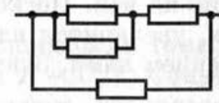


1,2 кОм, 0,9 кОм. *Указание.* На рисунке приведена эквивалентная схема цепи при замкнутом ключе.



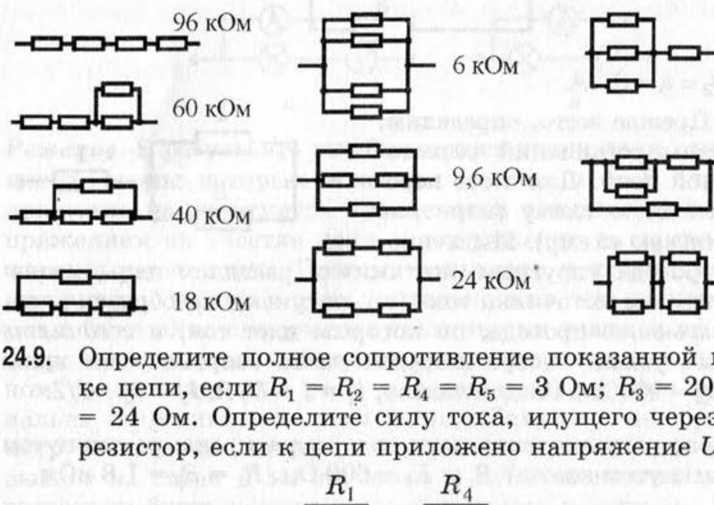
24.7. Из одинаковых резисторов по 10 Ом требуется составить цепь сопротивлением 6 Ом. Какое *наименьшее* количество резисторов для этого потребуется? Начертите схему цепи.

Указание. Четыре резистора (см. рисунок).

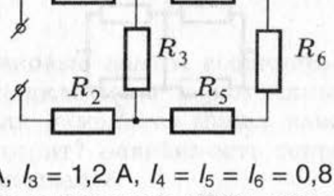


24.8. Какие сопротивления можно получить, используя не более четырех резисторов с сопротивлением 24 кОм? Начертите схемы соответствующих соединений.

Решение. Всего можно получить 15 значений сопротивления. На рисунке показаны соединения четырех резисторов. Сопротивления 8 кОм, 12 кОм, 16 кОм, 24 кОм, 36 кОм, 48 кОм, 72 кОм можно получить, используя не более трех резисторов.



24.9. Определите полное сопротивление показанной на рисунке цепи, если $R_1 = R_2 = R_4 = R_5 = 3$ Ом; $R_3 = 20$ Ом; $R_6 = 24$ Ом. Определите силу тока, идущего через каждый резистор, если к цепи приложено напряжение $U = 36$ В.



$R = 18$ Ом; $I_1 = I_2 = 2$ А, $I_3 = 1{,}2$ А, $I_4 = I_5 = I_6 = 0{,}8$ А. ***Решение.*** Прежде всего, необходимо определить типы соединений резисторов в цепи. Резисторы R_4, R_5, R_6 соединены последовательно, поэтому $R_{456} = R_4 + R_5 + R_6 = 30$ Ом. Резистор R_3 подключен параллельно к R_{456}, поэтому $R_{3456} = \dfrac{R_3 \cdot R_{456}}{R_3 + R_{456}} = 12$ (Ом). Резисторы

R_1 и R_2 подключены к R_{3456} последовательно, поэтому полное сопротивление цепи $R = R_1 + R_2 + R_{3456} = 18$ Ом.

Полная сила тока в цепи согласно закону Ома $I = \dfrac{U}{R} = 2$ А.

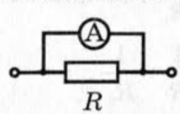
Поскольку резисторы R_1 и R_2 стоят в неразветвленной части цепи, через них идет весь ток: $I_1 = I_2 = 2$ А. На участке же R_3 — R_{456} ток разветвляется (сила тока в каждой из параллельных ветвей обратно пропорциональна сопротивлению этой ветви). Для нахождения токов в различных ветвях можно составить соответствующую пропорцию. Можно поступить и иначе: найти напряжение на параллельном участке цепи $U_3 = I \cdot R_{3456} = 24$ (В). Тогда, согласно закону Ома, $I_3 = \dfrac{U_3}{R_3} = 1{,}2$ (А); $I_4 = I_5 = I_6 = \dfrac{U_3}{R_{456}} = 0{,}8$ (А). Как и следовало ожидать, $I_4 + I_3 = I$.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-76. Как можно найти неизвестное сопротивление резистора с помощью батарейки, амперметра и резистора с известным сопротивлением R? Сопротивление амперметра считайте очень малым.

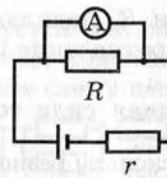
Решение. Можно соединить оба резистора параллельно и подключить к батарейке. Включая амперметр поочередно в каждую из двух параллельных ветвей, измеряем силу тока I через резистор с известным сопротивлением R и силу тока I_1 через резистор с неизвестным сопротивлением R_1. Поскольку напряжение на обеих ветвях цепи одинаково, сила тока в ветви обратно пропорциональна сопротивлению этой ветви: $I/I_1 = R_1/R$. Отсюда*) $R_1 = IR/R_1$.

О-77. Выйдет ли из строя амперметр, если его по ошибке включат в цепь так, как показано на рисунке?



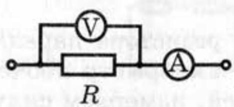
---

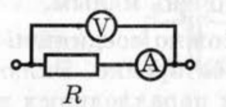
*) Часто предлагают поочередно подключать каждый из резисторов последовательно с амперметром к батарейке и далее пользоваться той же пропорцией. Такой способ может оказаться очень неточным: реальная батарейка не является идеальным источником напряжения, т. е. напряжение на ней зависит от сопротивления подключенного резистора («нагрузки»). Это особенно заметно, когда сопротивление одного из резисторов не превышает нескольких ом.



Решение. Поскольку сопротивление амперметра намного меньше сопротивления резистора, практически весь ток пойдет через амперметр. Будет ли при этом поврежден амперметр, зависит от того, какова *не показанная* на рисунке часть цепи. Рассмотрим случай, когда в цепи имеется еще один резистор сопротивлением r и источник постоянного напряжения (см. рисунок). Если, например, сопротивление r намного больше, чем R, то ошибочное включение амперметра практически не изменит общего сопротивления цепи и силы тока в ней. Поэтому показание амперметра будет почти таким же, как при правильном включении. Если же сопротивление r намного меньше, чем R, то общее сопротивление цепи резко уменьшится, сила тока через амперметр станет очень большой, что может привести к выходу амперметра из строя.

О-78. Вам необходимо измерить *как можно точнее* сопротивление R резистора с помощью амперметра сопротивлением несколько омов и вольтметра сопротивлением несколько килоомов. Какую из двух схем (см. рис. *а*, *б*) вы выберете, если вам известно, что значение R составляет: 1) несколько омов; 2) несколько десятков омов; 3) несколько килоомов?





Решение. Сопротивление вычисляется по формуле $R = U/I$, где U и I — показания соответственно вольтметра и амперметра. Обозначим сопротивления вольтметра и амперметра R_V и R_A. Полученное значение R не может быть точным по следующим причинам: а) в схеме *а* амперметр измеряет не силу тока через резистор, а *суммарную* силу тока через резистор и вольтметр, т. е. $I = \dfrac{U}{R} + \dfrac{U}{R_V}$, откуда

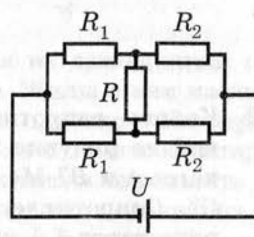
$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_V}. \qquad (1)$$

б) В схеме *б* вольтметр измеряет не напряжение на резисторе, а *суммарное* напряжение на резисторе и амперметре, т. е. $U = IR + IR_A$, откуда

$$\frac{U}{I} = R + R_A. \qquad (2)$$

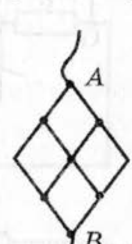
Если бы выполнялось условие $R_A \ll R \ll R_V$, то вторыми слагаемыми в правых частях формул (1) и (2) можно было бы пренебречь, и обе эти формулы приняли бы вид $R = U/I$. В этом случае для измерения сопротивления годились бы *обе* схемы. Однако в случае 1 нельзя пренебречь вторым слагаемым в формуле (2), а в случае 3 — вторым слагаемым в формуле (1). Следовательно, в случае 1 (для измерения малых сопротивлений) следует использовать схему *а*; в случае же 3 (для измерения больших сопротивлений) — схему *б*. В случае 2 *ни одна* из схем не позволяет получить достаточно точный результат. Можно, однако, провести измерения по *обеим* схемам, а затем учесть, что измерение по схеме *а* дает заниженный результат, а по схеме *б* — завышенный.

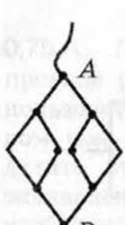
О-79. Найдите силу тока через каждый из резисторов (см. рисунок).



Решение. Верхняя и нижняя ветви цепи одинаковы, цепь имеет горизонтальную ось симметрии. Поэтому направления *сверху вниз* и *снизу вверх* по «перемычке» между ветвями (резистору сопротивлением R) совершенно равноправны. Следовательно, ток по «перемычке» *не потечет* и ее можно *изъять*, разорвав цепь в этом месте, но не изменив сопротивление цепи и токи через остальные резисторы. Итак, сила тока в резисторе R равна нулю, а сила тока в любом из четырех остальных резисторов равна $U/(R_1 + R_2)$. Рассмотренную схему часто называют мостовой.

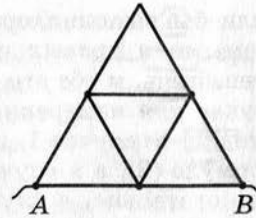
О-80. Каково сопротивление цепи (см. рисунок) между точками A и B, если сопротивление каждого звена равно 2 Ом?



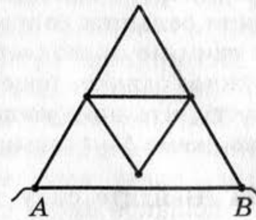


3 Ом. ***Указание.*** На рисунке показана эквивалентная схема цепи.

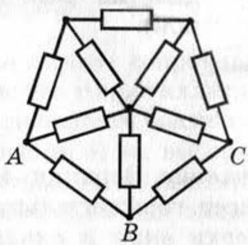
О-81. Каково сопротивление цепи (см. рисунок) между точками A и B, если сопротивление каждого звена равно 90 Ом?



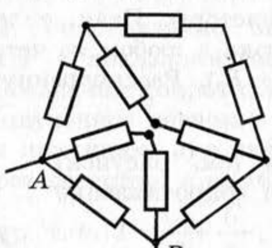
100 Ом. ***Указание.*** См. эквивалентную схему на рисунке.



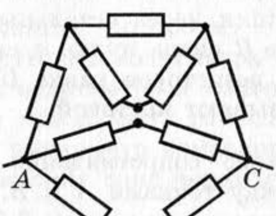
О-82. Каково сопротивление показанной на рисунке цепи между точками A и B? Между точками A и C? Сопротивление каждого из резисторов 1,1 кОм.



0,6 кОм; 0,8 кОм. ***Указание.*** См. рис. *а* и *б*, на которых показаны соответствующие эквивалентные схемы.

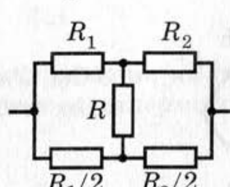


а

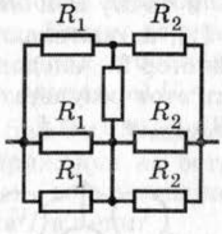


б

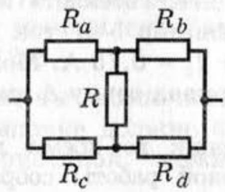
О-83. Найдите сопротивление показанной на рисунке цепи.



$(R_1 + R_2)/3$. ***Указание.*** На рис. *а* показана эквивалентная схема цепи. Можно доказать, что в мостовой схеме (см. рис. *б*) ток не идет через перемычку (т. е. перемычку можно изъять) при условии $R_a/R_b = R_c/R_d$. В этом случае говорят, что мост сбалансирован.



а

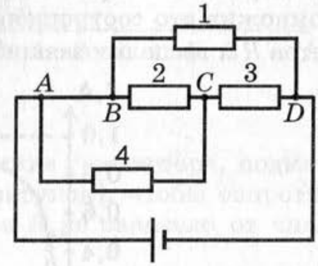


б

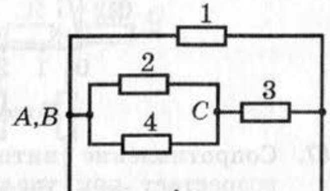
О-84. С первого этажа строящегося здания на двенадцатый проложен кабель, состоящий из 32 жил. Жилы в нем изолированы одна от другой, цвет изоляции одинаков. На первом этаже концы жил пронумерованы. Как с помощью батарейки, лампочки и небольшого куска провода определить номера концов жил на двенадцатом этаже, поднявшись на этот этаж не более 6 раз (лифт еще не смонтирован)?

Указание. Соединив между собой на первом этаже концы всех жил, кроме первой, и подключая на двенадцатом этаже батарейку с лампочкой к концам различных жил, легко найти конец первой жилы. Затем, соединяя внизу концы «известных» жил попарно с концами «неизвестных», можно с каждым подъемом на двенадцатый этаж удваивать количество «известных» жил.

О-85. В показанной на рисунке цепи напряжение источника $U = 25$ В. Какова сила тока в проводнике AB, если $R_1 = 100$ Ом, $R_2 = R_4 = 40$ Ом, $R_3 = 5$ Ом? Сопротивлением проводов можно пренебречь.

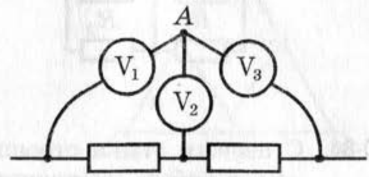


0,75 А. ***Решение.*** Напряжение на проводе равно нулю, поэтому воспользоваться *непосредственно* законом Ома не удастся (пришлось бы делить нуль на нуль). Используем эквивалентную схему (см. рисунок), чтобы найти сначала сопротивления участков цепи ($R_{24} = R_2/2 = 20$ Ом,

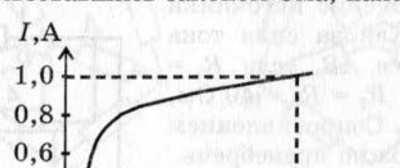


$R_{234} = R_{24} + R_3 = 25$ Ом) и силу тока через каждый из резисторов ($I_1 = U/R_1 = 0,25$ А, $I_3 = U/R_{234} = 1$ А, $I_2 = I_4 = I_3/2 = 0,5$ А). Полная сила тока в цепи (сила тока через источник) $I = I_1 + I_3 = 1,25$ А. Теперь можно вернуться к *исходной* схеме и рассмотреть токи, «втекающие» в точку B и «вытекающие» из нее: «втекает» искомый ток I_{AB}, а «вытекают» ток I_1 через резистор 1 и ток I_2 через резистор 2. Следовательно, $I_{AB} = I_1 + I_2 = 0,75$ А. Можно получить этот результат и иначе (рассматривая точку A вместо точки B): $I_{AB} = I - I_4$.

О-86. Ученик во время лабораторной работы собрал показанную на рисунке цепь, в которой все три вольтметра одинаковы (зачем он это сделал, он объяснить не смог). Показания двух вольтметров $U_1 = 2,5$ В и $U_2 = 2$ В. Каким может быть показание U_3 третьего вольтметра?



$U_3 = 4,5$ В или $U_3 = 0,5$ В. ***Решение.*** Следует учесть, что показание школьного вольтметра прямо пропорционально силе тока, протекающего через вольтметр. Заметим, что все три провода, сходящиеся в точке A, подключены к вольтметрам. Поэтому ток через третий вольтметр связан с токами через первый и второй вольтметры: $I_3 = I_1 \pm I_2$ (знак «+» в этом соотношении следует поставить, например, если ток *втекает* в точку A через первый и второй вольтметры, а *вытекает* через третий). Домножив это соотношение почленно на сопротивление вольтметра R и воспользовавшись законом Ома, находим $U_3 = U_1 \pm U_2$.



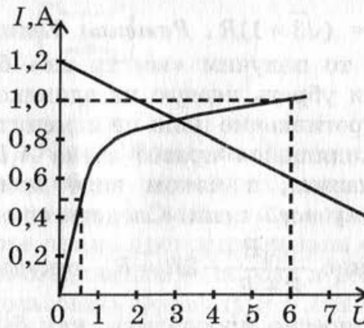
К задачам О-86, О-87

О-87. Сопротивление нити накала электрической лампочки возрастает при увеличении температуры нити. На рисунке показана зависимость силы тока через лампочку от приложенного напряжения (эту зависимость называют вольт-амперной характеристикой). Две одинаковые лампочки были соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения U. Одна из лампочек перегорела, вместо нее в цепь включили резистор. Каким должно быть сопротивление резистора, чтобы накал второй лампочки не изменился? Рассмотрите два случая: а) $U = 1$ В; б) $U = 12$ В.

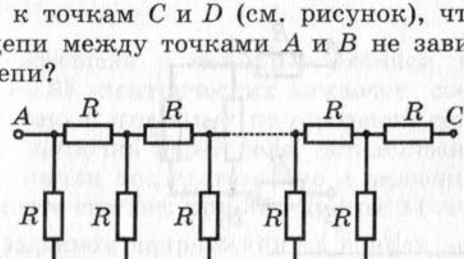
а) 1 Ом; б) 6 Ом. ***Указание.*** После замены лампочки на резистор напряжение на оставшейся лампочке должно быть $U/2$. Пользуясь вольт-амперной характеристикой, можно найти силу тока I в цепи.

О-88. Электрическая лампочка накаливания, вольт-амперная характеристика которой приведена на рисунке, соединена последовательно с резистором сопротивлением $R = 10$ Ом и подключена к источнику постоянного напряжения $U_0 = 12$ В. Какова сила тока I в цепи?

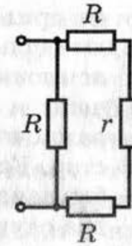
$I = 0{,}9$ А. ***Решение.*** Напряжение на резисторе равно IR. Следовательно, напряжение на лампочке $U = U_0 - IR$, откуда $I = (U_0 - U)/R$. Таким образом, точка с координатами (U, I) лежит на прямой $I = 1{,}2 - 0{,}1U$. Поскольку эта точка принадлежит также вольт-амперной характеристике лампочки, это точка пересечения вольт-амперной характеристики лампочки и указанной прямой (см. рисунок).



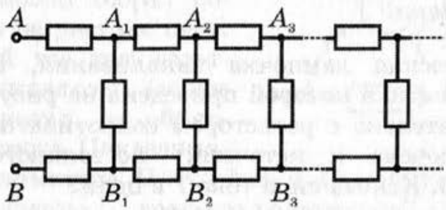
О-89. Каким должно быть сопротивление r резистора, подключенного к точкам C и D (см. рисунок), чтобы сопротивление цепи между точками A и B не зависело от числа ячеек цепи?



$r = (\sqrt{3} - 1)R$. ***Указание***. Предположим, к цепи добавили еще одну ячейку. Для того, чтобы сопротивление цепи не изменилось, необходимо и достаточно, чтобы сопротивление последней ячейки цепи вместе с резистором r (см. рисунок) также равнялось r.

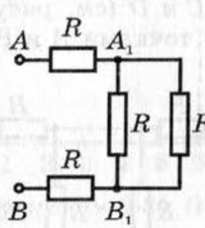


О-90. Определите сопротивление R_0 показанной на рисунке бесконечной[*)] электрической цепи между точками A и B. Сопротивление каждого из резисторов равно R.



$R_0 = (\sqrt{3} + 1)R$. ***Решение***. Если от бесконечности отнять единицу, то получим «все ту же» бесконечность. Другими словами, если убрать *первую* из одинаковых ячеек бесконечной цепи, то сопротивление цепи не изменится. Значит, сопротивление цепи, находящейся правее звена A_1B_1, также равно R_0. На рисунке показано, в каком виде можно представить эквивалентную схему *всей* цепи. Следовательно, должно выполняться соотношение $\dfrac{R_0R}{R + R_0} + 2R = R_0$, откуда находим $R_0 = (\sqrt{3} + 1)R \approx 2{,}732R$.

Интересно проследить, как быстро приближается сопротивление конечной цепочки к найденному нами значению при увеличении числа звеньев: одно звено имеет сопротивление $3R$, сопротивление цепочки из двух звеньев $2{,}75R$, из трех звеньев — уже $2{,}733R$.



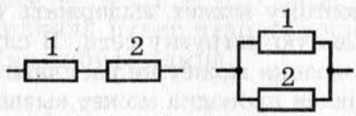
*) Бесконечных цепей, конечно, не существует, но существуют и применяются цепи с большим количеством звеньев; при расчете такие цепи удобно считать бесконечными.

25. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА. ЗАКОН ДЖОУЛЯ – ЛЕНЦА

25.1. Две электрические лампы, мощности которых 60 Вт и 100 Вт, рассчитаны на одно и то же напряжение. Сравните длины нитей накала обеих ламп, если их диаметры одинаковы.

Решение. Мощность равна $\frac{U^2}{R}$. Поэтому у лампы 100 Вт сопротивление нити накала меньше. Следовательно, ее нить короче, чем у лампы в 60 Вт.

25.2. В каком из двух резисторов мощность тока больше при последовательном (см. рис. *а*) и параллельном (см. рис. *б*) соединении? Во сколько раз больше, если сопротивления резисторов $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 100$ Ом?



а *б*

а) Во втором, в 10 раз; б) В первом, в 10 раз. ***Решение.*** При последовательном соединении *сила тока* в обоих резисторах одинакова. Из формулы $P = I^2R$ следует, что при *последовательном* соединении мощность тока в резисторе *прямо* пропорциональна его сопротивлению. При параллельном соединении сила тока в резисторах не одинакова, поэтому использовать формулу $P = I^2R$ нецелесообразно. В этом случае на всех резисторах одно и то же *напряжение*, поэтому целесообразно воспользоваться формулой $P = U^2/R$. Из нее следует, что при *параллельном* соединении мощность тока в резисторе *обратно* пропорциональна его сопротивлению.

25.3. Комната освещена с помощью елочной гирлянды, состоящей из 35 электрических лампочек, соединенных последовательно и питаемых от городской сети. После того как одна лампочка перегорела, оставшиеся 34 лампочки снова соединили последовательно и включили в сеть. Когда в комнате светлее: при 35 или при 34 лампочках?

Решение. При заданном напряжении на концах цепи потребляемая в ней мощность тем больше, чем меньше сопротивлении цепи. Следовательно, на 34 лампах, общее сопротивление которых меньше, чем у 35, будет потребляться большая мощность, и температура их нитей будет выше. Поэтому при 34 лампах в комнате будет светлее, чем при 35. Конечно, намного уменьшать число ламп нельзя, так как они перегорят.

25.4. Имеются пять электрических ламп, каждая из которых рассчитана на напряжение 110 В. Мощность трех ламп 40 Вт, а мощность двух ламп — 60 Вт. Как следует включить их в сеть с напряжением 220 В, чтобы все они работали в нормальном режиме?

Решение. Лампы одинаковой мощности нужно включить параллельно и затем получившиеся цепи соединить последовательно.

25.5. Можно ли на место перегоревшего предохранителя вставить толстую проволоку иди пучок медных проволок («жучок»)? Почему?

Недопустимо. ***Решение.*** Медная проволока имеет малое удельное сопротивление и поэтому может выдержать большой ток, превосходящий нормальную нагрузку сети. В случае короткого замыкания такая проволока может не расплавиться, цепь не разорвется, а накалившаяся проводка может вызвать пожар.

25.6. На двух лампочках написано «220 В, 60 Вт» и «220 В, 40 Вт». В какой из них будет меньше мощность тока, если обе лампы включить в сеть *последовательно*?

Решение. В соответствии с формулой $P = U^2/R$ *меньшее* сопротивление имеет лампочка, рассчитанная на *большую* мощность, т. е. на 60 Вт. Пользоваться формулой $P = U^2/R$ для сравнения мощностей при последовательном включении лампочек нецелесообразно: ведь напряжения на лампочках в этом случае *различны*. При последовательном соединении одинакова *сила тока* в обеих лампочках, поэтому лучше воспользоваться формулой $P = I^2R$, из которой следует: меньшая мощность тока при последовательном включении будет в той лампе, у которой сопротивление *меньше* (т. е. в рассчитанной на мощность 60 Вт).

25.7. Какова мощность тока в каждой из лампочек (см. предыдущую задачу) при последовательном включении, если напряжение в сети равно 220 В?

9,6 Вт, 14,4 Вт. ***Указание.*** Общая мощность обеих лампочек меньше, чем мощность, на которую рассчитана *любая* из них. Это связано с тем, что сопротивление последовательно соединенных лампочек больше сопротивления любой из них.

25.8. Елочная гирлянда, включенная в сеть с напряжением 220 В, состоит из одинаковых ламп, на которых написано «4 В, 2 Вт». Какова мощность тока в гирлянде при нормальном накале ламп? Если лампа перегорает, количество ламп в гирлянде уменьшают. Какой станет мощность тока в гирлянде после того, как перегорят пять ламп? Во сколько раз изменится мощность *каждой* лампы?

110 Вт; 121 Вт; увеличится в 1,21 раза. ***Решение.*** Лампы в гирлянде соединены последовательно, так что напряжение в сети представляет собой сумму напряжений на лампах. Следовательно, количество ламп равно 55, а потребляемая гирляндой мощность равна 110 Вт. После перегорания пяти ламп в гирлянде останется 50 ламп, т. е. сопротивление гирлянды уменьшится в 1,1 раза. Из формулы $P = U^2/R$ следует, что потребляемая мощность *увеличится* в 1,1 раза. Согласно формуле $P = I^2R$ потребляемая *каждой* лампой мощность увеличится еще заметнее — в $1{,}1^2 = 1{,}21$ раза. Вследствие этого «укороченная» гирлянда будет недолговечной — очень скоро перегорит еще какая-нибудь лампа.

25.9. Электровоз, работающий при напряжении $U = 3$ кВ и потребляющий силу тока $I = 1{,}6$ кА, развивает при скорости $v = 43$ км/ч силу тяги $F = 340$ кН. Каков КПД двигателей электровоза?

85%. ***Решение.*** За время t электрический ток в двигателях электровоза совершает работу $A_з = UIt$; за то же время совершается полезная работа $A_п = Fs = Fvt$. Согласно определению КПД получаем $\eta = \frac{A_п}{A_з} \cdot 100\% = \frac{Fvt}{UIt} \cdot 100\% = \frac{Fv}{UI} \cdot 100\%$.

Проверка единиц измерения: $[\eta] = \frac{Н \cdot \frac{м}{с}}{В \cdot А} = \frac{Вт}{Вт} = 1$.

Вычисления: $\eta = \frac{340 \cdot 10^3 \cdot \frac{43}{3{,}6}}{3 \cdot 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^3} \cdot 100\% \approx 85\%$.

25.10. На одной лампе написано «220 В, 40 Вт», а на другой (лампе для карманного фонарика) — «4 В, 1 Вт». Что произойдет, если эти лампы соединить последовательно и включить в сеть с напряжением 220 В? Что изменится, если 40-ваттную лампу заменить на 100-ваттную?

Решение. Сопротивление лампы для карманного фонарика (16 Ом) намного меньше, чем сопротивление 40-ваттной лампы (1,21 кОм). Поэтому при включении этих ламп последовательно сила тока в цепи как раз такая, на какую рассчитана 40-ваттная лампа (0,18 А). Лампа для карманного фонарика рассчитана на силу тока 0,25 А. Поэтому обе лампы будут гореть (лампа для карманного фонарика — неполным накалом). После замены 40-ваттной лампы на 100-ваттную сила тока в цепи возрастет до 0,44 А и лампа для карманного фонарика перегорит.

25.11. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них вода закипает через $t_1 = 12$ мин, при включении другой — через $t_2 = 24$ мин. Через какое время закипит вода в чайнике, если включить обе обмотки параллельно? Последовательно? Теплообмен с воздухом не учитывайте.

Через 8 минут; через 36 минут. ***Решение.*** Обозначим сопротивления обмоток R_1 и R_2, напряжение в сети U. Количество теплоты, необходимое для доведения воды до кипения, равно:

$$Q = \frac{U^2}{R_1}t_1 = \frac{U^2}{R_2}t_2 = \frac{U^2}{R_1 + R_2}t_{\text{посл}} = \left(\frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2}\right)t_{\text{пар}}.$$

Отсюда $\frac{R_1}{R_2} = \frac{t_1}{t_2}$. Время закипания воды при последовательном включении $t_{\text{посл}} = t_1 + t_2 = 36$ мин, при параллельном включении обмоток $t_{\text{пар}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 8$ мин.

Примечание. При решении подобных задач обычно предполагается, что необходимое количество теплоты во всех случаях одинаково. На самом деле теплопередача от чайника к окружающему воздуху достаточно велика. Потери теплоты тем больше, чем медленнее происходит нагревание. Поэтому они максимальны при последовательном включении обмоток и минимальны — при параллельном. Значит, $t_{\text{посл}} > 36$ мин и $t_{\text{пар}} < 8$ мин.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-91. К источнику постоянного напряжения последовательно подключены резистор с сопротивлением R и реостат. При каком сопротивлении r реостата будет максимальной мощность тока в резисторе? В реостате? Считайте, что полное сопротивление обмотки реостата намного больше R.

При $r = 0$; при $r = R$. ***Решение.*** Очевидно, максимальная мощность в *резисторе* выделяется при максимальной силе тока в цепи, т. е. при нулевом сопротивлении реостата. Выразим мощность P, выделяющуюся в *реостате*, через r: $P = I^2r = U^2r/(R + r)^2$. Здесь U — напряжение в цепи. Чтобы выяснить, при каком значении r достигается максимально возможное значение мощности, воспользуемся известным неравенством между средним геометрическим и средним арифметическим:

$$\frac{R+r}{2} \geq \sqrt{Rr} \Rightarrow (R+r)^2 \geq 4Rr \Rightarrow \frac{r}{(R+r)^2} \leq \frac{1}{4R}.$$

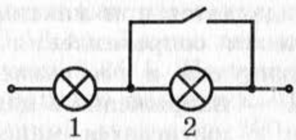
Равенство здесь достигается лишь при $R = r$. Следовательно, $\frac{r}{(r+R)^2} \leq \frac{1}{4R}$. Таким образом, максимальное значение мощности в реостате, равное $U^2/(4R)$, достигается, когда сопротивление реостата равно сопротивлению резистора.

О-92. Гирлянда, включенная в сеть 220 В, состоит из одинаковых ламп, на которых написано «9 В, 5 Вт». Одна из ламп перегорела. В вашем распоряжении следующие три лампы: «9 В, 2 Вт», «4 В, 3 Вт», «12 В, 4 Вт». Какую из них вы используете для замены?

Лампу «4 В, 3 Вт». ***Решение.*** По указанным на лампе данным легко определить номинальное значение силы тока в лампе: $I = P/U$. Лампы в гирлянде рассчитаны на силу тока 0,56 А, а имеющиеся в запасе лампы соответственно на 0,22 А, 0,75 А, 0,33 А. Сопротивление каждой из ламп в гирлянде 16,2 Ом; в гирлянде 24-25 ламп, так что сопротивление гирлянды около 400 Ом. Поскольку сопротивления «запасных» ламп соответственно 40 Ом, 5,3 Ом и 36 Ом, общее сопротивление гирлянды мало изменится после замены одной из ламп. Следовательно, сила тока будет ненамного отличаться от 0,56 А. Такую силу тока может выдержать только одна из имеющихся в запасе ламп (правда, эта лампа будет гореть неполным накалом).

О-93. В вашем распоряжении ключ и две лампы. На лампе 1 написано «220 В, 150 Вт», на лампе 2 — «220 В, 25 Вт». Попробуйте составить такую цепь, чтобы при замыкании или размыкании ключа одна из ламп гасла, а другая зажигалась.

См. рисунок. ***Указание.*** При последовательном соединении ламп напряжение на лампе 1 будет недостаточным для того, чтобы она светила.



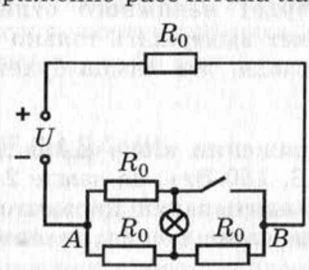
О-94. Свинцовая и медная проволоки одинаковых размеров соединены последовательно. Какая из них быстрее нагревается при пропускании электрического тока? Во сколько раз быстрее? Теплообмен с окружающей средой не учитывайте.

Свинцовая проволока нагревается в 28 раз быстрее. ***Указание.*** При последовательном соединении проволок скорость нагревания прямо пропорциональна величине $\rho/(cd)$, где ρ, c и d — соответственно удельное сопротивление металла, его удельная теплоемкость и плотность.

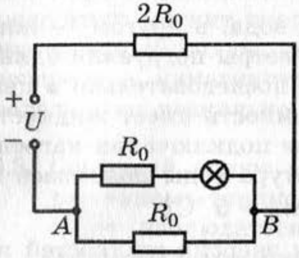
О-95. Алюминиевую и медную проволоки одинаковых размеров соединяют последовательно и подключают к источнику высокого напряжения. Какая проволока перегорит? Начальная температура 0 °С, теплообмен с окружающей средой не учитывайте.

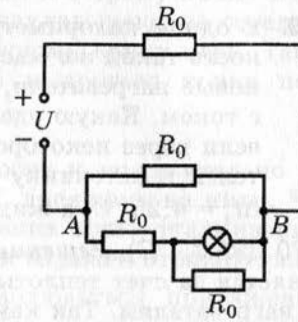
Алюминиевая проволока. ***Указание.*** Перегорание происходит практически сразу после нагревания до температуры плавления $t_{пл}$. Перегорит та проволока, у которой меньше значение $t_{пл}cd/\rho$, где ρ, c и d — соответственно удельное сопротивление, удельная теплоемкость и плотность металла.

О-96. В цепи (см. рисунок) лампочка горит нормальным накалом независимо от того, разомкнут или замкнут ключ. На какое напряжение рассчитана лампочка?



U/8. ***Указание.*** На рисунках показаны эквивалентные схемы цепи соответственно при разомкнутом и замкнутом ключе. Согласно условию в обеих цепях напряжение на лампочке одинаково. Отсюда можно вывести, что сопротивление лампочки равно R_0.

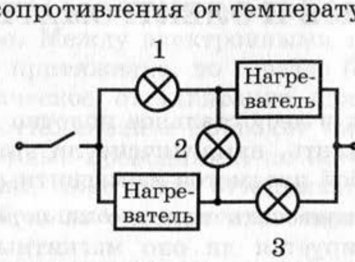




О-97. Почему электрические лампочки накаливания часто перегорают при *включении*?

Указание. Каждая спираль имеет «узкие места» (их сопротивление больше, чем у других участков). Сразу после включения сопротивление *холодной* спирали почти в 10 раз меньше, чем в рабочем состоянии. Вследствие этого сила тока значительно превышает силу тока в рабочем состоянии и «узкие места» нагреваются сильнее, чем в рабочем состоянии.

О-98. В схеме (см. рисунок) использованы лампы накаливания и нагреватели, на которых указано «110 В, 200 Вт». Будет ли гореть лампа 2 после замыкания ключа, если напряжение в сети 220 В? При решении следует учесть зависимость сопротивления от температуры.



Решение. В рабочем режиме сопротивления ламп и нагревателей одинаковы. Поэтому данная схема представляет собой сбалансированный мост; лампа 2 не будет гореть, а все остальные приборы будут работать в нормальном режиме. Однако *сразу* после включения сопротивления ламп и нагревателей неодинаковы (сопротивление нити накала лампы при комнатной температуре в несколько раз меньше, чем в рабочем режиме, а у нагревателя это различие не столь велико). Поэтому сразу после включения мост не сбалансирован и лампа 2 может загореться на короткое время.

О-99. В одном калориметре находится вода, в другом — жидкость такой же массы. В калориметры погрузили одинаковые нагреватели, включенные последовательно в цепь с током. Какую удельную теплоемкость имеет жидкость, если через некоторое время после подключения нагревателей к источнику тока температура воды поднялась на $\Delta t_в = 4,25$ °С, а жидкости — на $\Delta t_ж = 5$ °С?

3570 Дж/(кг · °С). ***Решение.*** Внутренняя энергия жидкостей изменяется за счет теплоты, выделенной при прохождении тока по нагревателям. Так как нагреватели одинаковы, то при прохождении тока по ним выделяется одинаковое количество теплоты. При этом внутренняя энергия воды увеличится на $Q = c_в m_в \Delta t_в$, а внутренняя энергия жидкости увеличится на $Q = c_ж m_ж \Delta t_ж$.

Так как $m_ж = m_в$, то, сравнивая выражения для количеств теплоты, получим: $c_в \Delta t_в = c_ж \Delta t_ж$, откуда $c_ж = \dfrac{c_в \Delta t_в}{\Delta t_ж}$.

Вычисления дают: $c = \dfrac{4200 \cdot 4,25}{5} = 3570\ \dfrac{Дж}{кг \cdot °С}$.

26. МАГНИТНЫЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

26.1. Турист нашел в лесу стальное полотно ножовки. Как он может определить, намагничено ли это полотно, если у него нет с собой предметов из магнитных материалов?

Решение. Можно подвесить полотно за середину на нити и проверить, ориентируется ли оно магнитным полем Земли; можно также разломать полотно на две части и проверить, есть ли магнитное взаимодействие между частями.

26.2. Из стального пера ученик решил изготовить стрелку компаса. Каким полюсом магнита следует намагничивать острый конец пера, чтобы на нем образовался северный полюс? Как следует намагнитить перо для получения наилучшего результата?

Южным. ***Решение.*** Перо кладут на стол выпуклой стороной вверх. Затем на середину пера накладывают южный полюс магнита, который двигают от середины к острому концу пера. После этого магнит поворачивают и накладывают на середину пера северный полюс, двигая его к тупому концу пера. Такое поочередное намагничивание одного и другого конца пера проделывают несколько раз.

26.3. Северный полюс магнита подносят к положительно заряженному теннисному шарику, висящему на нити. Что будет наблюдаться — притяжение или отталкивание? Как изменится ответ, если шарик заряжен отрицательно?

Решение. В обоих случаях будет наблюдаться притяжение, обусловленное разделением заряженных частиц в нейтральном теле (магните) под действием электрического поля. Замена положительного заряда шарика на отрицательный и (или) северного магнитного полюса на южный никак не повлияет на результат: магнитное поле *вообще* не действует на неподвижные заряженные частицы или тела.

26.4. Два параллельных проводника, по которым текут токи в одном направлении, притягиваются. Почему же два параллельных электронных пучка отталкиваются? Можно ли поставить опыт так, чтобы параллельные проводники, по которым текут токи в одном направлении, тоже отталкивались?

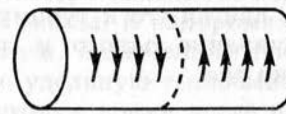
Решение. Проводники, по которым текут токи, обычно электрически нейтральны, и поэтому взаимодействие между ними — *только* магнитное. Между электронными пучками тоже действует магнитное притяжение, но гораздо более сильным оказывается электрическое отталкивание одноименно заряженных частиц. Это отталкивание приводит также к расширению пучков. Параллельные проводники, по которым текут токи в одном направлении, тоже будут отталкиваться, если им сообщить достаточно большие одноименные заряды.

26.5. Как намотать провод на полый керамический цилиндр, чтобы при пропускании тока по проводу внутри цилиндра *не возникало* магнитного поля?

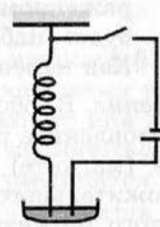
Указание. Можно, например, намотать витки одного слоя по часовой стрелке, а над ними намотать второй слой (такое же количество витков) против часовой стрелки.

26.6. Можно ли намотать провод на керамический цилиндр так, чтобы при пропускании по проводу тока на концах цилиндра образовались южные магнитные полюса?

Можно. ***Указание.*** См. рисунок. При пропускании тока *посередине* цилиндра возникнет северный магнитный полюс.



26.7. Мягкая металлическая пружина висит, погрузившись нижним концом в соленую воду на небольшую глубину (см. рисунок). Что произойдет после замыкания ключа?



Решение. Как только в пружине пойдет ток, соседние витки притянутся, в результате чего пружина сожмется. Если ток достаточно велик, нижний конец пружины выйдет из жидкости и цепь разомкнется. Притяжение витков исчезнет, пружина расправится, замыкая цепь, и весь процесс повторится, т. е. в системе возникнут колебания.

26.8. Почему гибкий, замкнутый в форме петли подвижный проводник, по которому течет электрический ток, стремится принять форму кольца, даже если он не находится в магнитном поле?

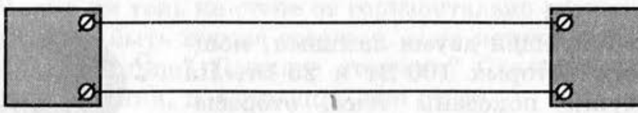
Решение. В гибком, замкнутом в форме петли проводнике существуют участки, по которым текут токи противоположных направлений. Участки с токами противоположных направлений отталкиваются, петля расширяется и приобретает форму кольца.

26.9. В сочинении французского физика Араго «Гром и молния» приводится много случаев перемагничивания компасной стрелки, намагничивания стальных предметов действием молнии. Как можно объяснить эти явления?

Решение. Молния — электрический ток. Вокруг молнии возникает сильное магнитное поле. Это магнитное поле действует на стальные предметы, намагничивая или перемагничивая их.

ОЛИМПИАДНАЯ ЗАДАЧА

О-100. Замкнутая электрическая цепь состоит из батарейки и резистора, причем батарейка находится в одном из стоящих на столе «черных ящиков», а резистор — в другом (см. рисунок). Как можно с помощью вольтметра и магнитной стрелки, не размыкая цепь, определить, в каком именно из «черных ящиков» находится батарейка?

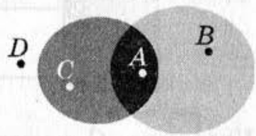


Указание. С помощью вольтметра можно определить, какой провод связан с положительным полюсом батарейки, а с помощью магнитной стрелки — в какую сторону идет ток по этому проводу.

СВЕТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

27. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА. ТЕНИ, ПОЛУТЕНИ

27.1. Шар освещен двумя лампами, мощности которых 100 Вт и 25 Вт. На рисунке показаны тени, отбрасываемые шаром. Какая лампа расположена ближе к шару? Из каких точек (A, B, C, D) можно увидеть 100-ваттную лампу?



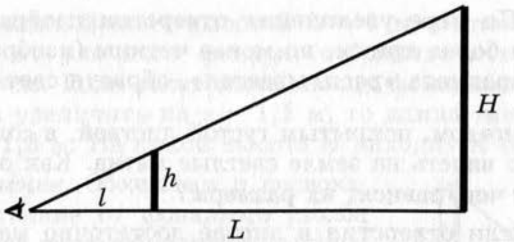
Ближе к шару расположена лампа мощностью 25 Вт; 100-ваттную лампу можно увидеть из точек B и D. ***Решение.*** Очевидно, в точку D попадает свет от обеих ламп, а в точку A свет от обеих ламп не попадает. В точки B и C попадает свет только от одной из ламп. Судя по размерам «теневых» кругов, в точку B попадает свет от более далекой лампы, а в точку C — от более близкой. Поскольку, несмотря на это, точка B освещена сильнее, чем точка C, более далекая лампа ярче. Свет от нее попадает в точки B и D.

27.2. Может ли вертикально поставленный столб не отбрасывать тени в солнечный день?

Может. ***Решение.*** Столб не отбрасывает тени, когда солнце находится точно в зените (т. е. когда солнечные лучи вертикальны). Это действительно может наблюдаться вблизи экватора.

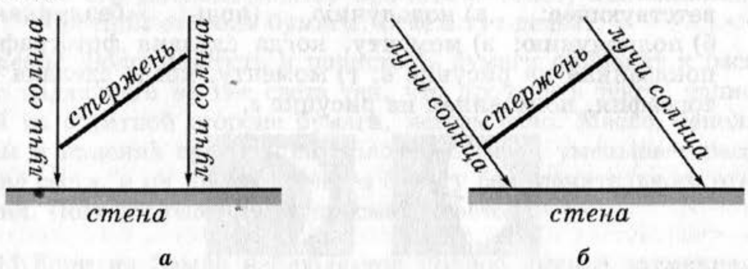
27.3. Вы стоите на берегу реки, а на противоположном берегу находится дерево, высота которого вам известна. Опишите способ, с помощью которого можно измерить ширину реки, если в вашем распоряжении есть линейка с делениями.

Решение. С помощью линейки надо измерить длину вытянутой руки (обозначим эту длину l). Затем, держа линейку в вытянутой руке (см. рисунок), надо «измерить» видимую «высоту» дерева (обозначим ее h). Тогда ширина реки L находится из пропорции $\frac{L}{H} = \frac{l}{h}$, где H — высота дерева.



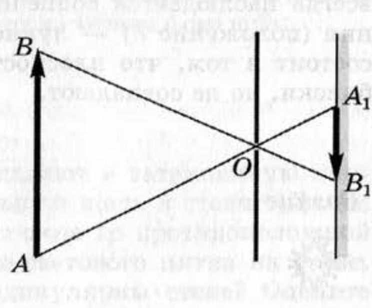
27.4. Может ли тень на стене от горизонтально расположенного стержня быть короче стержня, если источником света является солнце? Длиннее стержня? Сделайте схематические рисунки, поясняющие ваш ответ.

Может быть и короче и длиннее. ***Указание***. Рассмотрите тень от стержня на вертикальной стене, не параллельной стержню, при различных положениях солнца (на рисунках показан вид сверху).



27.5. Камера-обскура. Свет попадает в комнату только через маленькое отверстие в ставне. При этом на стене напротив окна виден перевернутый пейзаж за окном. Объясните это явление.

Решение. От каждой точки находящегося за окном предмета AB на стену попадает только узкий световой пучок, прошедший через отверстие O. В результате на стене появляется перевернутое изображение предмета A_1B_1 (см. рисунок). Прибор, в котором используют такой принцип получения изображения, называется камерой-обскурой.



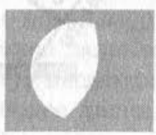
27.6. Как будет меняться изображение в камере-обскуре (см. задачу 27.5), если диаметр отверстия увеличивать?

Указание. По мере увеличения отверстия изображение будет становиться более ярким, но менее четким (изображение каждой точки предмета «расплывается», образуя светлое пятно).

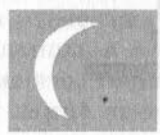
27.7. Под деревом, покрытым густой листвой, в солнечный день можно видеть на земле светлые пятна. Как они образуются? От чего зависят их размеры?

Решение. Если отверстия в листве достаточно маленькие, образуется подобие камеры-обскуры (см. задачу 27.5) и на земле от каждого отверстия появляется изображение Солнца. Однако из-за наклонного падения солнечных лучей светлые пятна имеют форму не кругов, а эллипсов. При солнечных затмениях на земле под деревьями видны «серпики» — перевернутые изображения Солнца.

27.8. Сделайте схематические рисунки, на которых изображено взаимное расположение Солнца, Земли и Луны, соответствующее: а) новолунию (ночь «безлунная»); б) полнолунию; в) моменту, когда сделана фотография, показанная на рисунке *в*; г) моменту, когда сделана фотография, показанная на рисунке *г*.

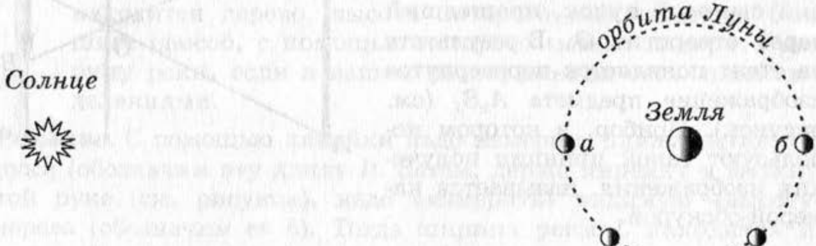


в



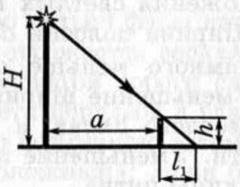
г

См. рисунок. ***Замечание***. Может возникнуть вопрос: почему во время новолуния (положение *а* Луны на рисунке) далеко не всегда наблюдается солнечное затмение, а во время полнолуния (положение *б*) — лунное затмение? Ответ на этот вопрос состоит в том, что плоскости земной и лунной орбит хотя и близки, но не совпадают.



27.9. Вертикальный шест высотой $h = 1$ м, поставленный недалеко от уличного фонаря, отбрасывает тень длиной $l_1 = 80$ см. Если расстояние между фонарным столбом и шестом увеличить на $s = 1{,}5$ м, то длина тени возрастет до $l_2 = 1{,}3$ м. На какой высоте H находится фонарь?

$H = 4$ м. ***Решение.*** Обозначим a первоначальное расстояние от фонарного столба до шеста. Тогда из подобия треугольников (см. рисунок, на котором показана одна из двух пар подобных треугольников) $H/h = (a + l_1)/l_1$ и $H/h = (a + s + l_2)/l_2$. Отсюда



$$H = h\frac{s + l_2 - l_1}{l_2 - l_1} = 4 \text{ (м)}.$$

27.10. Лист бумаги из блокнота плотно приклеен к доске. Смазав его маслом, можно прочитать текст, написанный на обратной стороне бумаги. В чем тут дело?

Решение. Волокнистость и пористость бумаги приводят к рассеянию падающего на нее света так, что прочитать текст, написанный на обратной стороне бумаги, невозможно. Масло, заполняя поры и изменяя ориентацию волокон бумаги, уменьшает рассеивание света, и он проходит через бумагу без значительного отклонения. Поэтому текст легко просматривается.

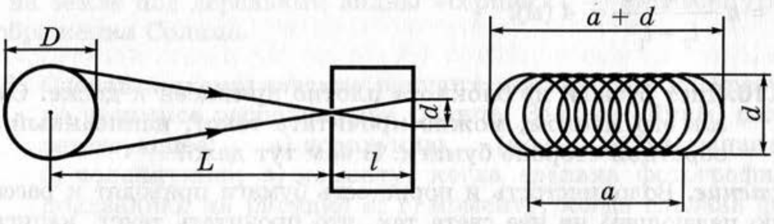
27.11. Если на Земле наблюдается полное лунное затмение, то что увидит космонавт, находящийся в это время на Луне?

Решение. Если космонавт находится на полусфере Луны, обращенной к Солнцу, то он будет видеть полное солнечное затмение. Если космонавт находится на другой полусфере Луны, то он будет видеть лишь светила в виде ярких (немигающих) звезд на черном фоне неба.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-101. Лучи заходящего солнца попадают в затемненную комнату через узкую горизонтальную щель в ставне. Длина щели $a = 6$ см, расстояние от окна до противоположной стены $l = 3$ м. Какова форма светового пятна на стене, если солнечные лучи перпендикулярны стене? Оцените размеры светового пятна. Что произойдет с пятном, если уменьшить ширину щели? Длину?

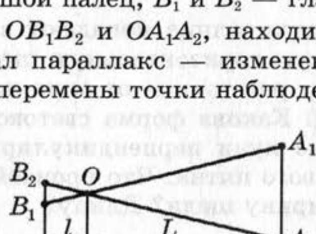
Решение. Узкую щель можно рассматривать как совокупность точечных отверстий, расположенных вдоль одной прямой. Свет, проходящий через каждое из таких отверстий, дает на стене круглое светлое пятно — изображение Солнца. Диаметр круглого пятна $d = Dl/L \approx 3$ см, где D — диаметр Солнца, а L — расстояние от Солнца до Земли (см. рис. *а*). Пятно от всей щели является результатом наложения светлых кругов от каждой точки щели (см. рис. *б*). Ширина полоски d; она не зависит от ширины щели, пока та намного меньше d. Длина светлой полоски $a + d \approx 9$ см. Уменьшение ширины щели практически не влияет на размер светлого пятна, а приводит лишь к уменьшению освещенности. Уменьшение же длины щели приводит и к уменьшению длины пятна.



а **б**

О-102. Теплоход проходит мимо стоящей на якоре шхуны. В момент наибольшего сближения боцман шхуны вытягивает руку и, глядя только правым глазом, заслоняет поставленным вертикально большим пальцем вытянутой руки нос теплохода. Открыв левый глаз и закрыв правый, он видит, что теперь его палец закрывает корму теплохода. Боцман, зная длину теплохода, сразу же называет расстояние L до него. Каково это расстояние? Длина теплохода $a = 100$ м, расстояние от глаз боцмана до большого пальца его вытянутой руки $l = 60$ см, расстояние между зрачками боцмана $b = 65$ мм.

900 м. ***Решение.*** На рисунке изображен вид сверху: A_1A_2 — теплоход, O — большой палец, B_1 и B_2 — глаза. Используя подобие треугольников OB_1B_2 и OA_1A_2, находим $L = la/b \approx 900$ м. Боцман использовал параллакс — изменение направления на объект вследствие перемены точки наблюдения.



28. ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА. ИЗОБРАЖЕНИЕ В ПЛОСКОМ ЗЕРКАЛЕ

28.1. Почему ночью лужа на неосвещенной дороге кажется водителю темным пятном на светлом фоне?

Решение. И лужу, и дорогу освещают ночью только фары автомобиля. От гладкой поверхности воды свет отражается зеркально, т. е. вперед, а при отражении от шероховатой дороги свет рассеивается, так что часть отраженного света попадает в глаза водителю. По той же причине при свете фар *встречного* автомобиля вид дороги преобразится в «противоположный»: лужа будет казаться ярким пятном на темном фоне.

28.2. Почему изображения многих предметов, которые мы видим в плоском зеркале, так похожи на сами предметы?

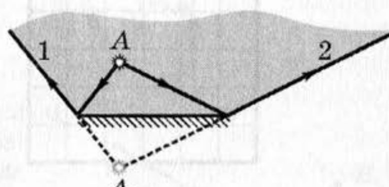
Указание. Многие предметы, окружающие нас, обладают зеркальной симметрией (люди, животные, растения, дома, мебель, посуда и др.).

28.3. С какой целью в некоторых электрических измерительных приборах под шкалой помещают зеркальную полоску?

Решение. Между стрелкой и плоскостью шкалы существует некоторый зазор. Поэтому когда луч зрения не перпендикулярен плоскости шкалы, стрелка кажется наблюдателю совмещенной не с тем делением шкалы, над которым она в действительности находится. При правильном отсчете стрелка и ее зеркальное отражение должны сливаться. Это гарантирует, что луч зрения перпендикулярен плоскости шкалы.

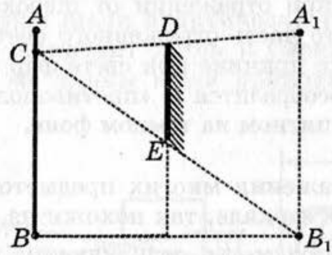
28.4. На рисунке показаны светящаяся точка и зеркало. Найдите графически область, из которой видно изображение точки в зеркале.

Решение. Изображение точки будет видно из области, ограниченной лучами, отраженными от крайних точек зеркала (лучи 1 и 2 на рисунке). Эта область на рисунке тонирована. Как следует из приведенного рисунка, «область видения» точки A легко определить, считая, что изображение точки A_1 рассматривается «сквозь зеркало» (как сквозь окно).

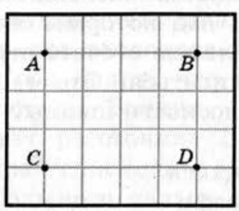


28.5. Какова должна быть минимальная высота вертикального зеркала, чтобы человек ростом H мог видеть в нем свое изображение во весь рост? На какой высоте должен находиться нижний край этого зеркала?

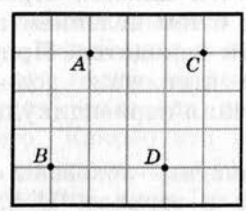
$H/2$; высота нижнего края зеркала должна быть вдвое меньше расстояния от глаз до пола. ***Указание.*** См. рисунок; AB — человек, A_1B_1 — его изображение в зеркале; точка C — глаз человека.



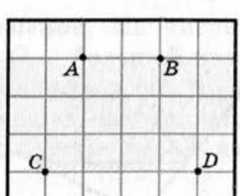
28.6. На рисунках изображены четыре точки. Могут ли какие-либо две из них быть изображениями двух других в плоском зеркале? Если да, то сколько решений существует для каждого из приведенных случаев? Найдите построением возможное положение зеркала, отмечая на рисунках, какая сторона плоскости является отражающей.



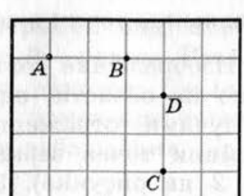
а



а

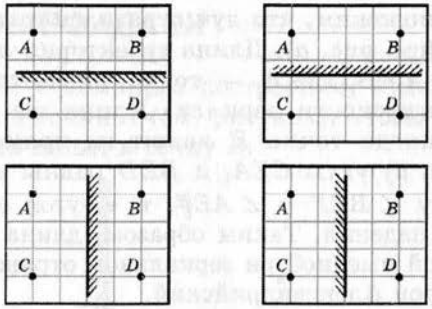


в

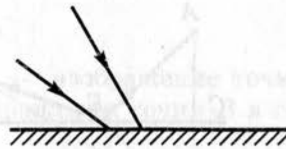


г

В случае *а* имеется 4 решения; в случае *б* решений нет; в случаях *в* и *г* есть по два решения. ***Указание.*** См. рисунки для случая *а*.

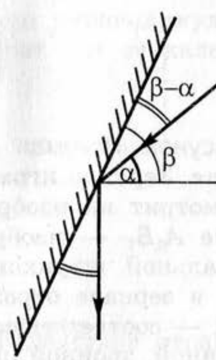


28.7. Найдите построением дальнейший ход лучей при отражении от плоского зеркала (см. рисунок), не измеряя углов.



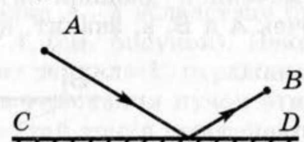
Указание. Отметьте какую-либо точку на луче и постройте изображение этой точки в зеркале. После отражения луча от зеркала луч будет идти так, как если бы он вышел из изображения точки.

28.8. Высота солнца над горизонтом (т. е. угол α между солнечными лучами и горизонтальной плоскостью) составляет 48°. Под каким углом β к горизонту следует расположить зеркало, чтобы осветить «зайчиком» дно глубокого колодца?



β = 69°. ***Указание.*** См. рисунок. Из закона отражения света следует, что падающий и отраженный лучи образуют одинаковые углы с плоскостью зеркала. Из рисунка видно, что $\beta - \alpha = 90° - \beta$, откуда следует, что $\beta = 45° + \frac{\alpha}{2} = 69°$.

28.9. Луч света, идущий из точки A, приходит в точку B, отразившись от плоского зеркала CD (см. рисунок). Докажите, что, «подчиняясь» закону отражения, луч «выбирает» кратчайший путь.



Решение. Предположим, что луч отразился от зеркала в некоторой точке E (см. рис. *а*). Длина траектории луча AEB равна длине ломаной A_1EB, где A_1 — точка, симметричная точке A относительно плоскости зеркала. Длина же ломаной A_1EB минимальна, когда точка E лежит на прямой A_1B. В этом случае (см. рис. *б*) углы CEA_1 и BED равны как вертикальные, и поэтому $\angle BEF = \angle AEF$, т. е. угол отражения луча равен углу его падения. Таким образом, длина траектории будет минимальной именно при зеркальном отражении. Это свойство открыл Герон Александрийский.

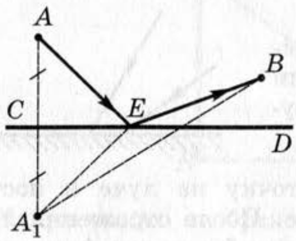


Рис. а

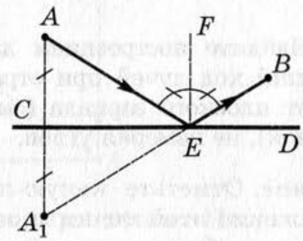
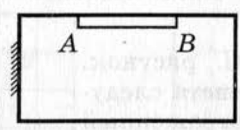


Рис. б

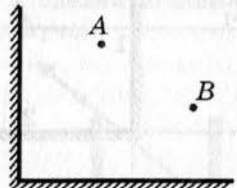
28.10. В каких точках комнаты должен находиться человек, чтобы он мог видеть в зеркале весь экран телевизора AB (см. рисунок)? Дайте графическое решение.



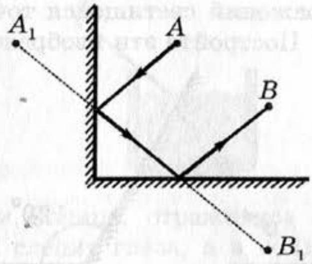
См. рисунок. Искомая область отмечена двойной штриховкой.
Решение. Зеркало играет роль «окна», через которое наблюдатель смотрит на изображения предметов в «зазеркалье». На рисунке A_1B_1 — изображение в зеркале экрана телевизора; вертикальной штриховкой отмечена область, откуда можно видеть в зеркале отражение точки A; горизонтальной штриховкой — соответствующая область для точки B. Из области, отмеченной двойной штриховкой, можно видеть отражения точек A и B, а, значит, и всего экрана телевизора.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

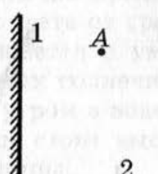
О-103. Определите с помощью построения, куда нужно направить луч из точки A (см. рисунок), чтобы после двух отражений он попал в точку B.



Указание. См. рисунок, на котором A_1 — изображение точки A в вертикальном зеркале, а B_1 — изображения точки B в горизонтальном.

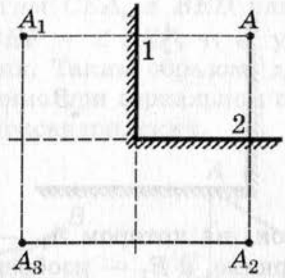


О-104. Два зеркала (см. рисунок) взаимно перпендикулярны. Сколько изображений точки A дают эти зеркала? Постройте эти изображения.

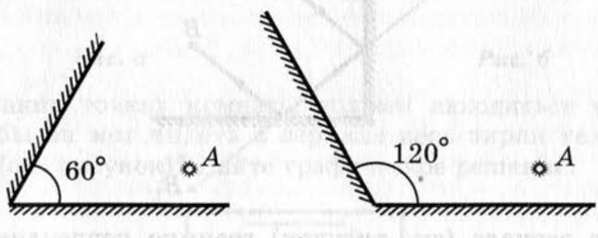


3 изображения (см. рисунок). ***Решение.*** Вследствие отражения света от зеркала 1 возникает изображение A_1, а вследствие отражения от зеркала 2 — изображение A_2 (см. рисунок). Некоторые же лучи, отразившись сначала от зеркала 1, отражаются затем и от зеркала 2. После первого отражения пучок этих лучей как бы «исходит» из точки A_1 (в этой точке пересекаются продолжения лучей). Значит, после второго отражения появится еще мнимое изображение A_3 точки A_1 в зеркале 2.

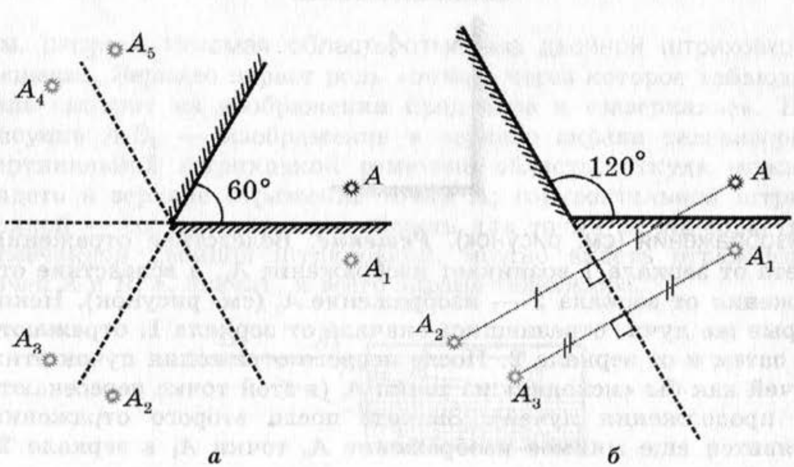
Изображение точки A_2 в зеркале 1 тоже попадает в точку A_3. Более двух отражений не испытывает ни один луч; следовательно, других изображений нет (точка A_3 не может отразиться ни от одного из зеркал — для обоих зеркал она находится в «зазеркалье»).



О-105. Сколько изображений светящейся точки A дают зеркала (см. рис. *а*, *б*)? Постройте эти изображения.

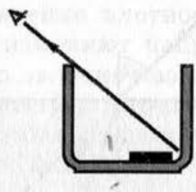


а) 5 изображений (см. рис. *а*); б) 3 изображения (см. рис. *б*).

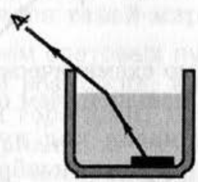


29. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА

29.1. На дне чашки лежит монетка (см. рисунок) так, что ее не видно. Однако если налить в чашку воду, монетка при том же положении глаза становится видимой. Объясните явление и сделайте схематический рисунок, показывающий ход лучей.



Указание. На рисунке показан ход луча, идущего от монетки к глазу и испытавшего преломление на границе вода-воздух.

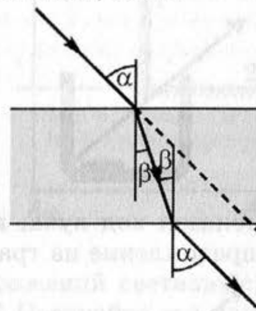


29.2. Ранним утром Солнце, отраженное от поверхности спокойной воды, слепит глаза, а в полдень на изображение Солнца в воде можно смотреть даже без темных очков. Почему?

Решение. Падающие на поверхность воды солнечные лучи частично отражаются, а частично преломляются и уходят в воду. Коэффициент отражения света от границы раздела прозрачных сред значительно уменьшается с уменьшением угла падения. Рано утром, для наклонных солнечных лучей, этот коэффициент близок к единице — утром в воде темно, даже когда солнце уже взошло. Когда солнце стоит высоко, коэффициент отражения намного меньше единицы.

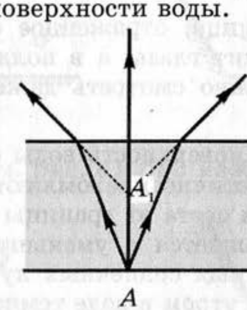
29.3. Луч света падает на толстое витринное стекло. Докажите, что после прохождения сквозь стекло направление луча не изменяется. А что изменяется?

Решение. Свет, проходя через стекло, испытывает преломление *дважды*. Пусть угол падения при входе луча из воздуха в стекло равен α, а угол преломления равен β (см. рисунок). Поскольку плоские поверхности стекла параллельны, угол падения при выходе луча из стекла в воздух равен углу преломления β при входе луча из воздуха в стекло. Поэтому из обратимости хода световых лучей следует, что при выходе из стекла в воздух угол преломления равен α. Так как падающий луч и луч, прошедший сквозь стекло, образуют одинаковые углы с *параллельными* поверхностями, эти лучи параллельны. Следовательно, луч, прошедший сквозь стекло, не изменяет направления, однако он смещается.



29.4. Объясните с помощью схематического рисунка, почему глубина озера кажется меньшей, чем она есть на самом деле?

Решение. На рисунке показан ход лучей, идущих из точки A на дне. Как видно из рисунка, изображение A_1 точки A расположено ближе к поверхности воды.



29.5. Почему толченое стекло непрозрачно? Почему оно становится прозрачным, если погрузить его в воду?

Решение. При прохождении через толченое стекло свет пересекает множество границ раздела стекло–воздух. На каждой из этих границ происходит не только преломление, но и отражение света. Из-за многократных отражений свет практически не проходит сквозь толченое стекло; оно выглядит белым. В воде, показатель преломления которой близок к показателю преломления стекла, отражение на границах раздела, а также отклонение лучей при преломлении резко уменьшаются. Поэтому в воде толченое стекло почти прозрачно.

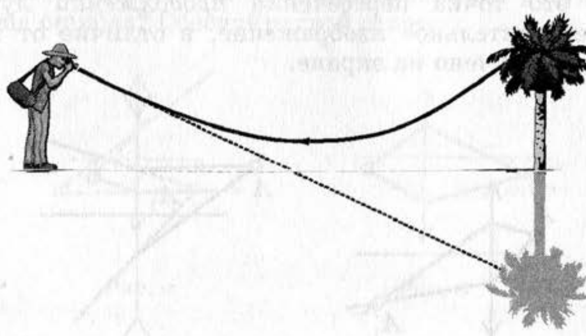
ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-106. Правильно ли утверждение «световые лучи в воздухе прямолинейны»?

Нет. ***Решение.*** Воздух не всегда можно считать однородным. Если соседние слои воздуха имеют различную плотность, то при переходе из одного слоя в другой направление световых лучей изменяется. Изменение плотности происходит плавно, поэтому световые лучи изменяют направление также плавно: лучи *искривляются*. Это явление называется рефракцией. Например, изменчивые контуры предметов, находящихся по другую сторону костра, объясняются рефракцией света в восходящих потоках теплого воздуха.

О-107. В жарких пустынях иногда наблюдается мираж: вдалеке «возникает» поверхность водоема. Какими физическими явлениями обусловлен такой мираж?

Рефракцией (искривлением световых лучей). ***Указание.*** См. рисунок. Такая рефракция возможна, когда нижние слои воздуха оказываются самыми горячими. Возникает иллюзия, будто свет отражается от зеркальной поверхности. Эту «поверхность» и принимают за поверхность водоема. Аналогичный мираж «водоема» возникает часто и в наших широтах: в жаркий день на совершенно сухом шоссе водитель видит впереди «лужи». При приближении к такой «луже» она исчезает.



О-108. Почему мокрый асфальт темнее сухого? Почему аналогичное явление не наблюдается для полированного гранита?

Решение. Неровности влажной шероховатой поверхности покрыты тонким слоем воды. В результате многие лучи испытывают полное отражение на границе вода–воздух. Это приводит к дополнительным отражениям от поверхности (см. рис. *а*, на котором ход луча в отсутствие воды показан пунктиром). А поскольку при каждом отражении часть света поглощается, мокрая поверхность кажется более темной. На гладкой же поверхности слой воды плоский, вследствие чего полное отражение невозможно (см. рис. *б*). Аналогично объясняется и насыщенный цвет мокрой шероховатой поверхности, а также поверхности, покрытой прозрачным лаком или припрессованной пленкой.

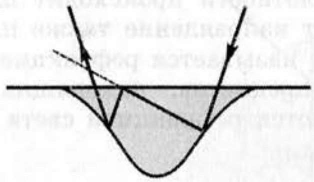


Рис. а

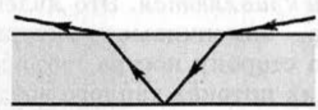
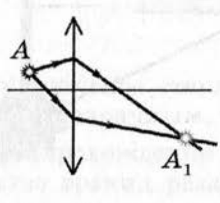


Рис. б

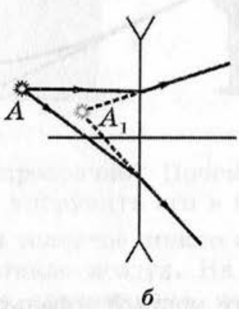
30. ЛИНЗЫ

30.1. Чем отличается действительное изображение точки от мнимого?

Решение. Действительное изображение A_1 точки A — это точка пересечения лучей, исходящих из точки A, после их преломления в линзе (см. рис. *а*); мнимое же изображение точки — это точка пересечения *продолжений* лучей (см. рис. *б*). Действительное изображение, в отличие от мнимого, может быть получено на экране.



а



б

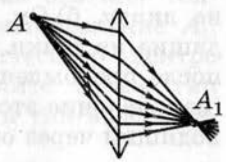
30.2. Предложите простой способ измерения оптической силы собирающей линзы.

Решение. Надо получить с помощью линзы на экране (стене или листе бумаги) четкое изображение *удаленного* предмета (например, Солнца, если вы не боитесь прожечь экран). Расстояние между линзой и экраном будет равно фокусному расстоянию линзы.

30.3. Как изменится модуль фокусного расстояния линзы, если ее погрузить в воду? Зависит ли ответ от того, какая линза — собирающая или рассеивающая?

Увеличится в обоих случаях. ***Указание.*** При преломлении на границах вода-стекло и стекло-вода изменение направления луча будет меньшим, чем на границах воздух-стекло и стекло-воздух.

30.4. Как изменится изображение светящейся точки, полученное на экране при помощи собирающей линзы, если закрыть верхнюю половину линзы? Обоснуйте ответ с помощью схематического рисунка.



Решение. Изображение каждой точки создается *всеми* лучами, вышедшими из этой точки A и прошедшими через линзу (см. рисунок). Закрыв верхнюю половину линзы, мы перекрываем часть лучей, но ход остальных лучей *не изменяется*. Поэтому положение изображения точки не изменится, однако ее изображение станет менее ярким.

30.5. На рис. *а, б* изображен ход двух лучей, испытавших преломление в линзе. В каком рисунке (или рисунках) допущена ошибка? Обоснуйте свой ответ.

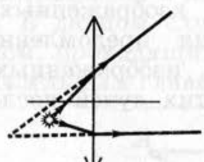


Рис. а

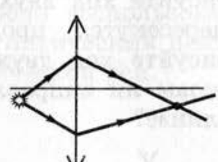


Рис. б

В рис. *б*. ***Указание.*** Рассмотрите ход луча, проходящего через оптический центр линзы.

30.6. а) Нарисуйте ход двух параллельных лучей (см. рис. *а*) и докажите, что после преломления в линзе эти лучи пересекутся в точке, лежащей в фокальной плоскости линзы. б) На собирающую линзу падают лучи, исходящие из точки, расположенной в фокальной плоскости линзы (см.

рис. *б*). Нарисуйте ход этих лучей и докажите, что после преломления в линзе эти лучи станут параллельными.

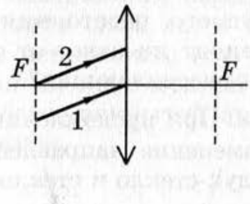


Рис. а

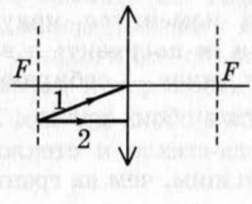


Рис. б

Указание. а) См. рис. *а*. Можно доказать, что в этой же точке, лежащей в фокальной плоскости линзы, пересекутся после преломления в линзе *все* лучи параллельного пучка, падающие на линзу. б) См. рис. *б*. Можно доказать, что *все* лучи, исходящие из точки, находящейся в фокальной плоскости линзы, после преломления в линзе будут идти параллельным пучком (направление этого пучка легко найти, рассматривая луч, проходящий через оптический центр).

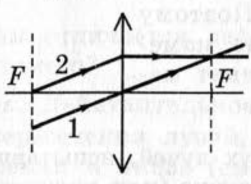


Рис. а

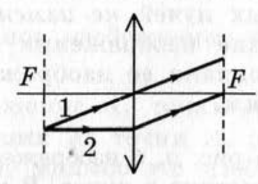


Рис. б

30.7. а) Нарисуйте ход двух лучей, изображенных на рис. *а*. Где пересекутся продолжения преломленных лучей? б) Нарисуйте ход двух лучей, изображенных на рис. *б*. Одинаковы ли направления этих лучей после преломления в линзе?

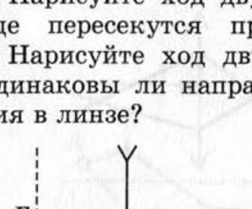


Рис. а

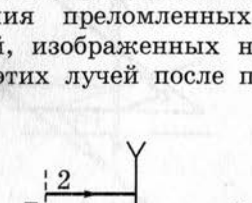


Рис. б

Указание. а) См. рис. *а*. Можно доказать, что в этой же точке, лежащей в фокальной плоскости линзы, пересекутся продолжения *всех* лучей пучка после их преломления в линзе.

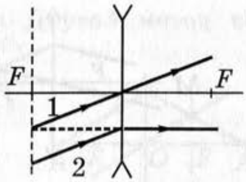


Рис. а

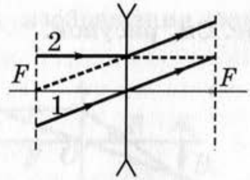
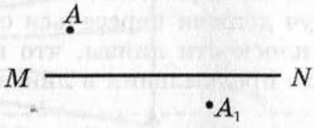


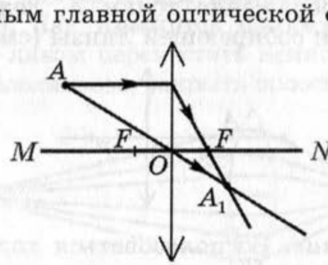
Рис. б

б) См. рис. *б*. Можно доказать, что *все* лучи, продолжения которых пересекаются в одной точке, лежащей в фокальной плоскости по другую сторону линзы, после преломления в линзе будут идти параллельным пучком (направление этого пучка легко найти, рассматривая луч, проходящий через оптический центр).

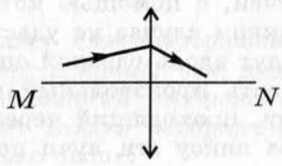
30.8. На рисунке показана главная оптическая ось MN тонкой линзы, светящаяся точка A и ее изображение A_1. Найдите построением положение оптического центра линзы и ее главных фокусов. Определите также тип линзы (собирающая или рассеивающая) и тип изображения (действительное или мнимое).



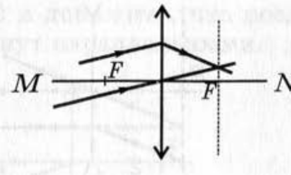
См. рисунок. Линза собирающая; изображение действительное. ***Указание***. Через точку A_1 проходят *все* лучи, вышедшие из точки A и преломившиеся в линзе (или продолжения преломленных лучей). В данном случае удобно воспользоваться двумя лучами: лучом, проходящим через оптический центр линзы, и лучом, параллельным главной оптической оси.



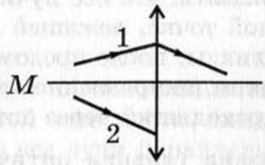
30.9. На рисунке показана главная оптическая ось MN линзы и ход одного из лучей. Найдите построением положение фокусов линзы.



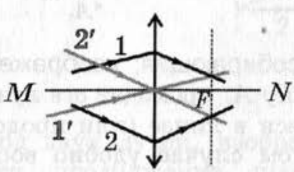
Указание. См. рисунок.



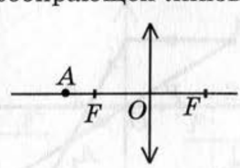
30.10. На рисунке показан ход луча 1 через собирающую линзу. Постройте дальнейший ход луча 2.



Решение. Построим фокальную плоскость линзы, рассмотрев ход луча 1′, идущего через оптический центр линзы параллельно лучу 1. Лучи 1 и 1′ пересекутся в фокальной плоскости линзы (см. рисунок). Затем рассмотрим ход луча 2′, идущего через оптический центр линзы параллельно лучу 2. После прохождения линзы этот луч должен пересечься с преломленным лучом 2 в фокальной плоскости линзы, что и позволяет определить ход луча 2 после преломления в линзе.



30.11. Постройте изображение точки A, лежащей на главной оптической оси собирающей линзы (см. рисунок).



См. рис. *а*, *б*. ***Решение.*** Воспользоваться ходом трех основных лучей, с помощью которых обычно строится изображение, в данном случае не удастся, поскольку все три луча совпадают (идут вдоль главной оптической оси). Можно, однако, использовать произвольный «наклонный» луч и параллельный ему луч, проходящий через центр линзы: после прохождения через линзу эти лучи пересекутся в фокальной плоскости (см.

рис. *а*). Другой метод построения изображения показан на рис. *б*.

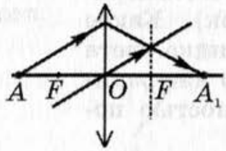


Рис. а

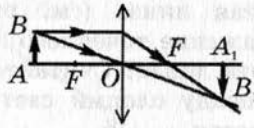
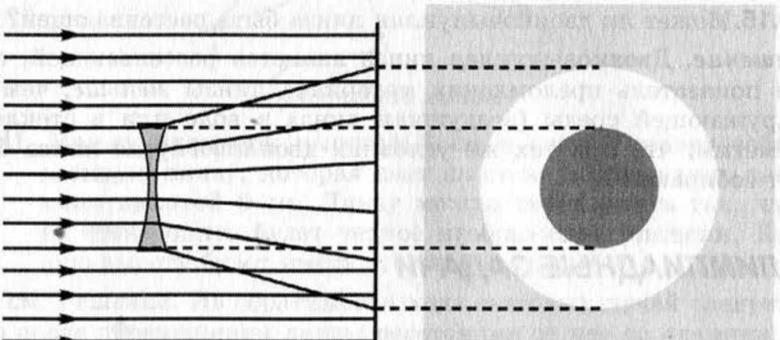


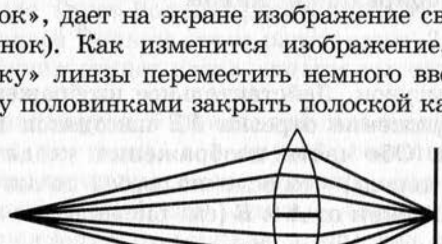
Рис. б

30.12. Стена освещена солнечным светом. Если перед стеной разместить рассеивающую линзу, то на стене появляется чуть более темный круг, окруженный светлым кольцом. Объясните это явление.

Указание. См. рисунок. На кольцо попадают как лучи, рассеянные линзой, так и лучи, не прошедшие через линзу.



30.13. Линза, состоящая из двух сложенных вплотную одинаковых «половинок», дает на экране изображение светящейся точки (см. рисунок). Как изменится изображение, если верхнюю «половинку» линзы переместить немного вверх, а промежуток между половинками закрыть полоской картона?



Решение. Каждая половинка линзы дает свое изображение светящейся точки (правда, в 2 раза менее яркое, чем целая линза). Поэтому при сдвиге верхней половинки изображение «раздвоится»: нижняя половинка будет давать изображение на прежнем месте, а верхняя — несколько выше.

30.14. Из двух сортов стекла с различными показателями преломления изготовлена слоистая линза (см. рисунок). Какое изображение точечного источника света даст эта линза? Считайте, что на границах между слоями свет полностью поглощается.

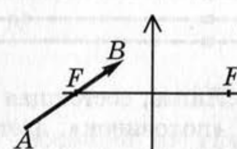
Решение. Если закрыть все слои из стекла одного сорта, то оставшиеся слои «работают» как обычная линза. Следовательно, слоистая линза даст *два* изображения каждой точки. На экране, перпендикулярном главной оптической оси линзы, лишь одно из этих изображений может быть четким. Лучи, прошедшие через слои из стекла другого сорта, образуют вокруг изображения светлый ореол.

30.15. Может ли двояковыпуклая линза быть рассеивающей?

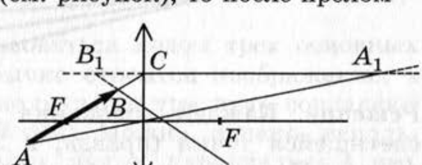
Решение. Двояковыпуклая линза является рассеивающей, если показатель преломления материала линзы *меньше*, чем у окружающей среды (воздушная линза в воде или в стекле). Заметим, что при тех же условиях двояковогнутая линза будет собирающей.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

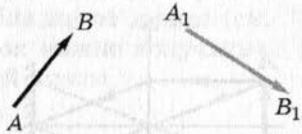
О-109. Постройте изображение наклонной стрелки AB, проходящей через фокус собирающей линзы (см. рисунок).



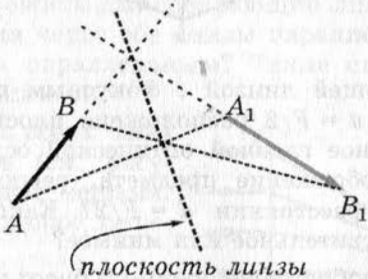
Решение. См. рисунок. Действительное изображение отрезка AF и мнимое изображение отрезка FB находятся по разные стороны от линзы. Обе части изображения уходят на бесконечность. Заметим теперь, что если из *любой* точки стрелки выходит луч в направлении от A к B (см. рисунок), то после преломления он идет по прямой, проходящей через точку C параллельно главной оптической оси линзы. Значит, изображения *всех* точек стрелки лежат на этой прямой. Дальнейшие построения уже несложны.



О-110. На рисунке показана стрелка AB и ее изображение A_1B_1 в линзе. Найдите построением положение линзы и ее фокусов.



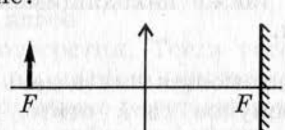
Указание. Найдите сначала плоскость линзы (см. рисунок).



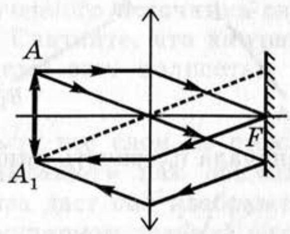
О-111. Между пламенем высотой 3 см и стеной ставят собирающую линзу, которая дает на стене изображение пламени высотой 6 см. Линзу можно передвинуть так, что на стене опять будет четкое изображение пламени. Какую высоту будет иметь это изображение?

1,5 см. ***Решение.*** Из обратимости хода световых лучей следует, что после перемещения линзы расстояния от нее до пламени и стены просто «меняются местами». Вначале изображение было вдвое больше пламени. Следовательно, расстояние от линзы до стены *было* вдвое больше расстояния от линзы до пламени, а *стало* вдвое меньше этого расстояния. Таким образом, высота изображения станет вдвое меньше высоты пламени.

О-112. Предмет находится в фокальной плоскости собирающей линзы (см. рисунок), а в другой фокальной плоскости линзы находится плоское зеркало, перпендикулярное главной оптической оси линзы. Свет проходит через линзу, отражается от зеркала и еще раз проходит через линзу. Где расположено изображение предмета? Какое это изображение?

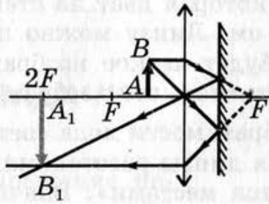


Указание. Построение (см. рисунок) показывает, что изображение будет находиться в фокальной плоскости; оно будет перевернутым, в натуральную величину.



О-113. За собирающей линзой с фокусным расстоянием F на расстоянии $a = F/2$ расположено плоское зеркало, перпендикулярное главной оптической оси линзы. Где находится изображение предмета, расположенного перед линзой на расстоянии $d = F/2$? Какое это изображение — действительное или мнимое?

Действительное изображение предмета будет находиться на расстоянии $2F$ перед линзой. ***Указание.*** См. рисунок.

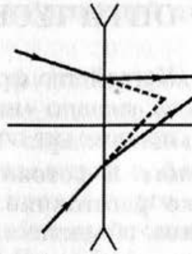


О-114. Две собирающие линзы с фокусными расстояниями 20 см расположены на расстоянии 80 см друг от друга и их главные оптические оси совпадают. Точечный источник света находится перед первой линзой на расстоянии 40 см. Где находится изображение источника света, которое дает система линз?

На расстоянии 40 см за второй линзой. ***Решение.*** Источник находится на двойном фокусном расстоянии от первой линзы. Она дает действительное изображение источника посередине между линзами. Это изображение является для второй линзы «источником света», также находящимся от нее на двойном фокусном расстоянии.

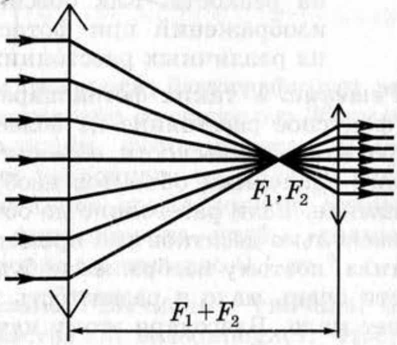
О-115. Может ли рассеивающая линза дать действительное изображение? Обоснуйте свой ответ, построив соответствующий ход лучей.

Указание. На рассеивающую линзу должен падать сходящийся пучок лучей — такой, что точка схождения лучей расположена достаточно близко от линзы (см. рисунок). Такой пучок можно получить с помощью собирающей линзы.



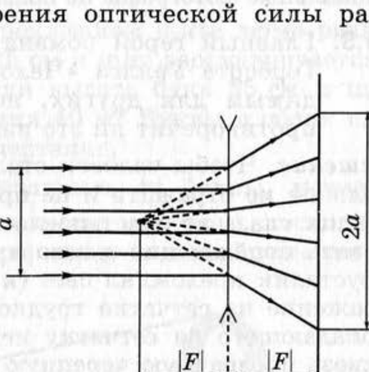
О-116. Как расположить две собирающие линзы, чтобы после прохождения через обе линзы параллельный пучок лучей остался параллельным? Такие системы называют телескопическими.

Решение. Фокусы обеих линз должны совпадать (см. рисунок); поменяв линзы местами, можно получить второе решение.



О-117. Предложите способ измерения оптической силы рассеивающей линзы.

Решение. Можно, например, разместить линзу вплотную к небольшому (меньшему, чем линза) круглому отверстию в листе картона или плотной бумаги и направить на линзу пучок лучей, параллельных ее главной оптической оси. После этого нужно разместить за линзой экран на таком расстоянии, чтобы диаметр светлого круга на экране вдвое превышал диаметр отверстия. Тогда расстояние между экраном и линзой равно по модулю фокусному расстоянию линзы (см. рисунок). Можно также изготовить телескопическую систему из данной линзы и собирающей (см. задачу О-116).



31. ОПТИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ

31.1. Устройство фотоаппарата очень напоминает устройство глаза, однако «наводка на резкость» в фотоаппарате и в глазу происходит по-разному. В чем заключается это различие?

Решение. В фотоаппарате при наводке на резкость изменяется только расстояние от объектива до пленки, а фокусное расстояние объектива остается неизменным, в глазу же при наводке на резкость (аккомодации) изменяется только фокусное расстояние хрусталика, а расстояние от хрусталика до сетчатки остается неизменным.

31.2. Многие любительские фотоаппараты не требуют наводки на резкость. Как обеспечивается необходимая четкость изображений при фотосъемке предметов, находящихся на различных расстояниях?

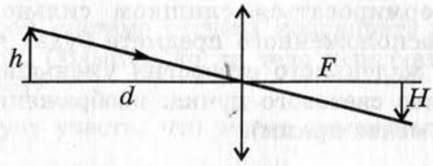
Решение. У таких фотоаппаратов короткофокусные объективы (фокусное расстояние не более 3 см), а пленка расположена в фокальной плоскости объектива, поэтому при фотографировании удаленных объектов изображение оказывается как раз на пленке. Если расстояние до объекта не менее 1,5 м, оно будет в несколько десятков раз превышать фокусное расстояние объектива, поэтому изображение будет удалено от фокальной плоскости очень мало и размытость изображения на пленке тоже будет мала. Благодаря этому качество полученных любительских фотографий оказывается вполне удовлетворительным (профессиональные фотографы не пользуются такими фотоаппаратами).

31.3. Главный герой романа английского писателя-фантаста Герберта Уэллса «Человек-невидимка» оставался невидимым для других, но сам все прекрасно видел. Не противоречит ли это известным вам законам физики?

Решение. Чтобы человек стал невидимым, все ткани его тела должны не отражать и не преломлять свет. Однако если хрусталик глаза не будет преломлять свет, он не сможет фокусировать попадающие в глаз лучи на сетчатке. А если бы даже хрусталик преломлял свет (и стал бы поэтому видимым), изображение на сетчатке трудно было бы различить из-за света, попадающего на сетчатку не через зрачок, а со всех сторон, сквозь прозрачную черепную коробку. И, наконец, невидимая сетчатка не может поглощать свет, а, значит, изображение на сетчатке не сможет быть «прочитанно» мозгом. Таким образом, «настоящий» невидимка должен быть слепым.

31.4. Какова высота H изображения человека на пленке, если рост человека $h = 1{,}8$ м, а съемка производится с расстояния $d = 3$ м? Считайте объектив собирающей линзой с фокусным расстоянием $F = 50$ мм.

3 см. ***Решение.*** Расстояние d во много раз превышает фокусное расстояние объектива ($d = 60F$). Лучи, попадающие в объектив от удаленного предмета, практически параллельны. Поэтому можно считать, что изображение находится в фокальной плоскости. Рассматривая ход луча, проходящего через оптический центр линзы, и используя подобие треугольников (см. рисунок), получаем $H/h = F/d$, откуда $H = hF/d$.

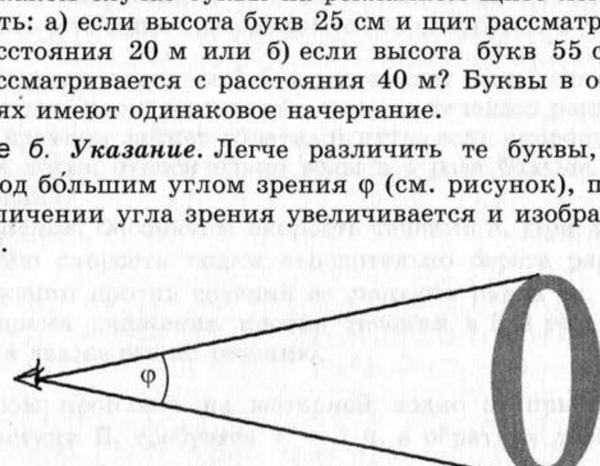


31.5. Фотограф, стоящий в 10 м от дороги, фотографирует велогонщика, проезжающего мимо него со скоростью 36 км/ч. Фокусное расстояние объектива фотоаппарата 50 мм. Какова длина изображения велосипеда на пленке, если длина велосипеда 2 м? На какое время должен открываться при съемке затвор фотоаппарата, чтобы «размытие» изображения на пленке не превышало 0,1 мм?

1 см; не более чем на 2 мс. ***Указание.*** Вычислите сначала, на какое расстояние должен переместиться велосипедист, чтобы его изображение на пленке переместилось на 0,1 мм.

31.6. В каком случае буквы на рекламном щите легче различить: а) если высота букв 25 см и щит рассматривается с расстояния 20 м или б) если высота букв 55 см и щит рассматривается с расстояния 40 м? Буквы в обоих случаях имеют одинаковое начертание.

В случае *б*. ***Указание.*** Легче различить те буквы, которые видны под бо́льшим углом зрения φ (см. рисунок), поскольку при увеличении угла зрения увеличивается и изображение на сетчатке.



31.7. Самодельный «мелкоскоп». Маленький предмет можно хорошо рассмотреть с малого (меньше 10 см) расстояния через маленькое (диаметром от 0,5 мм до 1 мм) отверстие в листе картона или черной бумаги. Каков принцип действия такого простого оптического прибора?

Решение. Приближая предмет к глазу, мы увеличиваем угол, под которым виден предмет (см. задачу 31.6). Однако при этом для создания *четкого* изображения на сетчатке требуется все бо́льшая деформация хрусталика. А поскольку хрусталик не может деформироваться слишком сильно, изображение очень близко расположенного предмета будет нечетким. Если же с помощью маленького отверстия уменьшить ширину попадающего в глаз светового пучка, изображение станет более четким (хотя и менее ярким).

ЗАКОНЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И ДВИЖЕНИЯ ТЕЛ

32. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МЕХАНИЧЕСКОГО ДВИЖЕНИЯ

32.1. В некоторой системе отсчета координата x тела остается неизменной. Обязательно ли тело неподвижно в этой системе отсчета?

Указание. Следует учесть, что могут изменяться *другие* координаты тела.

32.2. При каком условии путь равен модулю перемещения? Может ли модуль перемещения быть больше пройденного пути?

Указание. Путь равен модулю перемещения, если тело движется по прямой, не изменяя *направления* движения. Модуль перемещения не может превышать пути.

32.3. Двигаясь вертикально вверх, тело каждую секунду проходит 1 м. Можно ли утверждать, что оно движется прямолинейно равномерно со скоростью 1 м/с?

Нет. ***Решение.*** Возможно, например, что в течение 0,5 с тело движется со скоростью 2 м/с, затем покоится в течение 0,5 с, затем опять в течение 0,5 с движется со скоростью 2 м/с и т. д.

32.4. Моторная лодка за 1,5 ч доставляет почту из города в поселок, расположенный ниже по течению реки. Сколько времени займет обратный путь, если скорость движения лодки относительно воды в 4 раза больше скорости течения?

2,5 ч. ***Решение.*** Обозначим скорость течения v. При движении по течению скорость лодки относительно берега равна $5v$, а при движении против течения ее скорость равна $3v$. Следовательно, время движения против течения в 5/3 раза больше, чем время движения по течению.

32.5. Чтобы проплыть на моторной лодке от пристани А к пристани Б, требуется $t_1 = 1$ ч, а обратная дорога занимает $t_2 = 3$ ч. Скорость лодки относительно воды остается постоянной. Во сколько раз эта скорость больше скорости течения?

В два раза. ***Решение.*** Из условия задачи следует, что из А в Б лодка плывет по течению (обратная дорога занимает больше времени). Обозначим s расстояние между пунктами А и Б, модуль скорости лодки относительно воды $v_л$, а модуль скорости течения $v_т$. По течению лодка плывет со скоростью $v_л + v_т$ относительно берега, а против течения — со скоростью $v_л - v_т$. Следовательно,

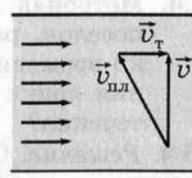
$t_1 = \dfrac{s}{v_л + v_т}$, а $t_2 = \dfrac{s}{v_л - v_т}$. По условию, $t_2 = 3t_1$, откуда получаем

$\dfrac{v_л + v_т}{v_л - v_т} = 3$. Из этого соотношения следует, что $v_л = 2v_т$.

32.6. Стоящий на эскалаторе человек поднимается за $t_1 = 2$ мин, а бегущий по эскалатору — за $t_2 = 40$ с. За какое время t_3 этот человек поднимется по *неподвижному* эскалатору?

1 мин. ***Решение.*** Обозначим длину эскалатора s, его скорость v, скорость идущего человека относительно эскалатора u. Тогда $v = s/t_1$, $v + u = s/t_2$. Движение человека по неподвижному эскалатору займет время $t_3 = \dfrac{s}{u} = \dfrac{s}{s/t_2 - s/t_1} = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 - t_2}$. Задачу можно решить и иначе: стоящий на эскалаторе человек за 1 мин перемещается на половину длины эскалатора, а бегущий — перемещается на полторы длины эскалатора. Следовательно, идущий по неподвижному эскалатору человек за 1 мин перемещается как раз на длину эскалатора.

32.7. Мешает или помогает течение переплыть реку за кратчайшее время? По кратчайшему пути? Считайте, что ширина реки и скорость течения всюду одинаковы.



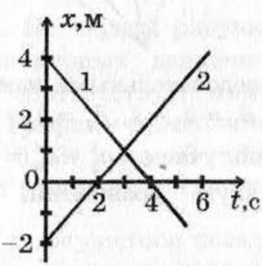
Решение. Если держать курс под прямым углом к берегу (т. е. если скорость пловца *относительно воды* направлена перпендикулярно берегу), то пловца будет сносить вниз по течению. Поскольку течение не приближает пловца к противоположному берегу и не удаляет от него, кратчайшее время переправы не зависит от скорости течения. А вот для переправы по кратчайшему *пути* следует держать курс вверх по течению, чтобы скорость *относительно берега* $\vec{v} = \vec{v}_{пл} + \vec{v}_т$ была перпендикулярна берегу.

Поскольку $v < v_{пл}$ (см. рисунок), течение *мешает* переплыть реку по кратчайшему пути. При $v_{пл} < v_{т}$ такая переправа невозможна.

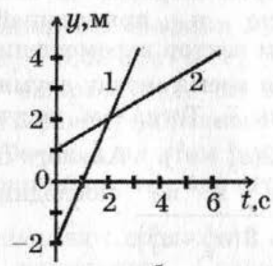
32.8. Как можно по следам дождевых капель на боковых стеклах автомобиля найти скорость падения этих капель, если ветра нет?

Указание. По следам капель можно найти *направление* скорости капель *относительно автомобиля*; скорость же автомобиля относительно земли показывает спидометр.

32.9. Два тела движутся в плоскости XOY. На рис. *а* и *б* приведены графики, описывающие их движения. Опишите движения тел, нарисуйте траектории их движений. Пересекаются ли траектории? Встречаются ли тела 1 и 2?

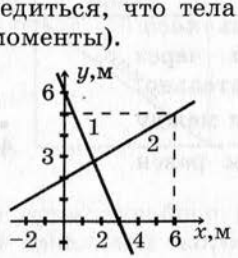


а



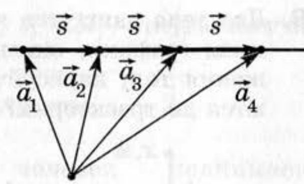
б

Решение. Как видно из приведенных графиков, оба тела движутся прямолинейно и равномерно. Для первого тела: $x_{01} = 4$ м, $y_{01} = -2$ м, $v_{x1} = -1$ м/с, $v_{y1} = 2$ м/с; для второго тела: $x_{02} = -2$ м, $y_{02} = 1$ м, $v_{x2} = 1$ м/с, $v_{y2} = 0{,}5$ м/с. Уравнения зависимости координат от времени имеют вид $x_1 = 4 - t$, $y_1 = -2 + 2t$ и $x_2 = -2 + t$, $y_2 = 1 + 0{,}5t$. Исключая из этих соотношений время, получаем уравнения для траекторий: $y_1 = 6 - 2x_1$, $y_2 = 2 + 0{,}5x_2$. Траектории движений показаны на рисунке (их можно построить и без уравнений, определив по графикам положение каждого из тел в два *произвольные* момента времени). Траектории пересекаются, однако тела не встречаются (легко убедиться, что тела проходят точку пересечения в различные моменты).



ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-118. Два корабля движутся равномерно и прямолинейно с различными скоростями. Локатор, установленный на одном из кораблей, определяет расстояние a между ними через равные промежутки времени. При трех последовательных измерениях получены следующие значения: $a_1 = 5{,}2$ км, $a_2 = 4{,}8$ км, $a_3 = 5{,}4$ км. Каким будет результат следующего измерения?



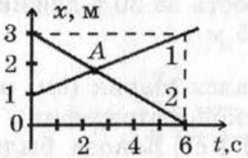
6,7 км. ***Решение.*** Перейдем в систему отсчета, связанную с одним из кораблей. В этой системе отсчета второй корабль движется равномерно и прямолинейно. Обозначим вектор перемещения корабля за время между двумя последовательными измерениями расстояния $\vec{s}$. Тогда (см. рисунок) $\vec{a}_1 = \vec{a}_2 - \vec{s}$, $\vec{a}_3 = \vec{a}_2 + \vec{s}$, откуда $a_1^2 + a_3^2 = 2(a_2^2 + s^2)$. Аналогично получаем $a_2^2 + a_4^2 = 2(a_3^2 + s^2)$. Исключая s из последних двух уравнений, находим $a_4 = \sqrt{a_1^2 + 3\left(a_3^2 - a_2^2\right)}$.

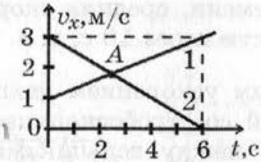
О-119. Мальчик, который может плыть со скоростью, вдвое меньшей скорости течения реки, хочет переплыть эту реку так, чтобы его как можно меньше снесло вниз по течению. Под каким углом к берегу он должен плыть?

60°. ***Решение.*** Обозначим скорость течения $\vec{v}$, а скорость мальчика относительно воды $\vec{u}$ (согласно условию $v = 2u$). Тогда скорость мальчика относительно берега равна $\vec{v} + \vec{u}$. Мальчик должен плыть так, чтобы угол α между этой скоростью и скоростью $\vec{v}$ был как можно больше. Вектор $\vec{u}$ представляет собой один из радиусов показанной на рисунке окружности. Угол α принимает максимально возможное значение, когда скорость $\vec{v} + \vec{u}$ направлена вдоль *касательной*, проведенной через точку A. Следовательно, $\alpha = \arcsin\left(u / v\right)$, а угол между вектором $\vec{u}$ и берегом равен $\arccos\left(u / v\right)$.

33. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОУСКОРЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

33.1. По графикам $x(t)$ и $v_x(t)$ (см. рисунки) опишите движения. Чему соответствуют точки A на каждом из рисунков? Запишите формулы $v_x(t)$ для каждого из движений.

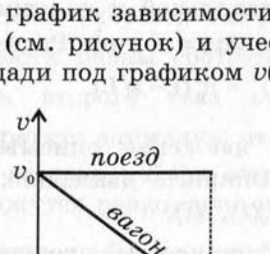




Решение. На первом рисунке приведены графики прямолинейных равномерных движений ($v_x = 0{,}33$ м/с и $v_x = -0{,}5$ м/с). Точка A соответствует моменту *встречи* тел. На втором рисунке — графики прямолинейных равноускоренных движений ($v_x = 1 + 0{,}33t$ и $v_x = 3 - 0{,}5t$). Точка A на этом рисунке соответствует моменту, когда *скорости* обоих тел одинаковы.

33.2. От движущегося поезда отцепляют последний вагон, при этом скорость поезда не изменяется. Сравните пути, пройденные поездом и вагоном к моменту остановки вагона. Ускорение вагона считайте постоянным.

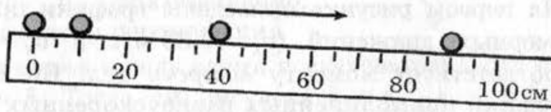
Поезд пройдет вдвое большее расстояние. ***Решение.*** Пусть скорость поезда v_0, время движения вагона t. Тогда поезд до остановки вагона пройдет путь $s_п = v_0t$. Средняя скорость движения вагона за это время $v_{ср} = v_0/2$, поэтому пройденный вагоном путь вдвое меньше. Этот результат становится очевидным, если построить график зависимости скорости от времени для поезда и вагона (см. рисунок) и учесть, что перемещение численно равно площади под графиком $v(t)$.



33.3. Тело совершает прямолинейное равноускоренное движение с некоторой начальной скоростью. Каково перемещение тела за 20 с, если его скорость через 10 с после начального момента равна 5 м/с?

100 м. ***Решение.*** По приведенным в условии данным нельзя найти ни начальную скорость, ни ускорение тела. Однако это не мешает ответить на поставленный вопрос. Перемещение равно произведению средней скорости на время движения. Поскольку скорость равноускоренного движения *линейно* зависит от времени, средняя скорость за 20 с движения как раз равна скорости через 10 с, т. е. 5 м/с.

33.4. С каким ускорением двигался шарик (см. рисунок, сделанный со стробоскопической фотографии), если промежуток между вспышками 1 с? Какова была начальная скорость шарика?



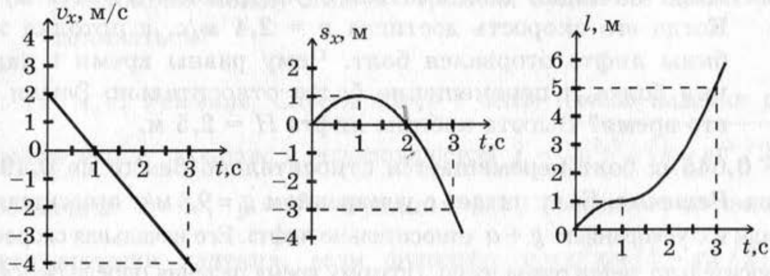
20 см/с^2, начальная скорость равна нулю. ***Решение.*** Заметим, что перемещение шарика пропорционально *квадрату* времени. Следовательно, начальная скорость движения равна нулю. Чтобы найти ускорение a, можно, например, подставить в формулу $s = at^2/2$ значения s = 90 см и t = 3 с.

33.5. Самолет касается посадочной полосы при скорости v_0 = 60 м/с и останавливается, пробежав L = 1800 м. Какова скорость v самолета, когда он пробежал по полосе s = 450 м?

52 м/с. ***Решение.*** Воспользуемся формулами, связывающими перемещение тела с начальной и конечной скоростью движения: $-2aL = 0 - v_0^2$ и $-2as = v^2 - v_0^2$. Разделив вторую формулу на первую, получим $v^2 = v_0^2(1 - s/L)$.

33.6. Прямолинейное движение описывается формулой $x = -4 + 2t - t^2$. Опишите движение, постройте для него графики $v_x(t)$, $s_x(t)$, $l(t)$.

Решение. Поскольку формула $x(t)$ представляет собой частный случай общей формулы $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$, движение является прямолинейным равноускоренным, причем x_0 = −4 м, v_{0x} = 2 м/с, a_x = −2 м/с^2. Таким образом, за первую секунду скорость тела уменьшилась от 2 м/с до нуля, а затем тело двигалось в отрицательном направлении оси OX, причем модуль его скорости увеличивался. Зависимости скорости и перемещения от времени задаются формулами $v_x = v_{0x} + a_x t = 2 - 2t$, $s_x = x - x_0 = 2t - t^2$. Графики этих зависимостей приведены на рисунке. Для построения графика $l(t)$ удобнее воспользоваться не формулой, а уже построенным графиком $s_x(t)$.



Следует учесть, что при движении в сторону, противоположную оси OX (когда $s_x < 0$), путь положителен, причем $l = |s_x|$. Другими словами, зависимость $l(t)$ неубывающая. Чтобы получить из графика $s_x(t)$ график $l(t)$, нужно симметрично отразить отрезок графика при $t > 1$ с вверх.

34. СВОБОДНОЕ ПАДЕНИЕ

34.1. Докажите, что при свободном падении тел вблизи поверхности Земли их относительная скорость постоянна.

Решение. Если начальные скорости тел равны $\vec{v}_0$ и $\vec{u}_0$, то через время t их скорости равны соответственно $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ и $\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{g}t$. Скорость второго тела относительно первого $\vec{v}_{отн} = \vec{u} - \vec{v} = \vec{u}_0 - \vec{v}_0$. Обратите внимание: относительная скорость двух тел *не зависит от времени*! Это значит, что друг относительно друга тела движутся равномерно и прямолинейно.

34.2. Через сколько секунд мяч будет на высоте 25 м, если его бросить вертикально вверх с начальной скоростью 30 м/с?

1с, 5с. ***Решение.*** Запишем уравнение для перемещения мяча: $h = v_0 t - \dfrac{gt^2}{2}$. Подставляя числовые значения, получаем

$25 = 30t - \frac{10t^2}{2}$, или $5 = 6t - t^2$. Отсюда: $t^2 - 6t + 5 = 0$. Решая данное квадратное уравнение, получаем два корня: $t_1 = 1$ с и $t_2 = 5$ с. Смысл двух ответов заключается в том, что мяч на высоте 25 м побывал дважды: при подъеме и при падении.

34.3. Лифт начинает подниматься с ускорением $a = 2{,}2$ м/с^2. Когда его скорость достигла $v = 2{,}4$ м/с, с потолка кабины лифта оторвался болт. Чему равны время t падения болта и перемещение болта относительно Земли за это время? Высота кабины лифта $H = 2{,}5$ м.

$t = 0{,}645$ с; болт перемещается относительно Земли на 0,49 м вниз. ***Решение***. Болт падает с ускорением $g = 9{,}8$ м/с^2 относительно Земли и с ускорением $g + a$ относительно лифта. Его начальная скорость относительно лифта равна нулю. Поэтому время падения определяется из уравнения $H = \frac{(g+a)\cdot t^2}{2}$ и составляет $t = \sqrt{\frac{2H}{g+a}} = 0{,}645$ с. Чтобы определить перемещение болта относительно Земли, надо просто учесть, что в начальный момент падения болта его скорость направлена вверх и равна v. Поэтому за время падения болт переместится относительно Земли на $s = vt - \frac{gt^2}{2} = -0{,}49$ м. Поскольку $s < 0$, вектор перемещения направлен вниз.

34.4. Одно тело свободно падает с высоты h_1; одновременно с ним другое тело начинает движение с большей высоты h_2. Какой должна быть начальная скорость v_0 второго тела, чтобы оба тела упали одновременно?

Решение. Запишем уравнения для перемещения первого и второго тел к моменту падения: $h_1 = \frac{gt^2}{2}$ и $h_2 = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$ (оба тела двигались одинаковое время). Из первого равенства получим $t = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ и подставим во второе: $h_2 = v_0\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + \frac{g}{2}\cdot\frac{2h_1}{g} = v_0\sqrt{\frac{2h_1}{g}} + h_1$. Отсюда $h_2 - h_1 = v_0\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$. Окончательно получаем: $v_0 = (h_2 - h_1)\sqrt{\frac{g}{2h_1}}$.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-120. Из окна, расположенного на высоте 30 м, начинает падать без начальной скорости тяжелый цветочный горшок. В этот момент точно под окном проезжает велосипедист. При какой скорости движения велосипедиста расстояние между ним и горшком будет *все время* увеличиваться?

$v > 17$ м/с. ***Решение.*** Спустя время t после начала падения расстояние между горшком и велосипедистом $L = \sqrt{v^2t^2 + \left(h - gt^2/2\right)^2}$. Обозначим: $x = t^2$, $y = L^2$. Функция $L(t)$ возрастает в течение всего времени падения, если функция $y = v^2x + \left(h - gx/2\right)^2 = g^2x^2/4 + \left(v^2 - gh\right)x + h^2$ возрастает при $0 \le x \le 2h/g$. Для этого необходимо и достаточно, чтобы абсцисса вершины соответствующей параболы была отрицательна, т.е. $v > \sqrt{gh}$.

О-121. Мяч брошен вертикально вверх. На высоте h он побывал дважды с интервалом времени Δt. Определите начальную скорость бросания мяча.

$v_0 = \sqrt{8gh + \dfrac{g^2t^2}{2}}$. ***Решение.*** Запишем уравнения движения для моментов времени t и $t+\Delta t$: $h = v_0t - \dfrac{gt^2}{2}$, $h = v_0\left(t + \Delta t\right) - \dfrac{g\left(t + \Delta t\right)^2}{2}$. Решая совместно эти уравнения, находим $v_0t - \dfrac{gt^2}{2} = v_0t + v_0\Delta t - \dfrac{gt^2}{2} - gt\Delta t - \dfrac{g\Delta t^2}{2}$, откуда $t = \dfrac{2v_0 - g\Delta t}{2g}$. Подставим это выражение в уравнение движения для момента времени t: $h = v_0\dfrac{2v_0 - g\Delta t}{2g} - \dfrac{g}{2}\left(\dfrac{2v_0 - g\Delta t}{2g}\right)^2 = \dfrac{4v_0^2 - g^2\Delta t^2}{8g}$, откуда $v_0 = \sqrt{8gh + \dfrac{g^2t^2}{2}}$.

35. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

35.1. Можно ли инерциальную систему отсчета связать с каким-либо реальным телом?

Решение. Система отсчета, связанная с любым реальным телом, может быть инерциальной только *приближенно*, потому что любое реальное тело подвержено воздействию других тел. Поэтому понятие инерциальной системы отсчета является *научной идеализацией*.

35.2. Можно ли считать систему отсчета «Земля» инерциальной?

Решение. Для расчета практически всех движений вблизи земной поверхности (автомобилей, самолетов и т.п.) можно в качестве инерциальной выбирать систему отсчета «Земля». Однако при рассмотрении, например, движения планет считать эту систему отсчета инерциальной нельзя по двум причинам: а) Земля *вращается* вокруг своей оси; б) Земля движется вокруг Солнца по *криволинейной* траектории.

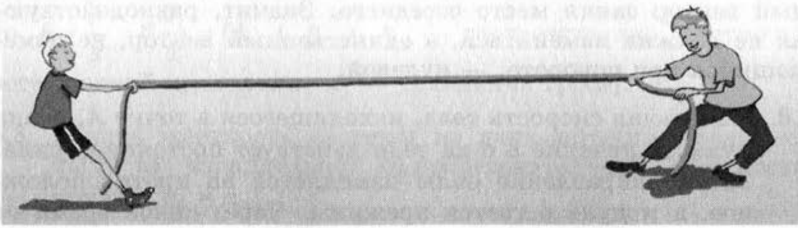
35.3. Можно ли назвать полет всадника через голову споткнувшейся лошади движением по инерции?

Можно. ***Решение.*** Всадник летит не прямолинейно и не равномерно, но его движение в значительной степени обусловлено сохранением той скорости, которая была у него перед тем, как лошадь споткнулась.

35.4. «Я стал рядом с огромнейшей пушкой... и когда из пушки вылетело ядро, я вскочил на него верхом и лихо понесся вперед... мимо меня пролетело встречное ядро... я пересел на него и как ни в чем не бывало помчался обратно» (Э. Распе. «Приключения барона Мюнхгаузена»). Почему такое путешествие на ядре невозможно?

Решение. При пересадке с ядра на ядро Мюнхгаузен испытал бы большое изменение скорости за малый промежуток времени, т.е. получил бы огромное ускорение. Организм человека не был бы в состоянии перенести перегрузки, вызываемые такими изменениями скорости.

35.5. Двое соперников, перетягивающих канат, прикладывают к нему равные по модулю силы. а) Какова равнодействующая этих сил? б) Канат порвался, когда оба соперника тянули его с силами по 400 Н. Можно ли поднимать на таком канате груз массой 60 кг?

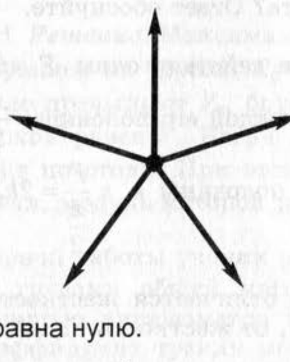


а) 0; б) нельзя. ***Решение.*** б) Заметим, что сила натяжения каната не изменится, если один из соперников просто привяжет «свой» конец каната к дереву, а другой будет продолжать тянуть канат с прежней силой. Ведь согласно третьему закону Ньютона дерево будет действовать на канат с такой же по модулю силой, с какой канат действует на дерево. Другими словами, дерево прекрасно «заменит» одного из соперников. Значит, сила натяжения каната такая же, как если бы к нему просто подвесили груз весом 400 Н. Если же подвесить к канату груз массой 60 кг (он весит почти 600 Н), канат порвется.

35.6. Может ли разорвать канат (см. предыдущую задачу) *один* человек, прикладывающий силу 400 Н?

Решение. Может (например, привязав другой конец каната к дереву).

35.7. Найдите равнодействующую одинаковых по модулю сил (см. рисунок), если все углы между «соседними» силами одинаковы.



Равнодействующая равна нулю.

Решение. Обозначим равнодействующую всех сил $\bar{R}$. Если всю систему сил повернуть на угол $2\pi/n$ (например, по часовой стрелке), то на этот же угол повернется и вектор $\bar{R}$. Однако при таком повороте *система* сил осталась той же: просто каждый вектор занял место соседнего. Значит, равнодействующая не должна измениться, а единственный вектор, не изменяющийся при повороте, — нулевой.

35.8. Начальная скорость тела, находящегося в точке A, равна нулю. В течение 8 с на тело действует постоянная сила. Затем направление силы изменяется на противоположное, а модуль остается прежним. Через какое время от начала движения тело вернется в точку A?

27 с. ***Решение.*** Если тело в течение времени t_1 двигалось с ускорением a, то оно не только совершило перемещение $at_1^2/2$, но и приобрело скорость $v_1 = at_1$. После изменения направления ускорения тело, двигаясь *с начальной скоростью* v_1, должно за некоторое время t совершить противоположное перемещение: $v_1 t - at^2/2 = -at_1^2/2$. Это соотношение приводит к уравнению $t^2 - 2tt_1 - t_1^2 = 0$, откуда $t = (1 + \sqrt{2})t_1$. Полное время движения $t_0 = t_1 + t = (2 + \sqrt{2})t_1$.

36. СИЛА УПРУГОСТИ. СИЛА ТРЕНИЯ

36.1. Жесткость резинового жгута k. Какова жесткость половины этого жгута? Ответ обоснуйте.

$2k$. ***Решение.*** Если при действии силы F удлинение жгута равно x, то удлинение каждой его половины $\frac{x}{2}$. Жесткость жгута $k = \frac{F}{x}$, жесткость его половины $k_1 = \frac{F}{\frac{x}{2}} = 2k$.

36.2. Во сколько раз отличается жесткость троса, свитого из шести проволок, от жесткости одной проволоки?

Жесткость троса в шесть раз больше.

Решение. Если сила, прикладываемая к тросу, равна F, то к каждой проволоке приложены силы $F_1 = \frac{F}{6}$. Отсюда следует, что $k = \frac{F}{x} = 6\frac{F_1}{x} = 6k_1$ (k и k_1 — соответственно жесткости троса и одной проволоки, x — удлинение троса).

36.3. Какова жесткость системы из двух пружин, соединенных: а) параллельно; б) последовательно? Жесткости пружин k_1 и k_2.

а) $k = k_1 + k_2$; б) $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$.

Решение. Коэффициент жесткости упругой системы определяется из соотношения $F = kx$, где F — сила упругости, а x — модуль *общего* удлинения системы. а) При параллельном соединении пружин $x = x_1 = x_2$, $F = F_1 + F_2$. Здесь x_1, x_2 — удлинения пружин, а F_1, F_2 — создаваемые этими пружинами силы упругости. Отсюда $k = F/x = (F_1 + F_2)/x = k_1 + k_2$. б) При последовательном соединении *каждая* из пружин растягивается силой F. Полное удлинение системы $x = x_1 + x_2$, т.е. $F/k = F/k_1 + F/k_2$. Отсюда $k = k_1k_2/(k_1 + k_2)$. Заметим, что в этом случае коэффициент жесткости системы меньше, чем у любой из пружин этой системы.

36.4. Брусок массой $m = 2$ кг лежит на столе, коэффициент трения $\mu = 0{,}3$. Какая сила трения действует на брусок, если его тянут в горизонтальном направлении с силой: а) 4 Н; б) 8 Н; в) 12 Н?

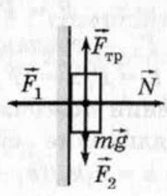
а) 4 Н; б) 5,9 Н; в) 5,9 Н. ***Решение.*** Максимальное значение силы трения покоя, действующей на брусок, $F_0 = \mu mg = 5{,}9$ Н. Пока приложенная сила F не превышает F_0, брусок покоится, а модуль силы трения *покоя* равен F. Когда F становится больше F_0, брусок скользит по столу. При этом на него действует сила трения *скольжения*, модуль которой равен F_0.

36.5. В ходе лабораторной работы ученик равномерно тянет по столу брусок с грузами общей массой $m = 300$ г, прикладывая с помощью динамометра горизонтальную силу. Найдите коэффициент трения между бруском и столом, если динамометр показывает $F = 1$ Н.

0,34. ***Решение.*** При равномерном движении бруска попарно уравновешивают друг друга силы тяжести mg и реакции опоры $\vec{N}$, силы трения скольжения $\vec{F}_{тр}$ и сила упругости $\vec{F}$, действующая со стороны пружины динамометра. Следовательно, $\mu = \frac{F_{тр}}{N} = \frac{F}{mg}$.

36.6. Стальной магнит массой $m = 100$ г «прилип» к вертикальной стальной плите, притягиваясь к ней с силой $F_1 = 10$ Н. Какую направленную вниз силу надо приложить к магниту, чтобы он скользил по плите? Коэффициент трения $\mu = 0{,}3$.

Не менее 2 Н. ***Решение.*** На рисунке показаны действующие на магнит силы. Магнит скользит по плите, если $F_2 + mg \ge F_{тр}$. Сила трения скольжения $F_{тр} = \mu N = \mu F_1$, откуда $F_2 \ge \mu F_1 - mg$.



ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-122. Почему при торможении автомобиля опасно прекращение вращения колес (такое прекращение вращения называют блокированием)?

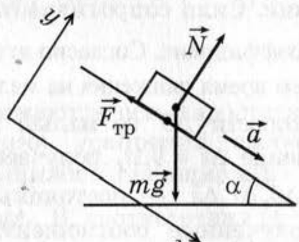
Решение. При блокировании силу трения покоя сменяет сила трения скольжения между колесами и дорогой, направление которой не изменяется при повороте передних колес (автомобиль перестает «слушаться» руля).

О-123. Почему крупные капли дождя падают быстрее мелких? (Учтите силу сопротивления воздуха).

Решение. Капли «разгоняются» до такой скорости, при которой сила сопротивления воздуха уравновешивает силу тяжести, и далее движутся равномерно. Для крупных капель сила сопротивления воздуха пропорциональна квадратам радиуса капли и скорости движения: $F_c = k_1 r^2 v^2$. Сила тяжести пропорциональна объему капли, а, следовательно, третьей степени ее радиуса: $F = k_2 r^3$. Здесь k_1 и k_2 — некоторые постоянные коэффициенты. Из условия $F_c = F$ следует, что установившаяся скорость падения капли пропорциональна квадратному корню из ее радиуса.

О-124. С каким ускорением съезжает тележка по наклонным рельсам, если уклон*) равен 0,12, а коэффициент сопротивления движению $\mu = 0{,}04$?

0,78 м/с^2. ***Решение.*** На рисунке показаны действующие на тележку силы и выбранные оси координат (такой выбор системы координат удобен, поскольку вектор ускорения и две из трех сил направлены параллельно выбранным осям). Согласно второму закону Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}$. В проекциях на оси $ma = mg\sin\alpha - F_{\text{тр}}$, $0 = -mg\cos\alpha + N$. В качестве дополнительного уравнения воспользуемся формулой $F_{\text{тр}} = \mu N$. Из полученной системы уравнений находим $a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$. Согласно условию $\sin\alpha = 0{,}12$ ($\cos\alpha = 0{,}993 \approx 1$).

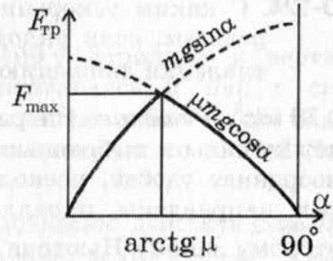


О-125. Угол α наклона плоскости постепенно увеличивают от 0 до 90°. На плоскости находится брусок массой m. Коэффициент трения равен μ. Постройте график зависимости силы трения $F_{\text{тр}}$ от угла α. Чему равно максимальное значение силы трения $F_{\max}$?

Решение. При малых углах α ящик останется в покое, а при больших углах будет соскальзывать. В первом случае действует сила трения покоя, во втором — сила трения скольжения. В первом случае $F_{\text{тр}} = mg\sin\alpha$. Этот случай реализуется при $\text{tg}\alpha \le \mu$ (заметим, что при $\text{tg}\alpha = \mu$ возможно движение с постоянной скоростью). При $\text{tg}\alpha > \mu$ тело соскальзывает с ускорением; сила трения скольжения $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$. Таким об-

*) Уклон равен синусу угла α наклона дороги к горизонту. При малых уклонах можно считать $\cos\alpha = 1$ (например, при уклоне, равном 0,1, получаем $\cos\alpha = 0{,}995 \approx 1$).

разом, получаем $F_{тр} = mg\sin\alpha$ при $\alpha \le \operatorname{arctg}\mu$ и $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$ при $\alpha > \operatorname{arctg}\mu$. График зависимости $F_{тр}(\alpha)$ см. на рисунке. Из формулы $\sin\alpha = \operatorname{tg}\alpha / \sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$ следует, что максимальное значение силы трения $F_{max} = \mu mg / \sqrt{1+\mu^2}$.



О-126. Тело, брошенное с земли вертикально вверх со скоростью v_0, упало на землю со скоростью v. Каково время t полета, если действующая на тело сила сопротивления воздуха прямо пропорциональна скорости движения?

$t = (v_0 + v)/g$. ***Решение.*** Сила сопротивления воздуха $\vec{F}_c = -k\vec{v}$, где k — постоянный коэффициент. Согласно второму закону Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g} - k\vec{v}$. Разобьем время движения на малые интервалы Δt. Поскольку изменение скорости $\Delta\vec{v}$ за малый промежуток времени равно $\vec{a}\Delta t$, а перемещение $\Delta\vec{s} = \vec{v}\Delta t$, получаем $m\Delta\vec{v} = m\vec{g}\Delta t - k\Delta\vec{s}$. Коэффициенты при $\Delta\vec{v}, \Delta t, \Delta\vec{s}$ — постоянные величины. Следовательно, сложив полученные соотношения, соответствующие каждому из малых интервалов времени, получим аналогичное соотношение для *всего* времени движения. Заменив Δt на t, $\Delta\vec{v}$ на $\vec{v} - \vec{v}_0$, а также положив $\Delta\vec{s} = 0$ (тело вернулось в начальную точку), находим $m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m\vec{g}t$, откуда получаем: $t = (v_0 + v)/g$.

О-127. Почему крупные капли дождя падают быстрее мелких?

При решении задачи следует учитывать силу сопротивления воздуха.

Решение. Капли «разгоняются» до такой скорости, при которой сила сопротивления воздуха уравновешивает силу тяжести, и далее движутся равномерно. Для крупных капель сила сопротивления воздуха пропорциональна квадратам радиуса капель и скорости движения: $F_c = k_1 r^2 v^2$. Сила тяжести пропорциональна объему капли, а, следовательно, третьей степени ее радиуса: $F = k_2 r^3$. Здесь k_1 и k_2 — некоторые постоянные коэффициенты. Из условия $F_c = F$ следует, что установившаяся скорость падения капли пропорциональна квадратному корню из ее радиуса.

37. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ. СИЛА ТЯЖЕСТИ И ВЕС ТЕЛА

37.1. Среднее расстояние между центрами Земли и Луны равно 60 земным радиусам, а масса Луны примерно в 81 раз меньше массы Земли. В какой точке отрезка, соединяющего центры Земли и Луны, космическая ракета будет притягиваться с одинаковой силой к Земле и Луне?

В точке, отстоящей на 6 земных радиусов от центра Луны.

Решение. Расстояние R_2 от космической ракеты до центра Земли равно: $R_2 = 60R - R_1$, где R — радиус Земли, а R_1 — расстояние от ракеты до центра Луны. Согласно закону всемирного тяготения: $F_л = G\dfrac{M_л m_р}{R_1^2}$, $F_з = G\dfrac{M_з m_р}{R_2^2} = G\dfrac{81M_л m_р}{(60R - R_1)^2}$. Согласно условию задачи $F_л = F_з$, поэтому $(60R - R_1)^2 = 81R_1^2$. Решая это уравнение, получаем $R_1 = 6R$.

37.2. Экипаж поднимающегося аэростата периодически проводит измерения ускорения свободного падения. На сколько уменьшилось значение g на высоте h = 6,4 км?

На 0,02 м/с^2. ***Решение.*** В соответствии с законом всемирного тяготения $mg = G\dfrac{Mm}{(R+h)^2}$, $mg_0 = G\dfrac{Mm}{R^2}$. Здесь R — радиус Земли, g_0 — ускорение свободного падения на уровне моря. Отсюда $g = \dfrac{R^2}{(R+h)^2}g_0$, и $g_0 - g = \dfrac{(R+h)^2 - R^2}{(R+h)^2}g_0 \approx \dfrac{2h}{R}g_0$ (мы воспользовались тем, что $h \ll R$).

37.3. Ракета стартует с Луны вертикально вверх с ускорением a = 20 м/с^2. Сколько весит во время старта космонавт, масса которого m = 90 кг?

1,95 кН. ***Решение.*** Сила притяжения космонавта к Луне равна $m\vec{g}_л$, где $\vec{g}_л$ — ускорение свободного падения на Луне (оно в 6 раз меньше земного). Согласно второму закону Ньютона $m\vec{a} = m\vec{g}_л + \vec{N}$, где $\vec{N}$ — сила реакции опоры. В проекции на вертикальную ось получаем, что: $ma = -mg + N$ откуда

$N = m(g_л + a)$. Согласно третьему закону Ньютона вес космонавта по модулю равен силе реакции опоры. Следовательно, $P = m(g_л + a)$.

37.4. Сравните результаты взвешивания одного и того же тела на экваторе и на полюсе, если взвешивание проводят: а) на рычажных весах; б) на пружинных весах.

Решение. а) На рычажных весах вес тела определяется в сравнении с весом эталонных тел — гирь. Так как вес тела и вес эталонных тел (гирь) одинаково изменяются при перемещении их по поверхности Земли, то показания рычажных весов на экваторе и полюсе будут одинаковы.

б) На пружинных весах вес тела определяется в сравнении с силой упругости пружины. Жесткость пружины от широты местности на поверхности Земли не зависит, поэтому показания пружинных весов будут на полюсе *больше*, чем на экваторе. Это обусловлено суточным вращением Земли и «сплюснутостью» Земли у полюсов.

37.5. Могут ли космонавты на Луне пользоваться рычажными весами? Пружинными весами? Если могут, то какие поправки потребуются к показаниям весов?

Могут. ***Решение.*** К показаниям рычажных весов поправки не нужны; показания пружинных весов следует увеличивать примерно в 6 раз.

37.6. Как изменяется вес космонавта при вертикальном взлете? При вертикальной мягкой посадке?

В обоих случаях вес космонавта увеличивается.

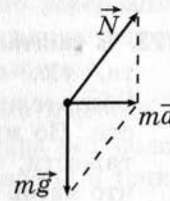
Указание. В обоих случаях ускорение космонавта направлено вверх.

37.7. Находится ли в состоянии невесомости рыба в воде?

Нет. ***Решение.*** В состоянии невесомости внутри любого тела нет внутренних напряжений, обусловленных силой тяжести (различные части тела «не давят» друг на друга). Такое состояние возникает, когда на тело действуют *только* силы тяготения (например, при свободном падении). На рыбу в воде помимо силы тяжести действует сила Архимеда (вода является для рыбы *опорой*).

37.8. Какую перегрузку испытывает водитель, если автомобиль с места набирает скорость 180 км/ч за 10 с?

Вес водителя увеличивается в 1,1 раза.



Решение. Автомобиль разгоняется с ускорением $a = 5$ м/с^2. Такое горизонтальное ускорение сообщает водителю равнодействующая силы тяжести и силы реакции опоры: $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N}$. Отсюда (см. рисунок) $N = \sqrt{(mg)^2 + (ma)^2} \approx 1{,}12mg$. Согласно третьему закону Ньютона сила реакции опоры равна по модулю весу тела. Таким образом, вес водителя увеличивается примерно в 1,1 раза.

37.9. Во сколько раз нужно было бы увеличить скорость вращения Земли вокруг своей оси, чтобы тела на экваторе весили вдвое меньше, чем на полюсе? Считайте, что форма Земли не изменилась бы.

В 12 раз. ***Решение.*** Тела на экваторе участвуют в суточном вращении Земли, при этом их центростремительное ускорение $a = \omega^2 R = 4\pi^2 R/T^2$ направлено к центру Земли и вес тела равен $m(g - a)$. Здесь ω и T — угловая скорость и период суточного вращения Земли. Согласно условию $a = g/2$, откуда $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2R}{g}}$. Подставив числовые значения, получим $T = 2$ ч. Заметим, что на самом деле форма столь быстро вращающейся планеты сильно отличалась бы от сферической (планета была бы сильно сплюснута у полюсов).

37.10. Во сколько раз уменьшилась сила притяжения космонавта к Земле, после того как стартовавший с Земли космический корабль перешел на круговую околоземную орбиту на высоте $h = 200$ км? Как изменился вес космонавта?

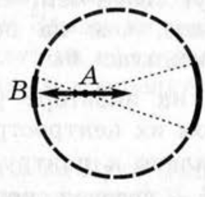
В 1,06 раза; вес уменьшился до нуля.

Решение. Согласно закону всемирного тяготения сила притяжения тела к Земле обратно пропорциональна квадрату расстояния тела от центра Земли. Поэтому после взлета и перехода на круговую орбиту сила притяжения космонавта к Земле уменьшилась в $(R + h)^2/R^2$ раз, где R — радиус Земли. Вес же космонавта уменьшился до нуля, поскольку космический корабль движется *только* под действием силы тяготения (точно так же, как любое тело при свободном падении).

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-128. В фантастическом произведении описана полая планета, т.е. сферическая оболочка постоянной толщины. Обитатели планеты жили на ее *внутренней* поверхности. По мнению автора, они испытывали действие силы тяжести, направленной от центра планеты. Докажите, что автор ошибался: внутри такой планеты совершенно не ощущалась бы сила тяжести!

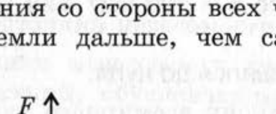
Указание. Пусть материальная точка A находится внутри сферической оболочки. Оболочку можно разбить на бесконечно тонкие сферические слои, а каждый такой слой — на пары участков в окрестности точек B и C (смотри рисунок), которые притягивают точку A с равными по модулю и противоположно направленными силами.



О-129. Известно, что при подъеме тела с поверхности Земли сила F его притяжения к Земле уменьшается. А как изменяется эта сила при погружении тела в шахту, доходящую до центра Земли? Постройте график зависимости $F(r)$ для тела массой m, где r — расстояние тела от центра Земли. Считайте Землю однородным шаром.

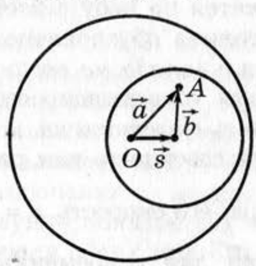
При погружении сила притяжения к Земле также уменьшается (см. рисунок, где R — радиус Земли).

Указание. Можно считать, что находящееся в шахте тело не испытывает притяжения со стороны всех частей Земли, находящихся от центра Земли дальше, чем само тело (см. задачу О-128).



О-130. Планета представляет собой однородный шар, в котором имеется сферическая полость. Докажите, что во всех точках внутри полости ускорение свободного падения одинаково. Найдите модуль и направление этого ускорения, если радиус планеты R, ее плотность ρ, а радиус полости r. Расстояние между центрами планеты и полости s.

Решение. Найдем сначала ускорение свободного падения g_1 в точке A, находящейся внутри однородного шара без полости. Пусть $\vec{a}$ — вектор, проведенный из центра шара O в точку A. Тогда из соотношения $mg_1 = G\dfrac{4\pi a^3 \cdot \rho \cdot m}{3 \cdot a^2}$ получаем $g_1 = \dfrac{4}{3}\pi G\rho a$ (см. задачу О-129). В векторном виде это соотношение можно записать так: $\vec{g}_1 = -\dfrac{4}{3}\pi G\rho \vec{a}$. Рассмотрим теперь точку A, находящуюся внутри полости (см. рисунок).



Если заполнить полость так, чтобы получился однородный сплошной шар, то к ускорению свободного падения $\vec{g}$ «прибавится» ускорение $\vec{g}_2 = -\dfrac{4}{3}\pi G\rho \vec{b}$, в результате чего получим как раз ускорение g_1. Следовательно, $\vec{g} = \vec{g}_1 - \vec{g}_2 = -\dfrac{4}{3}\pi G\rho \left(\vec{a} - \vec{b}\right) = -\dfrac{4}{3}\pi G\rho \vec{s}$. Таким образом, во всех точках полости ускорение свободного падения действительно одинаково по модулю и направлению. Оно не зависит от радиусов планеты и полости; при $s = 0$ это ускорение всюду в полости равно нулю (ср. с задачей О-128).

38. ИСКУССТВЕННЫЕ СПУТНИКИ ЗЕМЛИ

38.1. Можно ли запустить спутник так, чтобы он все время находился над одним и тем же пунктом Земли?

Решение. Это возможно, если период вращения спутника равен периоду вращения Земли вокруг своей оси, а плоскость его орбиты совпадает с плоскостью земного экватора.

38.2. При движении по круговой орбите спутник движется с ускорением свободного падения. Как бы вы ответили в связи с этим на вопрос: падает спутник или не падает?

Решение. Если «падением» называть движение с ускорением свободного падения, то спутник падает.

38.3. С какой скоростью должен лететь самолет вдоль экватора, чтобы пассажиры наблюдали «вечный полдень» (т. е. чтобы Солнце для них стояло все время в зените)? Радиус земли R примите равным 6400 км.

Решение. Солнце движется по небу с востока на запад. Это наблюдаемое движение солнца обусловлено суточным вращением Земли вокруг своей оси *с запада на восток*. Один оборот Земля совершает за 24 ч. Чтобы «скомпенсировать» это движение Земли, самолет должен лететь *с востока на запад* с такой скоростью, чтобы один облет Земли совершить как раз за сутки. Если самолет летит вдоль экватора, его скорость $v = \dfrac{2\pi R}{T} = 1670$ км/ч. Такая скорость возможна для современных самолетов. Можно сказать, что Земля в своем суточном вращении как бы «проворачивается» под самолетом, над которым «зависло» Солнце.

38.4. Высота спутника над поверхностью Земли $h = 2000$ км. Определите его скорость и период обращения.

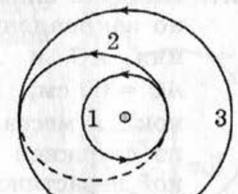
6,7 км/с; $7{,}9 \cdot 10^3$ с. ***Решение.*** Движение по круговой орбите происходит под действием только силы тяготения со стороны Земли: $F = G\dfrac{M_з m_с}{(R_з + h)^2}$. Запишем для спутника второй закон Ньютона $F = ma_ц = m\dfrac{v^2}{R_з + h}$. С учетом этого, получаем: $G\dfrac{M_з m}{(R_з + h)^2} = m\dfrac{v^2}{R_з + h}$, откуда $v^2 = G\dfrac{M_з}{R_з + h}$. Умножая числитель и знаменатель правой части последнего уравнения на R^2, получаем: $v^2 = G\dfrac{M_з}{R_з^{\,2}}\dfrac{R_з^{\,2}}{R_з + h} = g_0\dfrac{R_з^{\,2}}{R_з + h}$, где $g_0 = G\dfrac{M_з}{R_з^{\,2}}$ — ускорение свободного падения у поверхности Земли. Следовательно, $v = R_З\sqrt{\dfrac{g_0}{R_З + h}} \approx 6{,}7$ (км/с).

Период обращения спутника по круговой орбите радиусом $R_З + h$ находим по формуле $T = \dfrac{2\pi(R_З + h)}{v}$. Отсюда получаем $T \approx 7{,}9 \cdot 10^3$ с.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

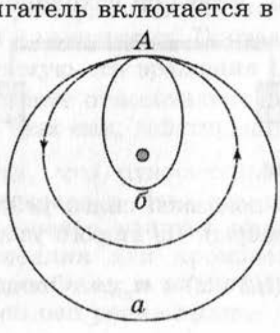
О-131. С помощью какого маневра космический корабль, обращающийся вокруг Земли, может перейти с одной круговой орбиты на другую?

Решение. Для перехода с одной круговой орбиты на другую нужны два кратковременных включения двигателей. После первого включения корабль переходит с круговой орбиты 1 на эллиптическую орбиту 2, после второго включения — на круговую орбиту 3. На рисунке показан случай, когда эллипс 2 *касается* обеих круговых траекторий, причем корабль переходит на более высокую орбиту. В этом случае сила тяги двигателя при обоих включениях направлена в сторону движения космического корабля.



О-132. Двигатель космического корабля, движущегося вокруг Земли по круговой орбите, включается на короткое время. Нарисуйте примерный вид орбиты, на которую перейдет корабль, если сопло двигателя в момент включения было направлено: а) назад; б) вперед.

Решение. См. рисунок (штриховой линией показана исходная круговая орбита, двигатель включается в точке A).

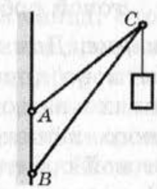


О-133. Может ли космический корабль облететь Землю за полчаса? Если может, то куда должно быть направлено сопло реактивного двигателя?

Решение. Может (в принципе), если во время полета будет работать двигатель, сопло которого направлено в противоположную от Земли сторону (при большей скорости движения по круговой орбите космическому кораблю необходимо сообщать большее центростремительное ускорение). Однако для этого потребовались бы огромные дополнительные запасы топлива.

39. МОМЕНТ СИЛЫ. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ

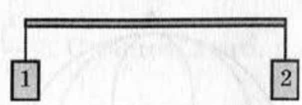
39.1. Найдите силы упругости в шарнирно закрепленных невесомых стержнях AC и BC, если $AB = 30$ см, $AC = 60$ см, $BC = 80$ см (см. рисунок), а масса груза $m = 5$ кг. Какой из стержней можно заменить прочной нерастяжимой нитью?



Сила упругости в стержне AC равна 98 Н, в стержне BC — 130 Н. Нитью можно заменить стержень AC.

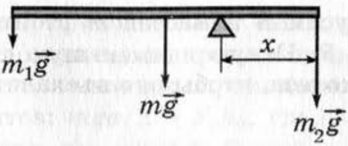
Указание. Равнодействующая трех сил (веса груза и сил упругости двух стержней), приложенных к точке C, равна нулю. Следовательно, из векторов этих сил можно построить треугольник. Воспользуйтесь тем, что этот треугольник подобен треугольнику ABC.

39.2. К стержню длиной $l = 80$ см и массой $m = 6$ кг подвешены два груза: к левому концу — массой $m_1 = 2$ кг, а к правому — массой $m_2 = 8$ кг (см. рисунок). В какой точке надо опереть стержень, чтобы он находился в равновесии?



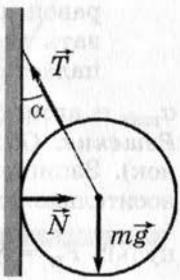
В 25 см от правого края.

Решение. На рисунке показаны силы, действующие на стержень (кроме силы реакции опоры). Из второго условия равновесия следует, что $m_1g(l - x) + mg(l/2 - x) = m_2gx$. Отсюда $x = l\dfrac{m_1 + m/2}{m_1 + m_2 + m}$.



39.3. Однородный шар массой m и радиусом R подвешен на нити, конец которой закреплен на гладкой вертикальной стене. Найдите силу T натяжения нити и силу F давления шара на стену, если длина нити l.

$$T = \frac{mg(l+R)}{\sqrt{l(l+2R)}},\ F = \frac{mgR}{\sqrt{l(l+2R)}}.$$



Указание. Из правила моментов следует, что линии действия всех трех приложенных к шару сил пересекаются в центре шара (см. рисунок). Следовательно, нить образует со стеной такой угол α, что $\sin\alpha = R/(l+R)$.

39.4. В двух вершинах треугольника помещены шарики массой m каждый. В третьей вершине помещен шарик массой $2m$. Где находится центр масс системы?

В середине медианы, проведенной из третьей вершины.

Решение. Первые два шарика можно мысленно заменить одним, имеющим массу $2m$ и расположенным посередине между ними. Центр масс системы находится в середине медианы, соединяющей этот шарик с третьим, имеющим такую же массу.

39.5. Горизонтальный рычаг, к концам которого подвешены два груза, находится в равновесии. Проведем через *любую* точку рычага воображаемую ось вращения O_1 параллельно реальной оси O. Вычислите относительно оси O_1 алгебраическую сумму моментов всех сил, действующих на рычаг.

Указание. Если учесть, что относительно оси вращения O_1 вращающий момент создает и сила реакции опоры, получим: суммарный момент остается равным нулю. Можно доказать, что этот вывод справедлив для произвольной системы сил, действующих на твердое тело: в равновесии сумма их моментов относительно *любой* оси равна нулю.

39.6. Колесо радиусом R и массой m стоит перед ступенькой высотой $h < R$. Какую наименьшую силу F надо приложить к оси колеса, чтобы оно въехало на ступеньку?

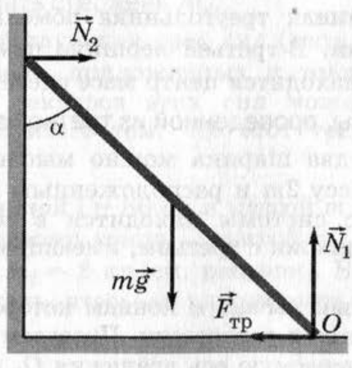
$$F = mg\frac{\sqrt{h(2R-h)}}{R}.$$

Указание. Въезжая на ступеньку, колесо поворачивается вокруг оси, проходящей через точку соприкосновения со ступенькой; «выгоднее» всего направить силу так, чтобы ее плечо относительно этой оси было наибольшим.

39.7. Лестница опирается на гладкую вертикальную стену. Коэффициент трения между ножками лестницы и полом равен μ. Какой наибольший угол α_{max} может образовывать лестница со стеной? Центр тяжести лестницы совпадает с ее серединой.

$\alpha_{max} = \mathrm{arctg}\,(2\mu)$.

Решение. Обозначим массу лестницы m, а длину l (см. рисунок). Запишем условия равновесия, вычисляя моменты сил относительно точки O (при этом моменты двух сил обращаются в нуль): $F_{тр} = N_2$, $N_1 = mg$, $mg\frac{l}{2}\sin\alpha - N_2 l\cos\alpha = 0$. Поскольку $F_{тр} \le \mu N_1$, получаем $\mathrm{tg}\,\alpha \le 2\mu$.



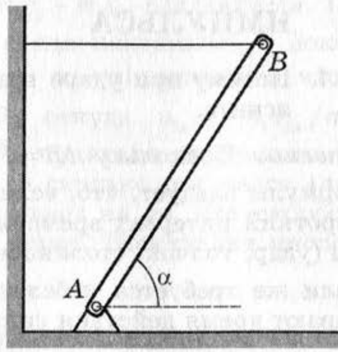
39.8. Высокий прямоугольный однородный брусок с квадратным основанием стоит на горизонтальной поверхности. Как найти коэффициент трения между бруском и поверхностью, располагая только линейкой?

Решение. Приложим горизонтальную силу к боковой поверхности бруска вблизи его основания и будем постепенно эту силу увеличивать. Когда сила достигнет значения $F_0 = \mu mg$, брусок начнет скользить по поверхности. Если же высота h

точки приложения горизонтальной силы достаточно велика, брусок будет не скользить, а опрокидываться. Высоту h_0, при которой скольжение сменяется опрокидыванием, можно найти из правила моментов: $mga/2 = F_0 h_0$, где a — сторона основания бруска. Отсюда $\mu = a/(2h_0)$. Такой способ измерения μ применим, если высота бруска достаточно велика.

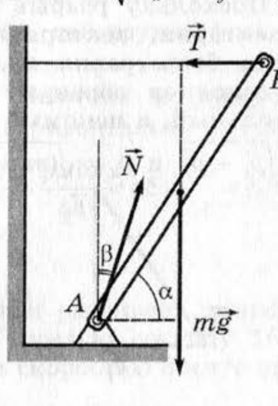
ОЛИМПИАДНАЯ ЗАДАЧА

О-134. Тонкий однородный стержень укреплен на шарнире в точке A и удерживается в равновесии горизонтальной нитью (см. рисунок). Масса стержня $m = 1$ кг, угол его наклона к горизонту $\alpha = 45°$. Найдите модуль и направление силы $\vec{N}$ реакции шарнира.



$N = 11$ Н; сила $\vec{N}$ образует с вертикалью угол $\beta = 27°$.

Решение. На рисунке показаны действующие на стержень силы (направление искомой силы $\vec{N}$ указано ориентировочно). Приравняв нулю алгебраическую сумму моментов сил относительно точки A, получим $T \cdot AB\sin\alpha - mg\dfrac{AB}{2}\cos\alpha = 0$. Отсюда $T = \dfrac{mg}{2}\text{ctg}\alpha$. Из равенства нулю равнодействующей всех трех сил следует: $N_x = T$, $N_y = mg$. Тогда $N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2} = \dfrac{mg}{2}\sqrt{4 + \text{ctg}^2\alpha} = 11$ Н.



Угол β, образованный силой $\vec{N}$ с вертикалью, находим из соотношения $\mathrm{tg}\beta = \dfrac{N_x}{N_y} = \dfrac{\mathrm{ctg}\alpha}{2}$; отсюда $\beta = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{\mathrm{ctg}\alpha}{2}\right) = 27°$.

Обратите внимание, что линии действия всех трех сил пересекаются в одной точке: как следует из правила моментов, это необходимое условие равновесия твердого тела.

40. ИМПУЛЬС. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСА

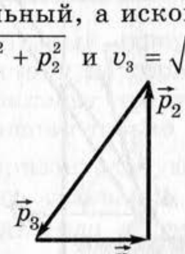
40.1. Почему при ударе возникают большие силы? Ответ объясните.

Решение. Поскольку $\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t$, получаем $\vec{F} = \Delta\vec{p}/\Delta t$. Из этой формулы следует, что, если импульс тела изменяется за очень короткий интервал времени, при этом возникают большие силы (удар, толчок, столкновение).

Если же требуется избежать чрезмерно больших сил, увеличивают время действия силы.

40.2. Снаряд, выпущенный вертикально вверх, разорвался в верхней точке траектории. Первый осколок массой 1 кг приобрел скорость 400 м/с, направленную горизонтально. Второй осколок массой 1,5 кг полетел вверх со скоростью 200 м/с. Какова скорость третьего осколка, если его масса равна 2 кг?

250 м/с. ***Решение.*** Взрывающийся снаряд можно считать замкнутой системой, потому, что сила тяжести намного меньше, чем сила давления пороховых газов, разрывающих снаряд на осколки. Значит, можно использовать закон сохранения импульса. Поскольку разрыв снаряда произошел в верхней точке траектории, векторная сумма импульсов всех осколков должна быть равна нулю. Следовательно, векторы импульсов осколков образуют треугольник; этот треугольник прямоугольный, а искомый вектор — его гипотенуза. Отсюда $p_3 = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$ и $v_3 = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}\,/m_3$.



40.3. Двое приятелей массами $m_1 = 60$ кг и $m_2 = 30$ кг соревнуются в перетягивании каната, стоя на легких тележках. Какова скорость второго приятеля в тот момент, когда скорость первого $v_1 = 1$ м/с? В начальный момент приятели находились в покое.

Решение. Силы, действующие на приятелей со стороны других тел (сила тяжести и сила реакции пола), компенсируют друг друга, а трением между колесами и полом можно пренебречь. Следовательно, сумма импульсов $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ сохраняется. Поскольку в начальный момент приятели находились в покое, $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0$. В проекциях на ось x, направленную вдоль каната, получаем $m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = 0$, откуда $v_{2x} = -m_1 v_{1x} / m_2$. Таким образом, скорость «легкого» приятеля во столько же раз больше скорости «тяжелого», во сколько раз масса «легкого» меньше. Знак «минус» указывает на то, что скорости направлены противоположно друг другу. Подставляя численные данные, получаем $v_2 = 2$ м/с.

40.4. К стене прикреплен шланг с насадкой, изогнутой под прямым углом (см. рисунок). Из шланга вытекает вода со скоростью $v = 10$ м/с. Найдите горизонтальную составляющую силы, с которой шланг давит на стену. Площадь сечения шланга $S = 10$ см^2.

100 Н. ***Решение.*** Вода, текущая по шлангу, движется с ускорением (вектор скорости изменяет направление). Это изменение вызвано силой $\vec{N}$, действующей на шланг с водой со стороны стенки. Согласно третьему закону Ньютона $F = N_x$. Из второго закона Ньютона в импульсном виде следует (ось OX направлена горизонтально от стены):

$$N_x = \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t} = \frac{\rho V v}{\Delta t} = \frac{\rho S l v}{\Delta t} = \rho S v \frac{l}{\Delta t} = \rho S v^2.$$

Отсюда $F = \rho S v^2$.

40.5. Какую силу тяги развивает реактивный двигатель, выбрасывающий каждую секунду 10 кг продуктов сгорания топлива со скоростью 3 км/с относительно ракеты?

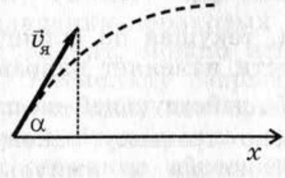
30 кН. ***Решение.*** Воспользуемся вторым законом Ньютона в импульсной форме и найдем силу, которая действует на выбрасываемые продукты сгорания топлива: $N = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{v\Delta m}{\Delta t}$. Здесь Δm — масса продуктов сгорания, выбрасываемых за время Δt. Согласно третьему закону Ньютона сила тяги (сила, с которой продукты сгорания действуют на ракету) равна по модулю найденной силе.

40.6. Из пушки массой $m_п = 200$ кг стреляют в горизонтальном направлении. Какова скорость отдачи пушки после выстрела, если ядро массой $m_я = 1$ кг вылетело со скоростью 400 м/с? Как изменится ответ, если ядро вылетело под углом 60° к горизонту?

Решение. Поскольку начальные скорости пушки и ядра равны нулю, из закона сохранения импульса получаем $m_п\vec{v}_п + m_я\vec{v}_я = 0$. Таким образом, $\vec{v}_п = -\frac{m_я\vec{v}_я}{m_п}$. Знак «минус» указывает на то, что скорость пушки направлена противоположно скорости ядра. Подставляя численные данные, получаем $v_п = 2$ м/с.

Если ядро вылетает под углом к горизонту, сохраняется только *горизонтальная проекция* суммарного импульса системы «пушка и ядро».

Направим ось x горизонтально по направлению выстрела. Тогда в проекциях на ось x получаем: $m_п v_{пx} + m_я v_{яx} = 0$, $v_{яx} = v_я \cos\alpha$.



Таким образом, $m_п v_{пx} + m_я v_я \cos\alpha = 0$, откуда находим, что $v_{пx} = -\frac{m_я v_я \cos\alpha}{m_п}$. Как и следовало ожидать, при выстреле под углом к горизонту скорость отдачи пушки меньше, чем при горизонтальном выстреле: вертикальную составляющую импульса отдачи «принимает на себя» земной шар, в который упирается пушка. Подставляя численные данные, получаем $v_п = 1$ м/с.

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-135. Деревянный брусок, движущейся вертикально, падает со скоростью $v = 3$ м/с на горизонтальную ленту транспортера, движущегося со скоростью $u = 1$ м/с. Брусок после удара не подскакивает. При каком коэффициенте трения брусок не будет проскальзывать по транспортеру?

$\mu \geq 0{,}33$. ***Решение.*** При ударе на брусок действует сила упругости $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{тр}$ (по сравнению с ними силой тяжести можно пренебречь). Если брусок массой m при этом не проскальзывает, то $m\vec{u} - m\vec{v} = \left(\vec{N} + \vec{F}_{тр}\right) \cdot \Delta t$, откуда $mu = F_{тр}\Delta t$, $mv = N\Delta t$. Таким образом, $F_{тр} / N = u / v$; следовательно, $\mu \geq u / v$.

О-136. Конькобежец массой $M = 70$ кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой $m = 3$ кг со скоростью $v = 8$ м/с относительно льда. Найдите, на какое расстояние S откатится при этом конькобежец, если $\mu = 0{,}02$.

0,3 м. ***Решение.*** На основании закона сохранения импульса можно записать: $Mu = mv$, откуда приобретенная конькобежцем скорость $u = \dfrac{m}{M}v$. Согласно второму закону Ньютона $F_{тр} = Ma$, или $\mu Mg = Ma$, откуда $a = \mu g$. С другой стороны, $a = \dfrac{u^2}{2S}$. Следовательно, $\dfrac{u^2}{2S} = \mu g$, откуда

$$S = \frac{u^2}{2\mu g} = \left(\frac{mv}{M}\right)^2 \frac{1}{2\mu g} = \frac{v^2}{2\mu g}\frac{m^2}{M^2}.$$

О-137. Ракета влетает в пылевое облако со скоростью v относительно облака. Пылинки оказались липкими: они соударялись с ракетой неупруго. Чтобы скорость движения не изменялась, пришлось включить двигатель, развивающий силу тяги F. Какая была бы нужна сила тяги для сохранения скорости, если бы: а) ракета влетела в то же облако со скоростью $2v$; б) влетела со скоростью v в другое облако, где концентрация частиц (т. е. число частиц в единице объема) в три раза больше?

а) $4F$; б) $3F$.

Решение. При неупругом столкновении с ракетой каждая пылинка приобретает ее скорость v (скорость ракеты из-за ее большой массы при одном соударении изменяется пренебрежимо мало). Если бы не работа двигателя, ракета теряла бы импульс, передавая его пылинкам. Импульс силы тяги двигателя должен компенсировать передачу импульса пылинкам за любой промежуток времени Δt: $F\Delta t = Nmv$ (здесь m — масса пылинки; N — число частиц, столкнувшихся с ракетой за время Δt). Очевидно, N зависит от скорости v и «густоты» облака частиц. Обозначим через n концентрацию частиц в облаке. Если площадь поперечного сечения ракеты S, то за время Δt она столкнется со всеми частицами в объеме $Sv\Delta t$. Значит, $N = nSv\Delta t$ и $F = nmv^2S$. Мы видим, что F пропорциональна концентрации частиц n и квадрату скорости v. Итак, можно сделать следующий вывод: чтобы двигаться вдвое быстрее, силу тяги надо увеличить в 4 раза; в более плотной части облака силу тяги надо увеличить в 3 раза.

МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ЗВУК

41. МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

41.1. Каково ускорение свободного падения на планете, если за время $t = 20$ с гаечный ключ, опущенный на нити длиной $l = 2$ м из люка «приземлившегося» космического корабля, совершил $n = 5$ полных колебаний?

4,9 м/с^2. ***Решение.*** Гаечный ключ на нити можно рассматривать как математический маятник с периодом колебаний $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$.

Поскольку $T = \dfrac{t}{n}$, получаем $g = \dfrac{4\pi^2 ln^2}{t^2}$.

41.2. Пружинный маятник совершил за некоторое время $n_1 = 16$ колебаний. Когда массу груза увеличили на $\Delta m = 200$ г, маятник совершил за такое же время $n_2 = 15$ колебаний. Какова была начальная масса груза?

1,45 кг. ***Решение.*** Период колебаний груза $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}} = \dfrac{t}{n}$. Следовательно, $\dfrac{n_1}{n_2} = \sqrt{\dfrac{m + \Delta m}{m}}$. Отсюда $m = \dfrac{n_2^2}{n_1^2 - n_2^2}\Delta m$.

41.3. Грузу массой $m = 900$ г, висящему на пружине жесткостью $k = 360$ Н/м, сообщили толчком вертикальную скорость $v = 10$ см/с. Какова амплитуда A возникших колебаний?

5 мм. ***Решение.*** В положении равновесия сила упругости пружины компенсирует силу тяжести, действующую на груз. При колебаниях равнодействующая этих сил направлена к положению равновесия, ее модуль равен kx, где x — отклонение от положения равновесия. Следовательно, характер колебаний такой же, как и в отсутствие силы тяжести. Согласно закону сохранения энергии $\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{kA^2}{2}$ получаем $A = v\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.

41.4. Капитан корабля, отправляясь на отдых в горы, взял с собой маятниковые часы, которые много лет шли в его каюте точно. На какой высоте над уровнем моря поселился капитан, если в его комнате часы каждые сутки отстают на 30 с?

2,2 км. ***Решение.*** Маятниковые часы отстают (период колебаний маятника $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ увеличивается) из-за уменьшения при подъеме ускорения свободного падения g. На высоте h согласно закону всемирного тяготения $\frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2}$. Индекс «0» здесь и далее означает, что взято значение величины на уровне моря. Время τ, *показанное* маятниковыми часами, прямо пропорционально числу колебаний маятника, т. е. обратно пропорционально периоду колебаний, поэтому $\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{T_0}{T} = \frac{R}{R+h}$. Значит, часы отстают на $\Delta\tau = \tau_0 - \tau =$ $= \tau_0 \frac{h}{R+h} \approx \tau_0 \frac{h}{R}$ (мы учли, что высота даже самой высокой горы намного меньше радиуса Земли). Отсюда $h = \Delta\tau \cdot R/\tau_0$.

41.5. Два одинаковых шарика с массами m, находящиеся на гладкой горизонтальной поверхности, соединены легкой пружиной. Пружину растянули и отпустили. Каков период T возникших колебаний, если жесткость пружины k?

$T = \pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$. ***Решение.*** Центр масс системы во время колебаний будет неподвижен. Поэтому можно считать, что каждый из грузов совершает колебания на *половине* пружины. Жесткость такой половины равна $2k$. Поэтому $T = \pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$.

41.6. Математический маятник длиной 1 м колеблется с амплитудой 1 см. За какое время он пройдет путь, равный 1 см, если в начальный момент маятник проходит положение равновесия? За какое время маятник пройдет: а) первую половину этого пути; б) вторую половину этого пути?

0,50 с; 0,17 с; 0,33 с. ***Решение.*** Поскольку амплитуда колебаний намного меньше длины маятника, колебания можно считать гармоническими. Поэтому их период $T = 2\pi\sqrt{l/g} = 2{,}0$ с. Путь, равный амплитуде колебаний, маятник проходит из положения равновесия за четверть периода, т. е. за 0,50 с. Для ответа на два последних вопроса необходимо использовать уравнение гармонических колебаний. Поскольку $x = 0$ при $t = 0$, это уравнение принимает вид $x = A\sin\omega t = A\sin(2\pi t/T)$. При $x = A/2$ получаем $t = T/12 = 0{,}17$ с. На вторую половину пути маятнику понадобится время $T/4 - T/12 = T/6 = 0{,}33$ с, т. е. вдвое больше, чем на первую половину. Это связано с тем, что при удалении от положения равновесия движение замедляется.

42. МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ. ЗВУК

42.1. Подводная лодка всплыла на расстоянии $l = 200$ м от берега, вызвав волны на поверхности воды. Волны дошли до берега за $t_1 = 40$ с, причем за последующие $t_2 = 30$ с было $N = 60$ всплесков волн о берег. Каково расстояние между гребнями соседних волн?

2,5 м. ***Решение.*** Скорость волн $v = \dfrac{l}{t_1}$, частота $\nu = \dfrac{N}{t_2}$. Расстояние между гребнями соседних волн (т. е. длина волны): $\lambda = \dfrac{v}{\nu} = \dfrac{lt_2}{Nt_1}$. Отсюда: $\lambda = \dfrac{200 \cdot 30}{60 \cdot 40} = 2{,}5$ (м).

42.2. Мотоциклист, движущийся по прямолинейному участку дороги, увидел, как человек, стоящий у дороги, ударил молотком по висящему рельсу, а через $\Delta t_1 = 2$ с услышал звук. С какой скоростью двигался мотоциклист, если он проехал мимо человека через $\Delta t_2 = 36$ с после начала наблюдения?

19,4 м/с. ***Решение.*** В системе отсчета, связанной с мотоциклистом, звук от удара распространяется со скоростью $v + v_{зв}$, где v — скорость мотоцикла, $v_{зв}$ — скорость звука. Поэтому расстояние до человека равно $s = (v + v_{зв})\Delta t_1$. Расстояние s мотоцикл преодолел за время Δt_2, поэтому $s = v\Delta t_2$. Тогда $v = v_{зв}\dfrac{\Delta t_1}{\Delta t_2 - \Delta t_1}$.

42.3. Как изменяются частота и длина звуковой волны при переходе из воздуха в воду?

Частота не изменяется. Длина волны возрастает в 4,4 раза.

Решение. Падающая на воду звуковая волна частоты ν вызывает колебания поверхности воды с *такой же* частотой. Колеблющиеся точки поверхности вызывают распространение в воде волн этой же частоты. Следовательно, при переходе границы раздела сред частота волны не изменяется. Однако скорость звука в воздухе v_1 отличается от скорости звука в воде v_2. Поскольку $\lambda = v/\nu$, получаем $\lambda_2/\lambda_1 = v_2/v_1 = 4{,}4$.

42.4. Волны в первой среде имеют длину λ_1, а после перехода во вторую среду — λ_2. Определите скорость распространения волн во второй среде, если их скорость в первой среде v_1.

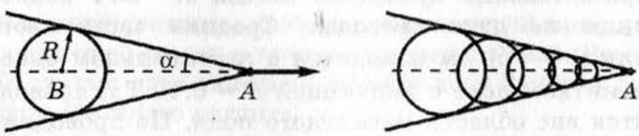
Решение. При переходе волны из одной среды в другую ни период, ни частота колебаний частиц в волне не изменяются, а изменяются скорость и длина волны. Поэтому длина волны в первой среде определяется формулой $\lambda_1 = v_1 T$, а во второй — $\lambda_2 = v_2 T$. Разделив эти уравнения друг на друга, мы исключим неизвестный нам период и получим отношение скоростей: $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}$. Отсюда: $v_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_1$.

ОЛИМПИАДНАЯ ЗАДАЧА

О-138. Самолет летит горизонтально с постоянной скоростью, превышающей скорость звука в воздухе в n раз. Где должен находиться наблюдатель, чтобы слышать звук самолета?

Решение. Фронт ударной волны, которую создает самолет, представляет собой огибающую сферических волн, испущенных самолетом в каждый из предшествующих моментов времени. Докажем, что этот фронт представляет собой коническую поверхность. Пусть самолет находится в точке A (см. рис. *а*). Рассмотрим звуковую волну, испущенную им в точке B и, следовательно, имеющую «возраст» $\Delta t = \frac{AB}{nv}$, где v — скорость звука в воздухе. Волновая поверхность этой волны —

сфера радиусом $R = v \cdot \Delta t$. Построим конус с вершиной в точке A, касающийся этой сферы. Угол α между образующей конуса и его осью находим из соотношения $\sin \alpha = R/AB = 1/n$. Этот угол не зависит от длины отрезка AB, поэтому построенный конус касается *всех* волновых поверхностей звуковых волн, испущенных самолетом до его «прихода» в точку A. Таким образом, этот конус (его называют звуковым) является огибающей поверхностью *всех* сферических волн, т. е. фронтом ударной волны (см. рис. *б*). Человек слышит звук самолета, если находится внутри звукового конуса.



а *б*

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

43. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВОДНИК С ТОКОМ

43.1. Горизонтальный проводник массой $m = 20$ г подвешен за концы на двух проводах. Средняя часть проводника длиной $l = 50$ см находится в вертикальном однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}10$ Тл; провода находятся вне области магнитного поля. По проводнику протекает ток $I = 2$ А. На какой угол α от вертикали отклоняются провода?

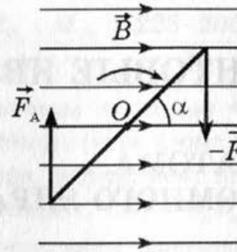
На 27°. ***Решение.*** На проводник действует в горизонтальном направлении сила Ампера $F_А = BIl \cdot \sin 90° = BIl$. Равнодействующая этой силы и силы тяжести должна быть направлена параллельно проводам подвеса, откуда находим $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{BIl}{mg}$.

43.2. Прямоугольная проволочная рамка площадью S находится в однородном магнитном поле. Докажите, что действующий на рамку вращающий момент задается формулой $M = BIS \cdot \cos\alpha$, где B — индукция магнитного поля, I — сила тока в рамке, α — угол между плоскостью рамки и направлением вектора магнитной индукции.

Решение. Пусть рамка находится в горизонтальном магнитном поле и вращается вокруг вертикальной оси O; a и b — длины соответственно горизонтальной и вертикальной сторон рамки. В этом случае вращающий момент создают только силы Ампера, действующие на вертикальные стороны рамки (см. рисунок, на котором показан вид сверху). Найдем суммарный вращающий момент M этих сил относительно оси O:

$$M = 2 \cdot F_А \cdot \frac{a}{2}\cos\alpha = 2 \cdot BIb \cdot \frac{a}{2}\cos\alpha = BIS \cdot \cos\alpha.$$

Можно доказать, что это выражение справедливо для любого плоского контура, причем ось вращения может и не являться осью симметрии этого контура.



Олимпиадная задача

О-139. Опишите движение свободно подвешенной прямоугольной проволочной рамки с током в магнитном поле. Рассмотрите два случая: движение в магнитном поле Земли и движение в поле стального магнита.

Решение. В однородном магнитном поле (см. рис. *а*) на параллельные стороны рамки действуют равные по модулю и противоположно направленные силы Ампера (на рис. *б* показан вид сверху). Пара сил $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ поворачивает рамку так, чтобы ее плоскость стала перпендикулярной вектору $\boldsymbol{B}$. В положении устойчивого равновесия направление тока в рамке связано с направлением вектора $\boldsymbol{B}$ правилом буравчика, а силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ стремятся растянуть рамку. Таким образом, однородное магнитное поле (например, поле Земли) оказывает на жесткую рамку только *ориентирующее* действие. В неоднородном же поле, например, в поле магнита, силы $\boldsymbol{F}_1$ и $\boldsymbol{F}_2$ имеют отличную от нуля равнодействующую. В результате рамка будет не только поворачиваться, но и втягиваться в область более сильного поля (см. рис. *в*), т. е. притянется к полюсу магнита. Подобно рамке с током ведет себя и магнитная стрелка.

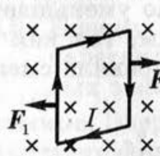


Рис. а

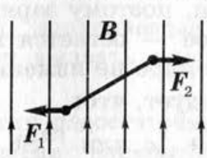


Рис. б

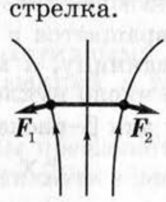


Рис. в

КВАНТОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

44. СТРОЕНИЕ АТОМА. СОСТАВ АТОМНОГО ЯДРА

44.1. Учитывая соотношение размеров ядра и электронной оболочки, атом часто называют «ажурным». Что более «ажурно» — Солнечная система или атом?

Решение. Радиус Солнца меньше радиуса орбиты Меркурия в 90 раз, Земли — в 200 раз. Известно, что радиус ядра меньше, чем радиус ближайшей к нему орбиты электрона приблизительно в 10^5 раз. Таким образом, атом является более «ажурной» структурой.

44.2. В какое ядро превращается торий $^{230}_{90}\mathrm{Th}$ после трех последовательных α-распадов?

$^{218}_{84}\mathrm{Po}$. ***Решение.*** При α–распаде исходное ядро теряет два протона и два нейтрона, поэтому его массовое число уменьшается на 4, а зарядовое — на 2. Из правила смещения для α–распада следует, что:

$$^{M}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{M-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \text{ или } {}^{230}_{90}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{218}_{84}\mathrm{Po} + 3\,{}^{4}_{2}\mathrm{He}.$$

44.3. В какое ядро превращается сурьма $^{123}_{51}\mathrm{Sb}$ после четырех β–распадов?

$^{123}_{55}\mathrm{Cs}$. ***Решение.*** При β–распаде в исходном ядре один нейтрон превращается в протон, поэтому зарядовое число уменьшается на единицу, а массовое — остается неизменным, так как общее число нуклонов в ядре не изменяется. Из правила смещения для β–распада следует, что:

$$^{M}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{M}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}e \text{ или } {}^{123}_{51}\mathrm{Sb} \rightarrow {}^{123}_{55}\mathrm{Cs} + 4\,{}^{0}_{-1}e.$$

44.4. Сколько α– и β–распадов происходит в процессе превращения радия-226 в свинец-206?

$n_\alpha = 5$; $n_\beta = 4$. ***Решение.*** Известно, что атомы радиоактивных элементов неустойчивы и самопроизвольно распадаются, претерпевая различные превращения. При α–распаде массовое число начального атома уменьшается на четыре единицы, что позволяет определить число α–распадов n_α:

$$n_\alpha = \frac{M_{\text{Ra}} - M_{\text{Pb}}}{M_{\text{He}}} = \frac{226-206}{4} = 5,$$

где символами M обозначены массовые числа начального, конечного продукта и α–частицы (ядра атома гелия). Зная n_α и Z_α — зарядовое число α–частицы, определяем, на сколько уменьшается зарядовое число при α–распадах: $\Delta Z_\alpha = n_\alpha Z_\alpha = 5 \cdot 2 = 10$. Известно, что при β–распаде меняется лишь зарядовое число, возрастая на единицу. В результате превращения ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ в ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ зарядовое число уменьшается на ΔZ: $\Delta Z = Z_{\text{Ra}} - Z_{\text{Pb}} = 88 - 82 = 6$. Следовательно, число β–распадов

$$n_\beta = \Delta Z_\alpha - \Delta Z = 10 - 6 = 4.$$

44.5. В настоящее время можно осуществить давнюю мечту алхимиков средневековья — превратить ртуть в золото. Каким образом это можно сделать?

Решение. Путем осуществления, например, следующей ядерной реакции: ${}^{198}_{80}\text{Hg} + {}^{1}_{0}n \to {}^{199}_{80}\text{Hg} \to {}^{198}_{79}\text{Au} + {}^{1}_{1}\text{H}$.

В природе существует один стабильный изотоп золота (${}^{197}_{79}\text{Au}$) и семь изотопов ртути (${}^{196}_{80}\text{Hg}$, ${}^{198}_{80}\text{Hg}$, ${}^{199}_{80}\text{Hg}$, ${}^{200}_{80}\text{Hg}$, ${}^{201}_{80}\text{Hg}$, ${}^{202}_{80}\text{Hg}$, ${}^{204}_{80}\text{Hg}$). Значит, в ходе ядерной реакции необходимо «всего лишь» уменьшить число протонов на единицу и, возможно, изменить число нейтронов.

Однако, вследствие редкого попадания нейтронов в ядра ртути количество полученного золота ничтожно мало. Так как затрата энергии при этом огромна, то процесс экономически невыгоден.

44.6. Почему α–частицы, испускаемые радиоактивными препаратами, не могут вызвать ядерных реакций в тяжелых элементах?

Решение. Энергия α–частиц недостаточна, чтобы преодолеть силу отталкивания ядра тяжелого элемента и проникнуть в него.

45. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭНЕРГИИ АТОМНЫХ ЯДЕР

45.1. Определите дефект масс и энергию связи ядра атома ${}^{235}_{92}\text{U}$.

$3{,}18 \cdot 10^{-27}$ кг; $28{,}6 \cdot 10^{-11}$ Дж.

Решение. Дефект масс ядра определяется по формуле $\Delta m = \left(Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}}\right) - M_{\text{я}}$. В таблицах масс изотопов приводятся значение масс нейтральных атомов, а не массы ядер. Поэтому эту формулу *целесообразно* преобразовать так, чтобы вместо массы данного ядра $M_{\text{я}}$ в нее входила масса соответствующего нейтрального атома $M_{\text{а}}$. Так как

$M_{\text{я}} = M_{\text{а}} - Zm_{\text{e}}$, то $\Delta m = Zm_{\text{p}} + Nm_{\text{n}} - \left(M_{\text{а}} - Zm_{\text{e}}\right)$ или

$\Delta m = Z\left(m_{\text{p}} + m_{\text{e}}\right) + Nm_{\text{n}} - M_{\text{а}}$. Но $m_{\text{p}} + m_{\text{e}} = m_{{}^1_1\text{H}}$. Следовательно, окончательно получаем $\Delta m = (Zm_{{}^1_1\text{H}} + Nm_{\text{n}}) - M_{\text{а}}$. Из таблиц берем следующие данные: $m_{{}^1_1\text{H}} = 1{,}00783$ а.е.м, $m_{\text{n}} = 1{,}00866$ а.е.м., $M_{\text{а}} = 235{,}04392$. Подставляя в последнюю формулу числовые значения масс в а.е.м., получаем $\Delta m = 92 \cdot 1{,}00783 + 143 \times \times 1{,}00866 - 235{,}04392 = 1{,}915$ (а.е.м.). Если мы хотим получить энергию связи в джоулях, то дефект масс нужно выразить в килограммах.

Поскольку 1 а.е.м. $= 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг, получаем $\Delta m = 1{,}66 \cdot 10^{-27} \times \times 1{,}915 = 3{,}18 \cdot 10^{-27}$ (кг). Подставляя это значение дефекта масс в формулу $\Delta E_0 = \Delta mc^2$, получаем:

$$\Delta E_0 = 3{,}18 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 28{,}6 \cdot 10^{-11} \text{ (Дж).}$$

45.2. Выделяется или поглощается энергия при следующей ядерной реакции:

$$^{14}_{7}\text{N} + ^{4}_{2}\text{He} \to ^{17}_{8}\text{O} + ^{1}_{1}\text{H}\ ?$$

Энергия поглощается.

Решение. Найдем разность Δm суммарной массы ядер и частиц до реакции и после реакции. Энерговыделение при ядерной реакции равно: $\Delta E = \left(m_{\text{N}} + m_{\text{He}} - m_{\text{O}} - m_{\text{H}}\right)c^2$. Если $\Delta E > 0$, реакция идет с *выделением* энергии. Если $\Delta E < 0$, реакция идет с *поглощением* энергии. Проверка единиц измерения:

$$[\Delta E] = \text{а.е.м.} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{а.е.м.}} \cdot \left(\frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 = \text{Дж.}$$

Вычисления: $\Delta E = (14{,}00307 + 4{,}00260 - 16{,}99913 - 1{,}00783) \times \times 1{,}661 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = -1{,}93 \cdot 10^{-13}$ (Дж).

Так как $\Delta E < 0$, то энергия поглощается.

45.3. Ядро атома лития $^{7}_{3}\mathrm{Li}$, захватив протон, кинетической энергией которого можно пренебречь, распалось на два одинаковых осколка. Напишите ядерную реакцию; определите энергию, выделившуюся в этом процессе.

Ядро лития распадается на два ядра атома гелия. 17,4 МэВ.

Решение. Исходя из законов сохранения, можно записать ядерную реакцию в виде: $^{7}_{3}\mathrm{Li} + ^{1}_{1}p \to 2^{4}_{2}\mathrm{He}$. В результате поглощения протона ядром атома лития образовались две α-частицы (ядра атомов гелия).

Согласно справочным таблицам, массы нейтральных атомов $M_{\mathrm{Li}} = 7{,}01601$ а.е.м.; $M_{\mathrm{H}} = 1{,}00783$ а.е.м.; $M_{\mathrm{He}} = 4{,}00260$ а.е.м.

В результате реакции масса ядер и частиц уменьшается на $\Delta m = M_{^{7}_{3}\mathrm{Li}} + M_{^{1}_{1}\mathrm{H}} - 2M_{^{4}_{2}\mathrm{He}} = 0{,}0186$ а.е.м.

Используя энергетический эквивалент атомной единицы массы, определим энергию, выделившуюся в процессе протекания реакции: $E = \Delta m \cdot 931{,}5$ МэВ/а.е.м. $= 17{,}4$ МэВ.

45.4. Какая энергия выделяется при термоядерной реакции:

$$^{2}_{1}\mathrm{H} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \to ^{4}_{2}\mathrm{He} + ^{1}_{0}n\ ?$$

$2{,}82 \cdot 10^{-12}$ Дж. ***Решение.*** Для расчета энергии, выделяемой в данной термоядерной реакции, воспользуемся формулой $\Delta E = \Delta mc^2$, где

$$\Delta m = m_{^{2}_{1}\mathrm{H}} + m_{^{3}_{1}\mathrm{H}} - m_{\mathrm{He}} - m_n.$$

Вычисления:

$\Delta m = 2{,}01410 + 3{,}0165 - 4{,}00260 - 1{,}00866 = 0{,}0189$ (а.е.м.) $=$

$= 3{,}14 \cdot 10^{-29}$ кг

$\Delta E = 3{,}14 \cdot 10^{-29} \cdot (3 \cdot 10^{8})^2 = 2{,}82 \cdot 10^{-12}$ (Дж).

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

О-140. Протон, двигавшийся со скоростью $v_0 = 500$ км/с, столкнулся с неподвижным ядром. В результате упругого столкновения направление движения протона изменилось на противоположное, а модуль его скорости уменьшился до $v = 400$ км/с. С каким ядром могло произойти это столкновение?

С ядром бериллия. ***Решение.*** Применим к столкновению законы сохранения импульса и энергии: $mv_0 = Mu - mv$, $mv_0^2/2 = Mu^2/2 + mv^2/2$. Здесь m — масса протона, M и u — масса ядра и его скорость после столкновения. Исключая из этих уравнений u, получаем $M = m\dfrac{v_0 + v}{v_0 - v} = 9m$. Такую массу имеет ядро бериллия.

О-141. Какую кинетическую энергию должен иметь протон, чтобы «разбить» ядро дейтерия на протон и нейтрон?

Не менее 3,3 МэВ. ***Решение.*** В результате разделения ядра дейтерия на протон и нейтрон масса покоя системы возрастает на величину $\Delta m = 0{,}00239$ а.е.м. Следовательно, энергия покоя системы возрастает на $\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 2{,}2$ МэВ. Однако начальная кинетическая энергия протона должна превышать ΔE: ведь после реакции все частицы обладают кинетической энергией. Можно доказать, что эта энергия минимальна в том случае, когда все частицы движутся в одном направлении с одинаковой скоростью. Обозначив эту скорость v, а начальную скорость протона v_0, получаем из закона сохранения импульса $v = v_0/3$ (суммарную массу системы мы считаем равной $3m_p$, где m_p — масса протона). Тогда из закона сохранения энергии следует, что $\dfrac{m_p v_0^2}{2} = \Delta E + \dfrac{3m_p(v_0/3)^2}{2}$, откуда находим минимальную кинетическую энергию протона: $\dfrac{m_p v_0^2}{2} = \dfrac{3\Delta E}{2}$.

О-142. Мишень из ${}^6_3\mathrm{Li}$ подвергают бомбардировке нейтронами. Какова кинетическая энергия E_n этих нейтронов, если в направлении движения нейтронов вылетает α-частица с кинетической энергией $E_\alpha = 3$ МэВ? Энергией испускаемых γ-квантов можно пренебречь.

0,61 МэВ. ***Решение.*** В реакции ${}^6_3\mathrm{Li} + {}^1_0 n \to {}^3_1\mathrm{H} + {}^4_2\mathrm{He}$ масса покоя частиц уменьшается на $\Delta m = 5{,}14 \cdot 10^{-3}$ а.е.м., т.е. выделяется энергия $E = \Delta m \cdot c^2 = 4{,}8$ МэВ. Если не учитывать энергию, уносимую γ-излучением, закон сохранения энергии примет вид:

$$E_n + E = E_{\text{Т}} + E_\alpha,$$

где $E_{\text{Т}}$ — кинетическая энергия ядра трития. Используя также закон сохранения импульса, приходим к системе уравнений: $\dfrac{m_n v_n^2}{2} - \dfrac{m_{\text{Т}} v_{\text{Т}}^2}{2} = E_\alpha - E$ и $m_n v_n = m_{\text{Т}} v_{\text{Т}} + m_\alpha v_\alpha$.

Обозначив $v_n / v_\alpha = x$ и принимая $m_{\text{Т}} = 3m_n$, $m_\alpha = 4m_n$, получаем уравнение $x^2 + 4x - 14 + 6\dfrac{E}{E_\alpha} = 0$. Подставив численные значения E и E_α, находим положительный корень этого уравнения $x = 0,9$. Следовательно,

$$E_n = \frac{m_n v_n^2}{2} = \frac{x^2}{4} \cdot \frac{m_\alpha v_\alpha^2}{2} = \frac{x^2}{4} E_\alpha = 0,61 \text{ (МэВ)}.$$

О-143. Найдите минимальную энергию E и частоту ν гамма – кванта, способного «разбить» ядро дейтерия на протон и нейтрон.

$E = 2,2$ МэВ; $\nu = 5,3 \cdot 10^{20}$ Гц.

Решение. Дефект масс ядра дейтерия

$$\Delta m = m_p + m_n - m_я = m_{\text{H}} + m_n - m_{\text{D}} = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ (а.е.м.)},$$

где $m_я$ — масса дейтрона, m_{H} — масса атома ${}_1^1\text{H}$, m_{D} — масса атома ${}_1^2\text{H}$. Следовательно, минимальная энергия гамма – кванта $E = \Delta mc^2 = 2,2$ (МэВ). Частота $\nu = \dfrac{E}{h} = 5,3 \cdot 10^{20}$ (Гц).

При решении задачи мы не учитывали кинетической энергии освободившихся нуклонов, поскольку она не велика.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ПЛОТНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Вещество	ρ, кг/м^3	ρ, г/см^3	Вещество	ρ, кг/м^3	ρ, г/см^3
Алюминий	2700	2,70	Никель	8900	8,9
Бетон	2200	2,20	Олово	7300	7,30
Береза(сухая)	700	0,7	Парафин	900	0,90
Гранит	2600	2,60	Песок (сухой)	1500	1,50
Дуб (сухой)	800	0,80	Платина	21500	21,5
Ель (сухая)	600	0,60	Пробка	240	0,24
Железо	7800	7,80	Свинец	11300	11,30
Золото	19300	19,30	Серебро	10500	10,50
Кирпич	1600	1,60	Сосна (сухая)	400	0,40
Латунь	8500	8,50	Сталь	7800	7,80
Лед	900	0,90	Стекло	2500	2,50
Медь	8900	8,90	Фарфор	2300	2,3
Мрамор	2700	2,70	Цинк	7100	7,1
			Чугун	7000	7,00

ПЛОТНОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ

Вещество	ρ, кг/м^3	ρ, г/см^3	Вещество	ρ, кг/м^3	ρ, г/см^3
Ацетон	790	0,79	Молоко	1030	1,03
Бензин	710	0,71	Масло машин.	900	0,90
Вода	1000	1,00	Нефть	800	0,80
Вода морская	1030	1,03	Ртуть	13600	13,60
Глицерин	1260	1,26	Серная кислота	1800	1,80
Керосин	800	0,80	Спирт	800	0,80

ПЛОТНОСТЬ ГАЗОВ

(при 0 °С и давлении 760 мм рт. ст.)

Вещество	ρ, кг/м³	Вещество	ρ, кг/м³
Азот	1,25	Неон	0,9
Воздух	1,29	Кислород	1,43
Водород	0,09	Оксид углерода	1,98
Гелий	0,18	Природный газ	0,80

ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА ВЕЩЕСТВ
ТВЕРДЫЕ ТЕЛА

Вещество	Удельная теплоемкость, кДж/(кг · °С)	Температура плавления, °С	Удельная теплота плавления, кДж/кг
Алюминий	0,90	660	390
Вольфрам	0,13	3387	185
Дерево	2,50		
Железо	0,45	1535	270
Золото	0,13	1064	67
Кирпич	0,88		
Латунь	0,40	1000	370
Лед	2,10	0	330
Магний	1,10	650	370
Медь	0,38	1085	210
Натрий	1,34	97,8	113
Олово	0,23	232	58
Песок	0,80		
Платина	0,14	1772	113
Свинец	0,13	327	24
Серебро	0,24	962	87
Сталь	0,46	1400	82
Стекло	0,80		
Цинк	0,40	419	112,2
Чугун	0,54	1200	96

ЖИДКОСТИ

Вещество	Удельная теплоемкость, кДж/(кг · °С)	Температура кипения[*], °С	Удельная теплота парообразования[**], МДж/кг
Вода	4,2	100	2,3
Масло подсолнечное	1,8		
Ртуть	0,14	357	0,29
Спирт	2,5	78	0,90
Эфир	3,34	35	0,40

Удельная теплоемкость воздуха — 1,0 кДж/(кг · °С)

УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА СГОРАНИЯ ТОПЛИВА

Вещество	q, МДж/кг	Вещество	q, МДж/кг
Антрацит	30	Каменный уголь	27
Бензин	44	Керосин	43
Водород	120	Порох	3,8
Древесный уголь	34	Природный газ	44
Дрова сухие	12	Спирт	26

УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ 20 °С

Вещество	ρ, Ом · мм²/м	Вещество	ρ, Ом · мм²/м
Алюминий	0,028	Никелин	0,42
Вольфрам	0,055	Нихром	1,1
Железо	0,098	Свинец	0,21
Латунь	0,071	Серебро	0,016
Константан	0,50	Сталь	0,12
Медь	0,017	Уголь	40

НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЕ

Радиус Солнца	700 000 км
Среднее расстояние от Земли до Солнца	150 млн км
Радиус Луны	1740 км
Среднее расстояние от Земли до Луны	384 000 км

---

[*] При нормальном атмосферном давлении.

[**] При нормальном атмосферном давлении и температуре кипения.

НЕКОТОРЫЕ СВЕДЕНИЯ О ЗЕМЛЕ

Средний радиус Земли	6370 км
Длина экватора	40 тысяч км
Площадь поверхности Земли	510 млн км^2
Масса Земли	$6 \cdot 10^{24}$ кг
Средняя плотность Земли	5500 кг/м^3
Нормальное атмосферное давление	101 кПа (760 мм рт. ст.)
Площадь поверхности суши	149 млн км^2
Площадь Мирового океана	361 млн км^2
Средняя глубина Мирового океана	3800 м
Средняя скорость движения Земли вокруг Солнца	30 км/с
Возраст Земли	примерно 4,5 млрд лет

СКОРОСТЬ ЗВУКА, м/с

Вода	1500
Воздух	340
Стекло	5500

ПСИХРОМЕТРИЧЕСКАЯ ТАБЛИЦА

Показания сухого термометра °C	Разность показаний сухого и влажного термометров, °C									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Относительная влажность воздуха, %									
0	100	81	63	45	28	11	—	—	—	—
2	100	84	68	51	35	20	—	—	—	—
4	100	85	70	56	42	28	14	—	—	—
6	100	86	73	60	47	35	23	10	—	—
8	100	87	75	63	51	40	28	18	7	—
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	5
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
14	100	90	79	70	60	51	42	34	25	17
16	100	91	81	71	62	54	46	37	30	22
18	100	91	82	73	65	56	49	41	34	27
20	100	92	83	74	66	59	51	44	37	30
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37
26	100	92	85	78	71	64	58	51	46	40
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44

Зависимость давления $p_н$ и плотности $\rho_н$ насыщенного водяного пара от температуры t

t, °C	$p_н$, кПа	$\rho_н$, г/м^3	t, °C	$p_н$, кПа	$\rho_н$, /м^3
0	0,61	4,8	18	2,07	15,4
3	0,76	6,0	19	2,20	16.3
6	0,93	7,3	20	2,33	17,3
10	1,23	9,4	25	3,17	23,0
15	1,71	12,8	30	4,24	30,4
16	1,81	13,6	50	12,34	82,9
17	1,93	14,5	90	70,11	423,3

Относительная атомная масса некоторых изотопов, а. е. м.

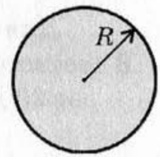
(для определения массы ядра необходимо вычесть от массы атома суммарную массу электронов)

Изотоп	Масса нейтрального атома	Изотоп	Масса нейтрального атома
$^{1}_{1}H$ (водород)	1,00783	$^{12}_{6}C$ (углерод)	12,00000
$^{2}_{1}H$ (дейтерий)	2,01410	$^{13}_{6}C$ (углерод)	13,00335
$^{3}_{1}H$ (тритий)	3,01605	$^{14}_{7}N$ (азот)	14,00307
$^{3}_{2}He$ (гелий)	3,01602	$^{15}_{7}N$ (азот)	15,00011
$^{4}_{2}He$ (гелий)	4,00260	$^{16}_{8}O$ (кислород)	15,99491
$^{6}_{3}Li$ (литий)	6,01513	$^{17}_{8}O$ (кислород)	16,99913
$^{7}_{3}Li$ (литий)	7,01601	$^{27}_{13}Al$ (алюминий)	26,98146
$^{8}_{4}Be$ (бериллий)	8.00531	$^{30}_{14}Si$ (кремний)	29,97376
$^{9}_{4}Be$ (бериллий)	9,01219	$^{40}_{20}Ca$ (кальций)	39,96259
$^{10}_{5}B$ (бор)	10,01294	$^{56}_{26}Fe$ (железо)	55,93494
$^{11}_{5}B$ (бор)	11,00931	$^{226}_{88}Ra$ (радий)	226,02435

НЕКОТОРЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

Длина окружности $l = \pi D = 2\pi R$

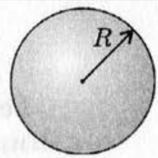
Площадь круга $S = \dfrac{\pi D^2}{4} = \pi R^2$



Площадь поверхности сферы

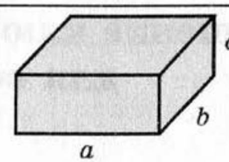
$$S = 4\pi R^2$$

Объем шара $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$



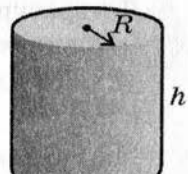
Объем прямоугольного параллелепипеда

$V = abc$



Объем цилиндра

$V = \pi R^2 h$



Учебное издание

Генденштейн Лев Элевич
Кирик Леонид Анатольевич
Гельфгат Илья Маркович

Решение ключевых задач по физике для основной школы 7–9 класс

Научный редактор *Е.Н. Евлахова*
Литературный редактор *Л.В. Дмитриева*
Компьютерная верстка *С.И. Удалов*
Корректор *К.П. Бондаренко*

Подписано в печать 18.12.2012. Формат 60×88/16.
Усл.-печ. л. 13,00. Тираж 5000 экз. Заказ № 8123.

ООО «Илекса», 107023, г. Москва, ул. Буженинова, д. 30, стр. 4,
сайт: www.ilexa.ru, E-mail: real@ilexa.ru,
телефон: 8(495) 964-35-67

Отпечатано в ОАО «Первая Образцовая типография»,
филиал «Дом печати — ВЯТКА» в полном соответствии
с качеством предоставленных материалов.
610033, г. Киров, ул. Московская, 122.
Факс: (8332) 53-53-80, 62-10-36
http://www.gipp.kirov.ru; e-mail: order@gipp.kirov.ru

Л.Э.Генденштейн,
Л.А.Кирик,
И.М.Гельфгат

РЕШЕНИЯ КЛЮЧЕВЫХ ЗАДАЧ по ФИЗИКЕ для основной школы

Больше 2000 задач, от простых до олимпиадных, можно найти в книге:

ISBN 978-5-89237-154-4
9 785892 371544